АСТРОФИЗИКА

ТОМ 21 АВГУСТ, 1984 ВЫПУСК 1

УДК 524.7

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВОЙНЫХ ГАЛАКТИК С УЧЕТОМ ПРИЛИВНЫХ СИЛ

Г. С. БИСНОВАТЫЙ-КОГАН

Поступила 22 ноября 1983

Получены выражения для кинетической и потенциальной энергий, вращательного момента для галактик в паре, описываемых в приливном приближении самосогласованным решением с квадратичным гравитационным потенциалом. Вычислены поправки к кеплеровской скорости орбитального вращения галактик в паре и сделана проверка теоремы вириала.

1. *Введение*. Строение галактик, входящих в пары, определяется действием как самогравитации, так и приливных сил. Вхождение в пару влияет на устойчивость галактики, а также приводит к малым поправкам к скорости орбитального вращения по сравнению с кеплеровской. Равновесная функция распределения f, описывающая эллиптические объекты, вращающиеся с угловой скоростью Ω с квадратичным гравитационным потенциалом (КГП) Φ и поверхностной плотностью σ:

$$\Phi = ax^2 + by^2 + d, \quad \sigma = \sigma_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2}}, \quad \alpha > \beta \tag{1}$$

имеет вид [1—3]:

$$f = \frac{\sigma_0 \alpha\beta}{2\pi\sqrt{A}} \sqrt{(2a-\Omega^2)(2b-\Omega^2)} \left[A\left(1 - \frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2}\right) - \right.$$

$$\left. - (2b-\Omega^2)\beta^2 \left(v_x + \frac{2\Omega d_2}{\beta^2} y\right)^2 - (2a-\Omega^2)\alpha^2\left(v_y - \frac{2\Omega d_2}{\alpha^2} x\right)^2 \right]^{-1/2},$$

$$A = (2a-\Omega^2)(2b-\Omega^2)\left\{\alpha^2\beta^2 - \Omega^2 \frac{\alpha^2-\beta^2}{(a-b)^2}\left[\alpha^2(2a-\Omega^2) - \beta^2(2b-\Omega^2)\right]\right\},$$

$$d_2 = -\frac{\alpha^2(2a-\Omega^2) - \beta^2(2b-\Omega^2)}{2(a-b)},$$

$$\int f dv_x dv_y = \sigma_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2}}, \qquad \frac{2\pi}{3}\sigma_0\alpha\beta = M. \tag{2}$$

Стационарное решение в паре для эллиптических дисков имеет место, если скорости их собственного и орбитального вращений совпадают. При этом либо большая, либо меньшая ось эллипса направлены вдоль линии, соединяющей центры галактик. В первом случае имеем вытянутый (в), а во втором — сжатый (с) эллипсы. Если a_0 и b_0 — величины, связанные с самогравитацией диска, то в приливном приближении

$$\begin{aligned} a &= a_0 - \frac{GM_2}{r_{12}^3}, \quad b = b_0 + \frac{1}{2}\frac{GM_2}{r_{12}^3}, \qquad \text{(в)} \\ a &= a_0 + \frac{1}{2}\frac{GM_2}{r_{12}^3}, \quad b = b_0 - \frac{GM_2}{r_{12}^3}. \qquad \text{(с)} \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь M_2 — масса соседней галактики, r_{12} — расстояние между центрами галактик. Величины a_0 и b_0 выражаются через параметры диска с помощью эллиптических интегралов [1].

В настоящей работе вычисляются энергия и угловой момент пары с учетом приливных сил, проверяется теорема вириала. Вычисляются также приливные поправки к кеплеровской скорости вращения, учет которых необходим при выводе теоремы вириала.

2. *Кинетическая энергия пары.* Пусть эллиптический диск массы M с равновесной функцией (2) находится в паре с точечной массой M_2. Расстояние от центров галактик до центра масс есть

$$r_1 = r_{12}\frac{M_2}{M+M_2}, \quad r_2 = r_{12}\frac{M}{M+M_2}. \tag{4}$$

Скорости звезд эллиптического диска в инерциальной системе V_x, V_y связаны с величинами v_x, v_y соотношениями

$$\begin{aligned} V_x &= v_x\cos\Omega t - v_y\sin\Omega t - \Omega\,(x\sin\Omega t + y\cos\Omega t) - \Omega r_1\sin\Omega t, \\ V_y &= v_x\sin\Omega t + v_y\cos\Omega t + \Omega\,(x\cos\Omega t - y\sin\Omega t) + \Omega r_1\cos\Omega t. \end{aligned} \tag{5}$$

Кинетическая энергия пары T есть:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}M_2\Omega^2 r_2^2 + \frac{1}{2}\int (V_x^2 + V_y^2)\, f d\vec{v} d\vec{x} = \\ &= \frac{1}{2}(M_2 r_2^2 + M r_1^2)\,\Omega^2 + \\ &+ \frac{1}{2}\iint \left[v_x^2 + v_y^2 + \Omega^2(x^2+y^2) - 2\Omega\,(y v_x - x v_y)\right] f d\vec{v} d\vec{x}. \end{aligned} \tag{6}$$

Входящие в (6) интегралы для функции распределения (2) имеют вид

$$\int x^2 f d\vec{v}d\vec{x} = \frac{1}{5}M\alpha^2, \quad \int y^2 f d\vec{v}d\vec{x} = \frac{1}{5}M\beta^2,$$

$$\int v_x^2 f d\vec{v}d\vec{x} = \frac{4}{5}M\frac{\Omega^2 d_2^2}{\beta^2} + \frac{A}{\beta^2(2b-\Omega^2)}\frac{M}{5},$$

$$\int v_y^2 f d\vec{v}d\vec{x} = \frac{4}{5}M\frac{\Omega^2 d_2^2}{\alpha^2} + \frac{A}{\alpha^2(2a-\Omega^2)}\frac{M}{5}, \qquad (7)$$

$$\int y v_x f d\vec{v}d\vec{x} = -\frac{2}{5}M\Omega d_2, \quad \int x d v_y f d\vec{v}d\vec{x} = \frac{2}{5}M\Omega d_2.$$

В итоге получаем

$$T = \frac{1}{2}(M_2 r_2^2 + M r_1^2)\Omega^2 + \frac{M\Omega^2}{10}\left[\alpha^2 + \beta^2 + 8d_2 + 4d_2^2\left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}\right)\right] +$$
$$+ \frac{M}{10}A\left[\frac{1}{\alpha^2(2a-\Omega^2)} + \frac{1}{\beta^2(2b-\Omega^2)}\right]. \qquad (8)$$

В этом выражении первый член связан с движением галактик вокруг центра инерции, второй — с упорядоченным движением в диске, а третий — с хаотическим движением звезд в диске, аналогичным тепловому. С учетом (2), (3) выражение (8) приводится к виду:

$$T = \frac{1}{2}(M_2 r_2^2 + M r_1^2)\Omega^2 + \frac{M}{5}(a\alpha^2 + b\beta^2) = \frac{1}{2}(M_2 r_2^2 + M r_1^2)\Omega^2 +$$
$$+ \frac{M}{5}(a_0\alpha^2 + b_0\beta^2) + \frac{GM_1M_2}{5r_{12}^2}\begin{cases}\left(\dfrac{\alpha^2}{2} - \beta^2\right) & \text{(с)}\\ \left(-\alpha^2 + \dfrac{\beta^2}{2}\right). & \text{(в)}\end{cases} \qquad (9)$$

3. *Гравитационная энергия пары*. Гравитационная энергия П есть энергия диска в суммарном потенциале $\Phi = \Phi_d - \dfrac{GM_2}{|\vec{r}|}$. С учетом нормировки [1]

$$\Phi_d = a_0 x^2 + b_0 y^2 - (a_0\alpha^2 + b_0\beta^2), \qquad (10)$$

в приливном приближении имеем:

$$\frac{1}{|\vec{r}|}=\begin{cases}[(r_{12}+y)^2+x^2]^{-1/2}=\dfrac{1}{r_{12}}\left(1-\dfrac{y}{r_{12}^2}-\dfrac{1}{2}\dfrac{x^2}{r_{12}^2}+\dfrac{y^2}{r_{12}^2}\right) & \text{(c)}\\[2ex] [(r_{12}+x^2)+y^2]^{-1/2}=\dfrac{1}{r_{12}}\left(1-\dfrac{x}{r_{12}^2}+\dfrac{x^2}{r_{12}^2}-\dfrac{1}{2}\dfrac{y^2}{r_{12}^2}\right). & \text{(в)}\end{cases} \tag{11}$$

Тогда, с учетом (7), получаем:

$$\Pi=\frac{1}{2}\int\Phi_d\sigma d\vec{x}-\int\frac{GM_2}{|\vec{r}|}\sigma d\vec{x}=-\frac{GMM_2}{r_{12}}-\frac{2}{5}M(a_0\alpha^2+b_0\beta^2)+$$
$$+\frac{GMM_2}{5r_{12}^3}\begin{cases}\left(\dfrac{\alpha^2}{2}-\beta^2\right) & \text{(c)}\\[2ex] \left(-\alpha^2+\dfrac{\beta^2}{2}\right) & \text{(в)}\end{cases} \tag{12}$$

4. *Приливные поправки к кеплеровской угловой скорости и теорема вириала.* В приливном приближении первый член в (8), (9) много больше остальных, поэтому для учета всех членов $\sim\dfrac{\alpha^2}{r_{12}^2}$ необходимо учесть в нем приливные поправки к кеплеровской скорости. Определяя, аналогично твердому телу [4], силу притяжения между галактиками в виде $F=-\dfrac{\partial\Pi}{\partial r_{12}}$, получаем из уравнения равновесия

$$M\Omega^2r_1=M_2\Omega^2r_2=\frac{\partial\Pi}{\partial r_{12}} \tag{13}$$

равновесную угловую скорость Ω^2 в виде

$$\Omega^2=\frac{G(M+M_2)}{r_{12}^3}\left[1-\frac{3}{5r_{12}^2}\begin{cases}\left(\dfrac{\alpha^2}{2}-\beta^2\right) & \text{(c)}\\[2ex] \left(-\alpha^2+\dfrac{\beta^2}{2}\right) & \text{(в)}\end{cases}\right] \tag{14}$$

Очевидно, что в вытянутом и слабо сжатом ($\alpha>\beta>\alpha/\sqrt{2}$) дисках приливные поправки увеличивают угловую скорость по сравнению с кеплеровской, в сильно сжатом диске $\beta<\alpha/\sqrt{2}$ — уменьшают, а при $\beta=\alpha/\sqrt{2}$ в сжатом диске приливные поправки к угловой скорости зануляются. Учитывая (14) в (9), получаем выражение для кинетической энергии в виде

$$T = \frac{1}{2}\frac{GMM_2}{r_{12}} + \frac{M}{5}(a_0\alpha^2 + b_0\beta^2) - \frac{GMM_2}{10}\left|\begin{array}{ll}\left(\frac{\alpha^2}{2} - \beta^2\right) & (c) \\ \left(-\alpha^2 + \frac{\beta^2}{2}\right) & (в)\end{array}\right. \qquad (15)$$

Из сравнения (15) с (12) следует теорема вириала $\Pi = -2T$ в приливном приближении. Для произвольного распределения плотности в паре галактик угловая скорость орбитального вращения с приливными поправками, с учетом (13), записывается в виде

$$\Omega^2 = \frac{G(M_1 + M_2)}{r_{12}^3}\left[1 + \frac{3}{M_1 r_{12}^2}\left(I_{1x} - \frac{I_{1y} + I_{1z}}{2}\right) + \frac{3}{M_2 r_{12}^2}\left(I_{2x} - \frac{I_{2y} + I_{2z}}{2}\right)\right],$$

где $I_{iq} = \int q_i^2 \, d\vec{m}_i$, $i = 1, 2$; $q = x, y, z$, а ось x расположена на прямой, соединяющей центры галактик.

5. *Вращательный момент пары галактик.* Момент вращения J в системе центра инерции X, $У$ относительно этого центра записывается в виде

$$J = M_2\Omega r_2^2 + \int (V_y X - V_x Y) f d\vec{v} d\vec{x}. \qquad (16)$$

Связь $(X, У)$ с (x, y) имеет вид

$$\begin{aligned} X &= x\cos\Omega t - y\sin\Omega t + r_1\cos\Omega t, \\ Y &= x\sin\Omega t + y\cos\Omega t + r_1\sin\Omega t. \end{aligned} \qquad (17)$$

Вычисляя (16) с учетом (5), (7), (17), получаем:

$$J = \frac{MM_2}{M + M_2} r_{12}^2\Omega + \frac{1}{5}M\Omega(\alpha^2 + \beta^2 + 4d_2). \qquad (18)$$

Учитывая в первом члене отклонения от кеплеровской скорости, получим окончательно

$$J = \sqrt{\frac{Gr_{12}}{M + M_2}}\, MM_2 + \frac{1}{5}M\left[\frac{G(M + M_2)}{r_{12}^3}\right]^{1/2}\left[\alpha^2 + \beta^2 + 4d_2 + \right.$$

$$\left. + \begin{cases} \frac{3}{2}\frac{M_2}{M + M_2}\left(\alpha^2 - \frac{\beta^2}{2}\right) & (c) \\ \frac{3}{2}\frac{M_2}{M + M_2}\left(-\frac{\alpha^2}{2} + \beta^2\right) & (в) \end{cases}\right] \qquad (19)$$

6. *Предельные случаи.* В предельном случае $\Omega^2 = 2a$ имеет место $d_2 = -\beta^2$. Тогда вместо (8) получаем с учетом (2)

$$T = \frac{1}{2}(M_2 r_2^2 + M r_1^2)\,\Omega^2 + \frac{M\Omega^2}{10\alpha^2}(4\beta^4 - 3\alpha^2\beta^2 + \alpha^4) + $$
$$+ \frac{M}{5}\frac{\beta^2}{\alpha^2}[(3a + b)\,\alpha^2 - 4a\beta^2]. \qquad (20)$$

В слабо сжатом диске, когда реализуется предельное вращение с $\Omega^2 = 2b$, имеем $d_3 = -\alpha^3$ и вместо (8) получаем

$$T = \frac{1}{2}(M_2 r_2^2 + M r_1^2)\,\Omega^2 + \frac{M\Omega^2}{10\beta^2}(4\alpha^4 - 3\alpha^2\beta^2 + \beta^4) + $$
$$+ \frac{M}{5}\frac{\alpha^2}{\beta^2}[(3b + a)\,\beta^2 - 4b\alpha^2]. \qquad (21)$$

Аналогично из (19) получаем выражения для J в предельных случаях. Для пылевого диска $A = 0$ третий член в (8) отсутствует и легко проверить, что

$$\Omega^2\left[\alpha^2 + \beta^2 + 8d^2 + 4d_2^2\left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}\right)\right] = 2(a\alpha^2 + b\beta^2).$$

Интегральные характеристики галактик в двойных системах, в частности, отношение энергии хаотического движения к гравитационной, важны при анализе устойчивости галактик относительно бароподобной моды [5—7].

Институт космических исследований
АН СССР

INTEGRAL CHARACTERISTICS OF THE BINARY GALAXIES WITH TIDAL FORCES

G. S. BISNOVATYI-KOGAN

The expressions for kinetic and potential energies as well as angular momentum are obtained for binary galaxies, described in tidal approximation by self-consistent solution with quadratic gravitational potential. The corrections to the Keplerian velocity of orbital rotation are calculated and the check of the virial theorem is made.

ЛИТЕРАТУРА

1. *R. S. Freeman*, M. N. RAS, 134, 15, 1977.
2. *G. S. Bisnovatyi-Kogan*, M. N. RAS, 174, 203, 1976.
3. *Г. С. Бисноватый-Коган*, Астрофизика, 19, 65, 1983.
4. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Механика, М., Наука. 1973.
5. *A. Kalnajs*, Ap. J., 175, 763, 1972.
6. *J. P. Ostriker, P. J. E. Peebles*, Ap. J., 186, 467, 1973.
7. *S. Tremaine*, M. N. RAS, 175, 557, 1976.