

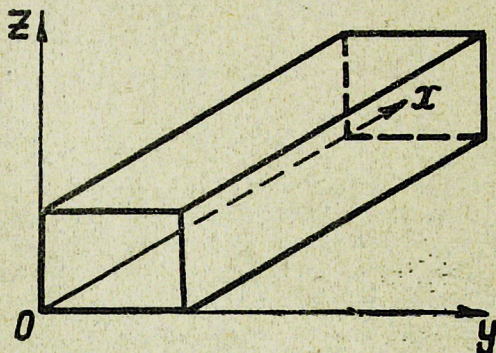
Е. С. МЕДВЕДЕВА

О СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН
В ЗДАНИЯХ

В работе излагается приближенный прием определения эффективной скорости распространения упругих продольных и поперечных волн в здании в целом, с учетом пустот, и приводятся расчетные формулы для эффективных значений скорости, плотности и сейсмической жесткости

В задачах сейсмостойкого строительства обычно рассматривается колебание сооружения относительно подвижного основания [1]. При этом скорость распространения упругих деформаций в сооружении считается бесконечно большой. Для решения некоторых задач, направленных на уточнение расчетов сейсмостойкости сооружений и выявления действительной работы конструкций при сейсмических воздействиях, важно знать скорости распространения упругих деформаций в сооружении.

Представим себе сооружение в виде параллелепипеда, грани которого параллельны осям прямоугольных координат (фиг. 1). Если этот



Фиг. 1. Схема здания в виде параллелепипеда, ориентированного по осям координат XYZ.

параллелепипед состоял бы сплошь из однородного материала, то скорость распространения упругих волн V в нем определялась бы выражением:

$$V = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}} \quad (1)$$

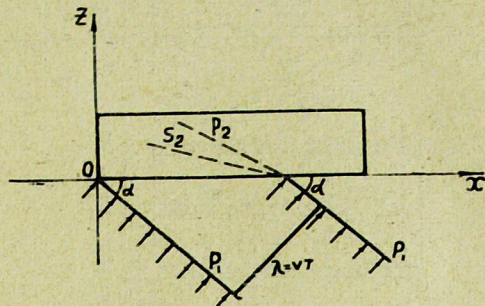
Здесь κ — характеристика упругости материала; ρ — его плотность. Величина κ зависит от типа упругих деформаций (сжатие, сдвиг) и относительных размеров среды (массив, пластинка, стержень).

В действительности сооружение не является сплошным телом и объем составляющих его строительных элементов (стены, перегородки, перекрытия и др.) примерно равен 0,2—0,3 от общего объема сооружения. Поэтому необходимо уметь определять эффективные зна-

чения упругости κ_3 и плотности ρ_3 и скорости V_3 для сооружения в целом, с учетом пустот, в зависимости от значений этих величин для строительных материалов, из которых возведено сооружение, а также от размеров сооружения и его элементов.

Сейсмические воздействия на сооружение передаются по всей площади его основания. Например, на фиг. 2 показаны два последовательных фронта P_1 , сейсмической продольной волны, имеющей длину $\lambda = VT$, идущей к поверхности Земли под углом α . При встрече волны с основанием сооружения, грань которого ZoX перпендикулярна фронту волны, возникнут две отраженных и две преломленных волны (продольная и поперечная). На фиг. 2 пунктиром показаны фронты только преломленных волн, интенсивность и углы выхода которых зависят от эффективных скорости, упругости и плотности для сооружения в целом.

При определении эффективных значений V_3 , κ_3 и ρ_3 в здании воспользуемся результатами работ Ю. В. Ризниченко и его сотрудников по исследованию распространения сейсмических волн в средах, имеющих структурные неоднородности [2—5]. Эти исследования показали, что если размеры структурных неоднородностей значительно меньше



Фиг. 2. Вертикальный разрез по зданию с указанием фронтов P_1 , подходящих к нему сейсмических волн длиной $\lambda = VT$. Пунктиром показаны фронты преломленной продольной P_2 и преломленной поперечной волны S_2 .

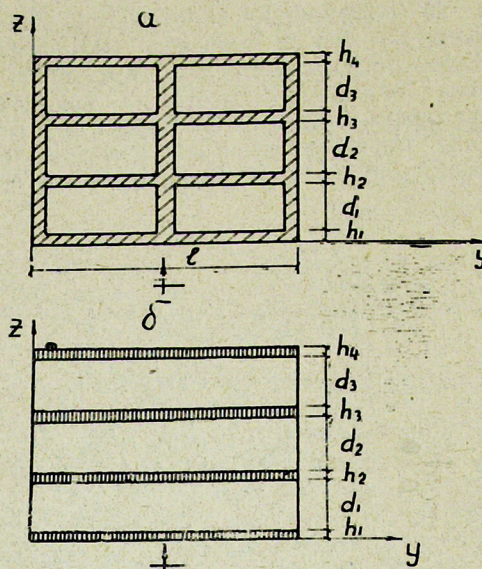
длины волны, то можно считать распространение волн как в однородной среде, параметры которой упругость и плотность эквиваленты заданной неоднородной. При этом рассматривается одномерный случай, то есть, распространение плоской волны в неоднородной среде. Реальная неоднородная среда, например, в работе [4], заменяется слоистой, состоящей из чередующихся слоев, в которых четные слои с толщиной l_1 состоят из однородного материала, имеющего плотность ρ_1 , и упругость κ_1 , а нечетные слои состоят из того же материала с пустотами и имеют эффективную плотность ρ_2 и упругость κ_2 . Установлено [5], что эффективное значение скорости распространения деформаций в такой слоистой среде в целом V_{12} , при распространении плоской волны перпендикулярно слоистости, выражается формулой:

$$V_{12} = \frac{l_1 + l_2}{\sqrt{l_1 \rho_1 + l_2 \rho_2}} \sqrt{\frac{l_1}{\kappa_1} + \frac{l_2}{\kappa_2}}. \quad (2)$$

Полученные эта и другие расчетные формулы подтверждены экспериментально [2—5].

Переходя непосредственно к определению скорости распространения волн в здании будем отдельно рассматривать три одномерных случая, то есть определять по каждой из осей координат x , y и z (фиг. 1) здания эффективные значения скоростей распространения волн V_3 , упругостей κ_3 и плотностей ρ_3 . На фиг. 3 показана схема вертикального разреза трехэтажного здания, на котором толщины перекрытий обозначены через h , а высоты этажей — d (фиг. 3а). Будем рас-

смагивать здание в виде системы, состоящей из плоскопараллельных слоев тех же размеров по высоте, как и в натуре (фиг. 3б). Плоская волна распространяется в этой слоистой среде вертикально по направлению, указанному стрелкой, то есть рассматривается одномерный случай распространения волны по оси z .



Фиг. 3. Схема вертикального разреза трехэтажного здания: а—вертикальный разрез по зданию с указанием горизонтальных слоев h , образованных перекрытиями, и слоев d , образованных стенами и перегородками; б—то же, модель слоистой среды.

(фиг. 4б), в которой распространяется плоская волна в направлении слоистости, средние значения упругости κ_M и плотности ρ_M определяются приближенными формулами:

$$\rho_M = \frac{\sum b_i \rho_i}{\sum b_i}, \quad (4)$$

$$\kappa_M = \frac{\sum b_i \kappa_i}{\sum b_i}. \quad (5)$$

Слой d в рассматриваемом сооружении отличается от многослойной пластинки, для которой получены формулы (4) и (5), тем, что составляющие его слои (стены и перегородки) разделены воздушными промежутками. Однако расстояния между стенами и перегородками значительно меньше длин сейсмических волн, что дает основание воспользоваться результатами [5], полученными для многослойных пластинок. В формулах (4) и (5) учитываются толщины слоев b_i на единицу длины. В рассматриваемом здании вместо толщин стен следует пользоваться их площадями, так как стены расположены в двух взаимно перпендикулярных направлениях по плану здания. Естественно, что необходимо учитывать площади стен обоих направлений, состав-

Слои $d_1, d_2 \dots$ состоят из вертикальных элементов (стены, перегородки), плоскости которых совпадают с направлением распространения волны. Эти элементы разделены воздушными промежутками. Пусть площадь стен в пределах этажа равна f_c , площадь перегородок— f_n и площадь воздушных промежутков— f_v . Общая горизонтальная сечения F здания равна их сумме:

$$F = f_c + f_n + f_v. \quad (3)$$

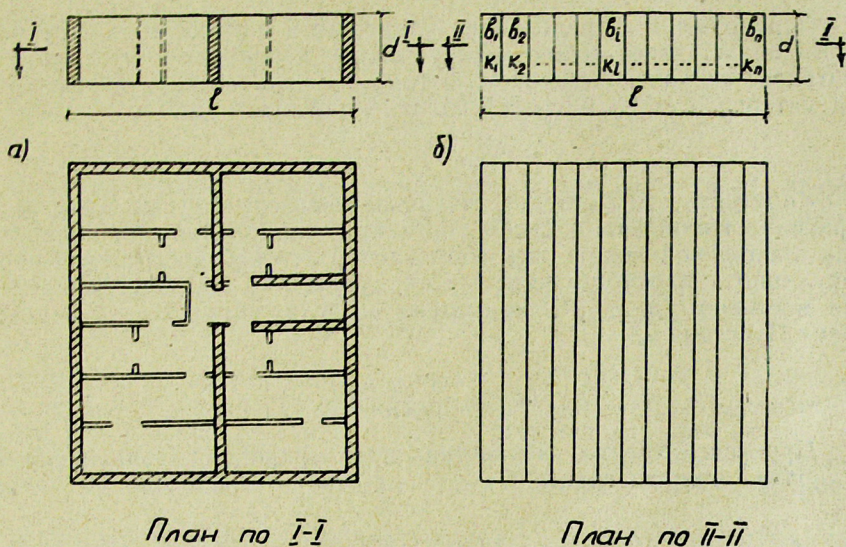
Упругости для стен и перегородок обозначены соответственно через κ_c, κ_n , а их плотности через ρ_c и ρ_n .

Ю. В. Ризниченко установил [5], что для многослойной пластинки с плоско-параллельными слоями, имеющими толщину b_i и упругость κ_i

ляющих слой d (фиг. 3) по всему плану здания. Для определения средней скорости и плотности в слое d по аналогии с (4) и (5) получаем формулы:

$$\rho_d = \frac{\sum f_i \rho_i}{F}, \quad (6)$$

$$\kappa_d = \frac{\sum f_i \kappa_i}{F}. \quad (7)$$



Фиг. 4. Горизонтальный слой d в здании, образованный вертикальными участками стен и перегородок (4а) и такой же слой, образованный пакетом плоскопараллельных пластин (4б).

Для продольной волны (сжатие-растяжение) упругость κ_i в каждом элементе определяется, как для волны в пластинке следующей формулой [6]:

$$\kappa_i = \frac{E_i}{1 - \sigma^2}. \quad (8)$$

Здесь E_i модуль упругости (Юнга) элемента, а σ — коэффициент Пуассона. Если распространяется поперечная волна (сдвиг), то упругость κ_i равна модулю сдвига G :

$$\kappa_i = G = \frac{E_i}{2(1 - \sigma)}. \quad (9)$$

Исходя из этого, упругость κ_{dp} элемента d , при распространении продольной волны, будет определяться по формуле:

$$\kappa_{dp} = \frac{\sum f_i E_i}{(1 - \sigma^2) F}. \quad (10)$$

В случае распространения поперечной волны упругость κ_{ds} в элементе d определится формулой:

$$\kappa_{ds} = \frac{\sum f_i E_i}{2(1 - \sigma) F}. \quad (11)$$

Пользуясь этими выражениями для определения упругости и формулой (6) для плотности, можно найти, согласно (1), значение скоростей распространения V_{dp} продольной и V_{ds} поперечной волны в элементе d :

$$V_{dp} = \sqrt{\frac{\Sigma f_l E_l}{(1-\sigma^2)\Sigma f_l \rho_l}}, \quad (12)$$

$$V_{ds} = \sqrt{\frac{\Sigma f_l E_l}{2(1-\sigma)\Sigma f_l \rho_l}}. \quad (13)$$

Переходим к определению упругости и плотности в слое h , который представляет собою междуэтажное перекрытие. Этот слой рассматривается как сплошной и поэтому его плотность ρ_h равна плотности материала ρ , из которого сделано перекрытие:

$$\rho_h = \rho. \quad (14)$$

Упругость его κ_h будет различна в зависимости от того, распространение какой волны рассматривается: продольной или поперечной. Для продольной волны, при направлении ее распространения перпендикулярно к плоскости перекрытия, упругость κ_{hp} определяется как для массивного тела [6], имеющего модуль упругости E и коэффициент Пуассона σ ;

$$\kappa_{hp} = \frac{(1-\sigma) E_h}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}. \quad (15)$$

При рассмотрении распространения поперечной волны упругость κ_{hs} равна модулю сдвига G :

$$\kappa_{hs} = G = \frac{E_h}{2(1+\sigma)}. \quad (16)$$

Эффективные упругость κ_z и плотность ρ_z здания, представленного в виде параллельно слоистой системы (фиг. 3,б), при распространении волны перпендикулярно слоистости, определяется в целом для всей высоты сооружения H , которая равна сумме толщин всех слоев d и h по фиг. 3.

Эффективная плотность ρ_z представляет собою среднюю плотность для всего объема здания с учетом воздушных промежутков. Она определяется в принятых обозначениях по формуле;

$$\rho_z = \frac{\Sigma \rho_d d_n + \Sigma \rho_h h_n}{\Sigma d_n + \Sigma h_n}. \quad (17)$$

Величина эффективной плотности ρ_z для трех направлений распространения волн в здании X , Y , Z . Эффективная упругость κ_z для плоскопараллельной среды определена ранее [4] для двух чередующихся слоев, имеющих толщины l_1 и l_2 :

$$\kappa_z = \frac{l_1 + l_2}{\frac{l_1}{\kappa_1} + \frac{l_2}{\kappa_2}}. \quad (18)$$

В рассматриваемом нами здании значение эффективной упругости для продольных волн κ_{zp} и поперечных волн κ_{zs} по аналогии определится из следующих формул:

$$\kappa_{\partial p} = \frac{\Sigma d_n + \Sigma h_n}{\Sigma \frac{d_n}{\kappa_{dp}} + \Sigma \frac{h_n}{\kappa_{hp}}}, \quad (19)$$

$$\kappa_{\partial s} = \frac{\Sigma d_n + \Sigma h_n}{\Sigma \frac{d_n}{\kappa_{ds}} + \Sigma \frac{h_n}{\kappa_{hs}}}. \quad (20)$$

Исходя из формул (1), (10) и (15), эффективная скорость распространения продольных волн $V_{\partial p}$ в здании определится следующим выражением:

$$V_{\partial p} = \sqrt{\frac{\kappa_{\partial p}}{\rho_{\partial}}} = \frac{\Sigma d_n + \Sigma h_n}{\sqrt{\left(\Sigma \frac{d_n}{\kappa_{dp}} + \Sigma \frac{h_n}{\kappa_{hp}}\right) \left(\Sigma \rho_d d_n + \Sigma \rho_h h_n\right)}}. \quad (21)$$

В случае распространения поперечной волны формула для эффективной скорости $V_{\partial s}$ может быть найдена на основании (1), (11) и (16):

$$V_{\partial s} = \sqrt{\frac{\kappa_{\partial s}}{\rho_{\partial}}} = \frac{\Sigma d_n + \Sigma h_n}{\sqrt{\left(\Sigma \frac{d_n}{\kappa_{ds}} + \Sigma \frac{h_n}{\kappa_{hs}}\right) \left(\Sigma \rho_d d_n + \Sigma \rho_h h_n\right)}}. \quad (22)$$

Определение эффективных скоростей, упругостей и плотностей вдоль осей x и y (фиг. 1) производится также как и вдоль вертикальной оси z по формулам (16), (18) и (19) как для одномерных систем. Эффективная плотность во всех трех случаях будет одинакова, а различные скорости и упругости будут характеризовать анизотропию здания.

В качестве примера произведен расчет для здания, чертежи которого приведены в книге [1] на стр. 424. Это пятиэтажный крупнопанельный жилой дом с подвальным этажом, расположенным под всем зданием. Приведем основные данные:

$$\begin{aligned} h_1 = h_2 = \dots = h_6 = 25 \text{ см}; d_1 = d_2 = \dots = d_6 = 245 \text{ см}; H = 1620 \text{ см}; \\ f_c = 14,3 \cdot 10^4 \text{ см}^2; f_n = 7,7 \cdot 10^4 \text{ см}^2, f_g = 176 \cdot 10^4 \text{ см}^2, F = 198 \cdot 10^4 \text{ см}^2; \\ \rho_c = 22 \cdot 10^{-6} \text{ кг сек}^2 \text{ см}^{-4}; \rho_n = 2,3 \cdot 10^6 \text{ кг сек}^2 \text{ см}^{-4}; \rho_g = 1,3 \cdot 10^{-9} \approx 0; \\ E_c = 2 \cdot 10^5 \text{ кг см}^{-2}; E_n = 2,1 \cdot 10^5 \text{ кг см}^{-2}; \sigma = 0,25; \\ \rho_h = 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ кг сек}^2 \text{ см}^{-4}; E_h = 2,2 \cdot 10^5 \text{ кг см}^{-2}; \end{aligned}$$

Определяем эффективную плотность слоя d по формуле (6):

$$\rho_d = \frac{14,3 \cdot 10^4 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} + 7,7 \cdot 10^4 \cdot 2,3 \cdot 10^{-6}}{198 \cdot 10^4} = 0,25 \cdot 10^{-6} \text{ кг сек}^2 \text{ см}^{-4}.$$

Эффективная плотность здания в целом определяется по формуле (17):

$$\rho_{\partial} = \frac{0,25 \cdot 10^{-6} \cdot 245 \cdot 6 + 2,3 \cdot 10^6 \cdot 25 \cdot 6}{1620} = 0,44 \cdot 10^{-6} \text{ кг сек}^2 \text{ см}^{-4}.$$

Для определения эффективной упругости в слоях d и h при продольных волнах воспользуемся формулами (10) и (15):

$$\kappa_{dp} = \frac{14,3 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^5 + 7,7 \cdot 10^4 \cdot 2,1 \cdot 10^5}{(1 - 0,25^2) \cdot 198 \cdot 10^4} = 0,242 \cdot 10^5 \text{ кг см}^{-2},$$

$$\kappa_{hp} = \frac{(1-0,25) \cdot 2,2 \cdot 10^5}{(1+0,25)(1-2 \cdot 0,25)} = 2,62 \cdot 10^5 \text{ кг см}^{-2}.$$

Эффективная упругость $\kappa_{\varepsilon p}$ при продольных волнах для здания в целом вычисляется по формуле (19):

$$\kappa_{\varepsilon p} = \frac{1620}{\frac{6 \cdot 245}{0,242 \cdot 10^5} + \frac{6 \cdot 25}{2,62 \cdot 10^5}} = 0,268 \cdot 10^5 \text{ кг см}^2.$$

Эквивалентная скорость $V_{\varepsilon p}$ распространения продольных волн в вертикальном направлении по оси z здания находится по формуле (21):

$$V_{\varepsilon p} = \sqrt{\frac{0,268 \cdot 10^5}{0,44 \cdot 10^{-6}}} = 2,48 \cdot 10^5 \text{ см сек}^{-1}.$$

Переходим к определению скорости поперечных волн $V_{\varepsilon s}$. Предварительно найдем κ_{ds} и κ_{hs} по формулам (11) и (16).

$$\kappa_{ds} = 0,092 \cdot 10^5 \text{ кг см}^{-2},$$

$$\kappa_{hs} = \frac{2,2 \cdot 10^5}{2(1+0,25)} = 0,88 \cdot 10^5 \text{ кг см}^{-2}.$$

Упругость $\kappa_{\varepsilon s}$ для здания в целом определится формулой (20):

$$\kappa_{\varepsilon s} = \frac{1620}{\frac{6 \cdot 245}{0,092 \cdot 10^5} + \frac{6 \cdot 25}{0,88 \cdot 10^5}} = 0,10 \cdot 10^5 \text{ кг см}^{-2}.$$

Скорость распространения поперечных волн в здании в вертикальном направлении $V_{\varepsilon s}$ по формуле (22) равна:

$$V_{\varepsilon s} = \sqrt{\frac{0,10 \cdot 10^5}{0,44 \cdot 10^{-6}}} = 1,51 \cdot 10^5 \text{ см сек}^{-1}.$$

Таблица 1

Соотношение эффективных значений плотности и скорости распространения волн в здании и их значений в основном материале

Определяемая величина	Направление	Основной материал	Эффективная величина N_{ε}	Отношение $\frac{N_{\varepsilon}'}{N_M}$
Упругость для продольных волн $\kappa_p, 10^5 \text{ кг см}^{-2}$	z	2,0	0,26	0,13
	x	2,0	0,31	0,15
	y	2,0	0,35	0,17
Плотность $\rho, 10^{-6} \text{ кг сек}^2 \cdot \text{см}$	$z; x; y$	2,2	0,44	0,20
	z	3,02	2,48	0,82
	x	3,02	2,65	0,87
Скорость распространения продольных волн $V_p, 10^5 \text{ см сек}^{-1}$	y	3,02	2,85	0,94
	z	0,81	0,10	0,12
	x	0,81	0,12	0,15
Упругость для поперечных волн $\kappa_s, 10^5 \text{ кг см}^{-2}$	y	0,81	0,13	0,16
	z	1,91	1,51	0,79
	x	1,91	1,65	0,86
Скорость распространения поперечных волн $V_s, 10^5 \text{ см сек}^{-1}$	y	1,91	1,72	0,90
	z	0,66	0,103	0,17
	x	0,66	0,117	0,18
Сейсмическая жесткость $V_p \cdot \rho \text{ кг сек см}^{-3}$	y	0,66	0,125	0,19
	z	0,42	0,067	0,16
	x	0,42	0,073	0,17
Сейсмическая жесткость $V_p \cdot \rho \text{ кг сек см}^{-3}$	y	0,42	0,076	0,18

Результаты расчетов приведены в табл. 1, где указаны вычисленные значения искомых величин также и при распространении волн вдоль осей x и y . В этой же таблице приведены сейсмические жесткости, равные произведению скорости на плотности.

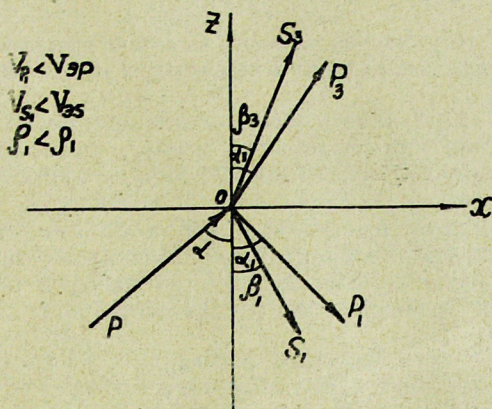
Изложенное позволяет сделать следующее заключение:

1. Для решения некоторых задач по определению сейсмостойкости сооружений требуется знать скорости распространения упругих волн в здании в целом. Например, если к основанию здания подходит сейсмическая продольная волна P_1 (фиг. 5) под углом α_1 , то амплитуды возникающих в здании продольной P_3 и поперечной волны S_3 и углы их выхода α_3 и β_3 будут зависеть от эквивалентных скоростей V_{3p} и V_{3s} и эквивалентной плотности ρ_3 [7].

2. Распространение при землетрясении упругих волн в здании можно приближенно рассматривать как в однородной среде, имеющей эффективные распределенные значения плотности и упругости. В работе даны формулы для расчета эффективных значений плотности, упругости и скорости распространения волн, как продольной, так и поперечной.

3. Приведенный пример расчета скоростей упругих волн в крупнопанельном жилом доме показывает: а) эквивалентная плотность здания составляет около 20% от плотности материала; б) эквивалентные скорости упругих волн составляют 80—90% от скоростей в материале; в) эквивалентные сейсмические жесткости составляют 16—19% от жесткости материала. Следовательно, амплитуды в распространяющихся волнах, зависящие от сейсмических жесткостей, будут значительно увеличиваться.

Полученные выводы следует рассматривать как приближенные, которые в дальнейшем будут уточняться по мере накопления результатов теоретических и экспериментальных исследований.



Фиг. 5. Лучи преломленных и отраженных продольных P и поперечных S волн у основания здания.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Л. Корчинский и др. Основы проектирования зданий в сейсмических районах, Стройиздат, М., 1961.
2. Ю. В. Ризниченко. О распространении сейсмических волн в дискретных и гетерогенных средах. Изв. АН СССР, сер. географическая и геофизическая, № 2, 1949.
3. Ю. В. Ризниченко. О сейсмической квазианизотропии. Изв. АН СССР, сер. географическая и геофизическая, № 6, 1949.
4. Б. Н. Ивakin. Методы управления плотностью и упругостью среды при двумерном моделировании сейсмических волн. Изв. АН СССР, сер. геофизическая, № 8, 1960.
5. Ю. В. Ризниченко и др. Упругие волны с обобщенной скоростью в двумерных биморфных моделях. Изв. АН СССР, сер. геофизическая, № 4, 1961.
6. Е. Ф. Саваренский, Д. П. Киринос. Элементы сейсмологии и сейсмометрии, ГИТТЛ, М., 1955.

Центральный научно-исследовательский институт
строительных конструкций Госстроя СССР.