

УДК 533.951 : 537.84

НИЗКОЧАСТОТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ МАГНИТОЗВУКОВЫХ СОЛИТОНОВ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Р. Г. ДЖАНГИРЯН, Ф. А. КОСТЯНЯН

Поступила 6 июня 1983

Принята к печати 15 января 1984

Развита теория возмущений для нелинейного уравнения типа Буссинеска. Показано, что при пересечении скачка внешнего магнитного поля магнитозвуковым солитоном, распространяющимся в поперечном этому полю направлении в низкотемпературной магнитоактивной плазме, в ней генерируются импульсы магнитного поля, имеющие форму исходного солитона и распространяющиеся по обе стороны от неоднородности со скоростью волн Альфвена. Показано также, что при движении солитона в неоднородном магнитном поле имеет место низкочастотное излучение, являющееся полем переходного рассеяния магнитозвукового солитона.

1. *Введение.* Методы теории нелинейных волн находят широкое применение для объяснения нестационарных явлений в атмосферах звезд и активности ядер галактик. При этом обычно речь идет о движении ударных волн в средах с различными законами изменения плотности, принимаемых в качестве моделей оболочек звезд [1—3].

Информация о нестационарных астрофизических объектах доходит до нас в виде электромагнитного излучения, и о характере процессов, имевших место до преобразования различных форм энергии в электромагнитную, мы можем судить лишь на основании модельных предположений. В частности, в качестве одного из возможных механизмов переноса энергии во вспыхвающих звездах в работе [4] был предложен солитонный, для объяснения передачи энергии из центральных областей в верхнюю хромосферу. Исходя из этого предположения, а также из замечания [5], мы задались целью выяснить вопрос о возможности испускания солитоном энергии в виде электромагнитного излучения. При этом мы рассматриваем явление переходного излучения и переходного рассеяния, которое, как известно, может играть значительную роль в астрофизических явлениях [6, 7] привлекается для объяснения особенностей нестационарных объектов [8].

Уравнения, допускающие решения в виде уединенных волн, известны давно. Они встречаются в целом ряде физических задач [9] и обладают, в известном смысле, универсальностью, являясь простейшими модельными нелинейными волновыми уравнениями [10]. Свойства солитонов, сближающие их с частицами, интенсивно исследуются в течение последних 10-15 лет [9—12].

Целью настоящей работы является исследование переходного излучения и переходного рассеяния, возникающего при наличии неоднородностей вдоль траектории движения солитона. Именно, мы покажем, что уединенная магнитозвуковая волна, распространяющаяся в низкотемпературной магнитоактивной плазме поперек магнитного поля, генерирует низкочастотные волны при пересечении ею неоднородностей этого поля.

2. *Исходные соотношения.* Рассмотрим плазму в магнитном поле, когда магнитное давление значительно больше газокINETического, т. е. $H^2/8\pi \gg nT$, и характерные скорости волн гораздо меньше скорости света. Нами будет рассматриваться одномерное движение квазинейтральной плазмы ($n_i \approx n_e \approx n$) поперек магнитного поля:

$$\vec{u} = \hat{e}_x u(x), \quad \vec{H} = \hat{e}_z H(x), \quad (1)$$

где \vec{u} — так называемая «массовая» скорость частиц плазмы. Система основных уравнений, описывающих поведение такой плазмы, сводится к следующей [9, 13]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{1}{4\pi n m} H \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uH) = \frac{c^2}{\omega_{0e}^2} n_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{n} \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (nu) = 0, \quad (4)$$

в которой n_0 — невозмущенная плотность заряженных частиц, $\omega_{0e} = \sqrt{4\pi n e^2 / m_e}$ — ленгмюровская частота электронов плазмы, $m = m_i + m_e$.

Считая энергию магнитного поля больше кинетической энергии движения плазмы как целого ($H^2/4\pi > n m u^2/2$), линеаризируем уравнения (2) — (4), оставляя квадратичные по H члены. Из полученных уравнений имеем (H_0 — внешнее однородное магнитное поле):

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{H_0}{4\pi n_0 m} \frac{\partial}{\partial x} \frac{H^2}{2} \right) = \mathfrak{R}_1^2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial t^2} H, \quad (5)$$

где $\lambda_l = c/\omega_0$ — длина дисперсии для магнитозвуковых волн, распространяющихся поперек магнитного поля [9].

Уравнение (5) допускает решение в виде солитона, в форме

$$H_s = H_0 \left(1 + \frac{3(M^2 - 1)}{2c\hbar^2 \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{2M\lambda_l} (x - vt)} \right), \quad (6)$$

где $M = v/c_A > 1$, $c_A = H_0/\sqrt{4\pi n_0 m}$ — скорость Альфвена.

Ввиду того, что в рассматриваемом приближении мы пренебрегаем квадратами скоростей, величина M не должна превышать значения ~ 1.39 (ср. [9]).

3. *Теория возмущений.* Рассмотрим теперь движение плазмы в неоднородном внешнем поле

$$H = H_0 (1 + \varepsilon(x)), \quad (7)$$

где $\varepsilon(x)$ предполагается малой величиной: $|\varepsilon| \ll 1$, и будем искать решения уравнений (5)—(7) вида

$$H = H_s + \varepsilon_0 H_R, \quad (8)$$

где ε_0 — максимальное значение $\varepsilon(x)$.

Подставляя в (5) выражение (8) и опуская члены порядка $H_s H_R$ и выше, получим уравнение

$$\frac{\partial^2 H_R}{\partial t^2} - c_A^2 \frac{\partial^2 H_R}{\partial x^2} - \delta_l^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} H_R = c_A^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[\varepsilon(x) \frac{\partial H_s}{\partial x} \right], \quad (9)$$

которое описывает возмущения магнитного поля H_R , вызываемые движущимся источником в виде солитона с модулированной неоднородностями внешнего поля амплитудой. Развиваемая теория возмущений отличается от известных методов возмущений тем, что нами не используется предположение об адиабатическом изменении параметров солитона ($A_0 = A_0(t)$, $v = v(t)$) [14—16]. Именно, мы предполагаем, что скорость солитона не изменяется при переходе из одной области в другую, аналогично тому, как в теории излучения заряженных частиц скорость частиц предполагается неизменной. При этом поле частицы при ее переходе из одной области в другую «перестраивается», и возникает переходное излучение по обе стороны от границы различных в электродинамическом отношении областей [17]. В таком подходе мы исключаем из рассмотрения эффекты, связанные с изменением скорости солитона [11, 18].

Для нахождения поля излучения и его частотного распределения произведем преобразование Фурье по времени. Уравнение (9) примет следующий вид:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} H_{R,\omega} + a^{-2} \frac{\omega^2}{c_A^2} H_{R,\omega} = -a^{-2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon(x) \frac{\partial H_s}{\partial x} \right) \right]_{\omega}. \quad (10)$$

Функция Грина этого уравнения есть

$$G_{\omega}(x, x') = \frac{c_A a}{2i\omega} \exp\left(i \frac{\omega}{c_A} \frac{|x - x'|}{a}\right), \quad (11)$$

где

$$a = \begin{cases} \sqrt{1 - \frac{\delta_l^2 \omega^2}{c_A^2}}, & |\omega| \leq \frac{c_A}{\delta_l} \\ -i \sqrt{1 - \frac{\delta_l^2 \omega^2}{c_A^2} - 1}, & |\omega| > \frac{c_A}{\delta_l} \end{cases} \quad (12)$$

Частотное распределение поля солитона определяется выражением

$$(H_s - H_0)_{\omega} = 3\omega H_0 \frac{\delta_l^2}{c_A^2} \frac{\exp\left(i \frac{\omega}{v} x\right)}{\sinh(\pi\omega/2k_0 v)}, \quad (13)$$

где $k_0 = \sqrt{M^2 - 1}/2\delta_l M$.

4. *Переходное излучение.* Выберем неоднородность внешнего поля в виде

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 \operatorname{th} \gamma x, \quad (14)$$

где $2/\gamma = L$ — характерный масштаб неоднородности поля. В этом случае решение уравнения (9) описывает возмущение, которое мы и будем называть переходным излучением магнитозвукового солитона (6). Решение уравнения (9) с учетом (14) можно представить в виде интеграла

$$H_{R,\omega}(x) = -\frac{1}{a^2 c_A^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial x'} \left[\varepsilon(x') \frac{\partial H_s}{\partial x'} \right]_{\omega} G_{\omega}(x, x') dx', \quad (15)$$

который после громоздких выкладок приводится к выражению

$$H_R(\omega, x) = H_R^P + H_R^+ + H_R^-, \quad (16)$$

в котором

$$H_R^P = \frac{A_0(\omega) \operatorname{th}(\gamma x) \exp(i\omega x/v)}{i(1 - M^2/a^2)\omega/v}, \quad (17)$$

$$H_R^{\pm} = \mp \frac{\pi \Theta(\pm x) A_0(\omega) \exp(\pm i\omega x / ac_A)}{2i\gamma \operatorname{sh}[\pi\omega/2\gamma v(1 \mp M/a)]}, \quad (18)$$

$$(|x| > \gamma^{-1}),$$

$$A_0(\omega) = - \frac{i3\omega^2 H_0^2 \varepsilon_0}{va^2 c_A^2 \operatorname{sh}(\pi\omega/2k_0v)}, \quad (19)$$

а $\Theta(x)$ — ступенчатая функция Хэвисайда.

Как видно из приведенных формул, поле H_R^p переносится вместе с солитоном и представляет собой изменение его формы после взаимодействия с неоднородностью. Выражение (18) описывает переходное излучение магнитного поля, распространяющееся вперед и назад по отношению к направлению движения исходного магнитозвукового солитона (6).

Для качественного анализа импульса переходного излучения магнитного поля рассмотрим предельный случай $2/\gamma = L \rightarrow 0$, который соответствует резкой границе раздела сред в теории переходного излучения заряда. Ниже мы будем интересоваться областью частот

$$\omega < \omega_{iH} = \frac{eH}{m_i c}, \quad (20)$$

которая примерно соответствует сантиметровым и более длинным волнам, если принять для величины магнитного поля значения 10^4 — 10^5 эрст. В этом случае интегрирование выражения (18) приводит к следующей формуле для импульсов переходного излучения магнитного поля:

$$H_R^{\pm}(x, t) = \pm \Theta(\pm x) (1 \mp M) (M^2 - 1) \frac{3}{4} \varepsilon_0 H_0 \operatorname{ch}^{-2}[k_0 M(x \mp c_A t)]. \quad (21)$$

При этом оба импульса имеют знак, противоположный знаку неоднородности внешнего магнитного поля, распространяются в форме исходного солитона и имеют почти такую же ширину, но скорость их меньше v и равна альфвеновской.

Если же неоднородность размыта на конечную ширину, то с учетом (20) интегрирование по частотам для переходных импульсов приводит к довольно громоздким формулам, которые мы здесь не приводим.

Определим энергию излучения вперед и назад (по отношению к направлению движения исходного солитона) в виде

$$W_R^{\pm} = \mp \int_{\pm\infty}^0 \frac{H_R^{\pm 2}}{4\pi} dx. \quad (22)$$

Тогда для частотного спектра энергии переходного излучения получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{dW^\pm}{d\omega} &= \frac{c_A}{2} a^3 H_R^\pm(\omega) H_R^{\pm*}(\omega) = \\ &= \epsilon_0^2 \left(\frac{H_0^2}{4\pi} \right) \frac{9\pi^3}{2M^3} \frac{\gamma^4}{\gamma^2 c_A^5} \frac{\omega^4 a \operatorname{sh}^{-2}(\pi\omega/2k_0 v)}{\operatorname{sh}^2[\pi\omega/2\gamma v(1 \mp M/a)]} \end{aligned} \quad (23)$$

В рассматриваемом пределе $L \rightarrow 0$ частотное распределение энергии переходного излучения принимает следующий вид:

$$\frac{dW^\pm}{d\omega} = 18\pi\epsilon_0^2 \left(\frac{H_0^2}{4\pi} \right) \frac{\delta_1^4}{c_A^3} (1 \mp M/a)^2 \frac{\omega^2 a}{\operatorname{sh}^2(\pi\omega/2k_0 v)} \quad (24)$$

5. *Переходное рассеяние.* Рассмотрим неоднородность внешнего поля в виде периодической функции координат: $\epsilon(x) = \epsilon_0 \cos q_0 x$. Тогда решение уравнения (10) будет описывать возмущения магнитного поля, которые носят характер переходного рассеяния поля исходного солитона (6) на неоднородностях. Не вдаваясь в детали вычислений, приведем здесь выражение для полей излучения, распространяющихся вперед и назад:

$$\begin{aligned} H_{R,s}^\pm(x, t) &= \frac{\epsilon_0 A_0}{4} \frac{q_0^2}{k_0^2} \frac{\pi \operatorname{sign}(x - vt)}{(1 \mp M - 1)^3} \times \\ &\times \sin[q_0 M(x \mp c_A t)/(M \mp 1)] \operatorname{sh}^{-1}[\pi q_0/(1 \mp M - 1)2k_0]. \end{aligned} \quad (25)$$

6. *Заключение.* Анализ данных о вспышечной активности приводит к заключению о нетепловой природе излучения [19] и свидетельствует в пользу данного механизма. Отсутствие корреляции между амплитудами излучения в различных диапазонах спектра также может быть объяснено с помощью изложенного механизма, если учесть, что уединенная волна может встречать вдоль пути своего движения неоднородности разной формы и соответственно спектральный состав и форма излучения будут изменяться.

Более детальное обсуждение излучения вспыхивающих звезд на основании механизма переходного излучения и переходного рассеяния уединенных стационарных волн выходит за рамки настоящей работы.

Авторы благодарны Э. А. Акопяну за полезные дискуссии, Г. М. Гарибяну и участникам руководимого им семинара за обсуждение данной работы, О. С. Мергеляну за большую помощь в процессе выполнения работы и при постановке задачи.

ОТФ АН Узб.ССР

Институт радиофизики и электроники

АН Арм.ССР

LOW FREQUENCY RADIATION FROM SOLITARY MAGNETIC SOUND WAVES IN UNHOMOGENEOUS MAGNETIC FIELD

R. G. JANGIRIAN, F. A. KOSTANIAN

The perturbation theory has been developed for nonlinear equation of the Bussinesque type. In low-temperature magnetoactive plasma the solitary magnetic sound wave travelling in the direction transverse to that of the external magnetic field is shown to generate the pulses of magnetic field of the same shape as soliton when it crosses the jump of the magnetic field. The radiation propagates in both forward and backward directions relative to the direction of solitary wave propagation, at Alven velocity. When solitary wave propagates in unhomogeneous magnetic field the low-frequency radiation is shown to take place which is considered as the transition scattering of magnetic sound solitary wave.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. И. Седов, Методы подобия и размерности в механике, Наука, М., 1977.
2. И. А. Климишин, Б. И. Гнатык, Астрофизика, 17, 547, 1981.
3. Ю. А. Березин, Моделирование нелинейных волновых процессов, Наука, Новосибирск, 1982.
4. Ч. Р. Папаз, в сб. «Вспыхивающие звезды», изд. АН Арм.ССР, Ереван, 1977, стр. 175.
5. В. А. Амбарцумян, в сб. «Вспыхивающие звезды», изд. АН АрмССР, Ереван, 1977, стр. 180.
6. Г. Г. Бахшян, Г. М. Гарибян, Ян Ши, Астрофизика, 9, 371, 1973; 10, 93, 1974.
7. Р. Г. Джангирян, Ф. А. Костанян, ДАН Арм.ССР, 76, 89, 1983.
8. Г. А. Гурздян, Вспыхивающие звезды, Наука, М., 1973.
9. В. И. Карпман, Нелинейные волны в диспергирующих средах, Наука, М., 1977.
10. В. Е. Захаров, С. В. Манаков, С. П. Новиков, А. П. Питаевский, Теория солитонов: Метод обратной задачи, Наука, М., 1980.
11. Солитоны в действии, под ред. К. Лонгрена и Э. Скотта, Мир, М., 1981.
12. В. И. Карпман, ЖЭТФ, 77, 1382, 1979.
13. Р. Э. Сагдеев, Вопросы теории плазмы, 4, 20, Атомиздат, М., 1964.
14. В. И. Карпман, Е. М. Маслов, ЖЭТФ, 73, 537, 1977.
15. Э. Скотт, Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике, Советское радио, М., 1977.
16. Дж. Уизем, Линеиные и нелинейные волны, Мир, М., 1977.
17. Г. М. Гарибян, Теоретические основы переходного излучения, препринт ЕрФИ-27, Ереван, 1973.
18. П. К. Коу, Н. А. Цинцадзе, Д. Д. Цхакая, ЖЭТФ, 82, 1449, 1982.
19. В. А. Амбарцумян, Проблемы эволюции Вселенной, изд. АН Арм.ССР, Ереван, 1968.