

УДК 52—530.12

МЕДЛЕННОЕ ВРАЩЕНИЕ В БИМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Э. В. ЧУБАРЯН, А. В. САРКИСЯН

Поступила 6 июля 1983

Принята к печати 3 февраля 1984

В рамках биметрической теории тяготения получены и рассмотрены уравнения аксиально-симметричного гравитационного поля, описывающего поле вращающихся конфигураций. Записаны аналитические решения этих уравнений вне и найдены численные решения внутри конфигураций из вырожденного реального барионного газа. Рассчитаны моменты инерции этих же конфигураций в БТГ. Показано, что полученное в работе [10] уравнение и соответствующее решение неверны.

1. *Введение.* Биметрическая теория, предложенная Н. Розеном [1, 2], есть модифицированный вариант Общей Теории Относительности, удовлетворяющий принципам ковариантности и эквивалентности. Как известно, сингулярность Шварцшильда накладывает специфическое ограничение на класс стационарных решений уравнений Эйнштейна. Массы конфигураций, состоящих из вырожденного барионного вещества, не могут превышать значений порядка $1.55 M_{\odot}$ [3]. «Звезды» с массами $M > 1.55 M_{\odot}$ неизбежно должны коллапсировать и образовать так называемые «черные дыры». Однако пока нет достоверных наблюдательных фактов, подтверждающих существование последних.

С другой стороны, решения уравнений Биметрической Теории Гравитации (БТГ)

$$N_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} N = -8\pi k T_{\mu\nu} \quad (1)$$

для сферически-симметричного распределения масс не имеют таких сингулярностей, и массы вырожденного вещества не подвержены столь сильным ограничениям [4, 5]. Основным различием в формализме обеих теорий является использование в БТГ кроме метрического тензора $g_{\mu\nu}$ тензора $\Upsilon_{\mu\nu}$, что позволяет в принципе отделить чисто гравитационные эффекты от эффектов, связанных с неинерциальностью системы отсчета. Конкрет-

ный вид плоской метрики, по сути дела, фиксирует систему отсчета [6]. Так, выбор плоской метрики в виде (в системе $G = c = 1$)

$$d\sigma^2 = dt^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \quad (2)$$

означает, что мы имеем дело с инерциальной системой отсчета. В этом случае вид метрики, описывающей искривленное пространство, создаваемое статическим, сферически-симметрическим распределением масс, представляется в форме:

$$ds^2 = e^{2A(r)} dt^2 - e^{2B(r)} dr^2 - r^2 e^{2C(r)} (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (3)$$

Если же метрика искривленного пространства выбрана в шварцшильдовой форме:

$$ds^2 = e^{2A(R)} dt^2 - e^{2B(R)} dR^2 - R^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (4)$$

то $d\sigma^2$, и следовательно (плоская) инерциальная система отсчета будет единственна:

$$d\sigma^2 = dt^2 - e^{2A(R)} dR^2 - R^2 e^{2C(R)} (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (5)$$

Итак, мы видим, что вид метрики искривленного пространства жестко связан с видом плоской метрики, то есть с выбранной системой отсчета. Действительно, [6], произвол в выборе системы отсчета позволяет наложить некоторые условия на коэффициенты $g_{\mu\nu}$, а метрические коэффициенты тензора $\gamma_{\mu\nu}$ связаны соотношениями, выражающими тот факт, что $d\sigma^2$ является плоской. Эти условия не только помогают решению полевых уравнений, но и единственным образом определяют вид плоской метрики в каждом отдельном случае (системе отсчета).

2. *Аксиально-симметричное гравитационное поле.* Сферически-симметричные гравитационные поля были исследованы Н. Розеном, а также рядом других авторов [4, 5, 7, 8]. Нами были рассмотрены стационарные аксиально-симметричные поля: получены полевые уравнения и внешние решения этих уравнений в квадратичном по угловой скорости приближении

(приближение $\beta = \frac{\Omega^2}{8\pi\rho(0)}$) [9]. Представляется также интересным решить внутреннюю задачу—задачу вращающихся конфигураций, состоящих из вырожденного вещества в рамках БТГ Розена и сравнить результаты с аналогичными в ОТО. В настоящей работе задача решена в первом по Ω приближении, что соответствует рассмотрению вращения шара с учетом сил кориолисовых.

Метрики искривленного и плоского пространства запишем в виде

$$ds^2 = e^{2z} dt^2 - e^{2\psi} dr^2 - r^2 e^{2\chi} (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) - 2\omega r^2 e^{2\chi} \sin \theta d\varphi dt,$$

$$d\sigma^2 = dt^2 - dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (6)$$

$\omega(r, \theta)$ — нечетная функция по Ω .

Далее, если вычислить компоненты тензора N_{μ}^{ν} по формуле $N_{\mu}^{\nu} = -\frac{1}{2} (g^{\mu\lambda} g_{\nu\lambda})_{|\alpha}$, то окажется, что к известным из статической задачи компонентам N_{ν}^{ν} присоединится

$$N_0^3 = r^2 \sin^2 \theta e^{2\psi - 2\varphi} \left[\frac{\omega_{11}}{2} + \frac{\omega_1}{r} - \frac{\omega}{2r^2} + \left(\gamma_1 - \varphi_1 + \frac{1}{r} \right) \left(\omega_1 + \frac{\omega}{r} \right) \right] + \\ + \sin^2 \theta e^{2\psi - 2\varphi} \left[\frac{\omega_{22}}{2} + \frac{3}{2} \omega_2 \operatorname{ctg} \theta \right] - \frac{\omega}{2} \sin^2 \theta e^{2\psi - 2\varphi}, \quad (7)$$

где индексы 1 и 2 соответственно производные по r и θ . В свою очередь количество нетривиальных полевых уравнений делается равным трем:

$$\varphi_{11} + \frac{2}{r} \varphi_1 = 4\pi k (\rho + 3P), \quad k = e^{\varphi + 3\psi}, \quad (8)$$

$$\psi_{11} + \frac{2}{r} \psi_1 = -4\pi k (\rho - P), \quad (9)$$

$$\omega_{11} + \left[\frac{4}{r} + 2(\psi_1 - \varphi_1) \right] \omega_1 + \left[\frac{2}{r} (\psi_1 - \varphi_1) - 16\pi k (\rho + P) \right] \omega + \\ + \frac{1}{r^2} [\omega_{22} + 3\omega_2 \operatorname{ctg} \theta] = 16\pi k (\rho + P) \Omega, \quad (10)$$

где учтено, что $\dot{\psi} \equiv \chi$ [4] и что отличные от нуля компоненты четырех — скорости и тензора энергии-импульса в рассматриваемом приближении равны: $u^0 = e^{-\varphi}$; $u^3 = \Omega u^0$; $T_0^0 = \rho$; $T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -P$; $T_3^0 = -(P + \rho) r^2 e^{2\psi - 2\varphi} \sin^2 \theta (\omega + \Omega)$.

К этим уравнениям следует добавить также уравнение гидродинамического равновесия

$$\frac{d\varphi}{dr} = -\frac{1}{P + \rho} \frac{dP}{dr}. \quad (11)$$

Подставляя в (8)—(10) $P = \rho = 0$, получим полевые уравнения вне распределения масс, решения которых приводятся в [9]:

$$\varphi = -\frac{M}{r}; \quad \psi = \frac{M'}{r};$$

$$\omega = \sqrt{\beta} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{C_l}{r^{l+2}} F\left(l+1, 2l+2, -\frac{2(M+M')}{r}\right) P_l^{(1)}, \quad (12)$$

где

$$M = 4\pi \int_0^{R_0} k(\rho + 3P) r^2 dr, \quad M' = 4\pi \int_0^{R_0} k(\rho - P) r^2 dr,$$

C_l — константы интегрирования, $F(a, \beta, x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция.

Перед тем, как приступить к численным расчетам, определяющим внутреннюю структуру конфигураций, следует несколько видоизменить уравнение (10). Будем искать его решение в виде $\omega(r, \theta) = \sqrt{\beta} q(r, \theta) = \sqrt{\beta} \sum_{l=0}^{\infty} b_l Q_l(r) P_l^{(1)}$, где $P_l^{(1)}$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 P_l^{(1)}}{d\theta^2} + 3 \operatorname{ctg} \theta \frac{dP_l^{(1)}}{d\theta} + (l-1)(l+2) P_l^{(1)} = 0.$$

Значения констант C_l и b_l определяются из условия непрерывности $\omega(r, \theta)$ и ее первой производной по r на границе конфигурации: $b_l = C_l = 0$ ($l > 1$) и $b_1 \neq 0$, $C_1 \neq 0$, т. е. внешнее решение в приближении Ω определяется только константой C_1 :

$$\omega = \sqrt{\beta} \frac{C_1}{r^3} F\left(2, 4, -\frac{2(M+M')}{r}\right). \quad (13)$$

Внутри же, $Q_1(r)$ представляя в виде суммы решений однородного и неоднородного уравнений, $Q_1(r) = B j(r) + q_1(r)$. Значения постоянных B и C определяются условием непрерывности g_{03} компоненты метрического тензора и ее первой производной на границе конфигурации.

Важнейшей характеристикой вращающихся конфигураций является момент инерции, определяемый из выражения полного углового момента

$J = I\Omega = \int T_3^0 \sqrt{-g} d^3x$, откуда для момента инерции получаем:

$$I = \frac{8\pi}{3} \int_0^{R_0} (P + \rho) \left(\frac{q(r)}{\sqrt{8\pi\rho(0)}} + 1 \right) r^2 e^{5\psi - \varphi} dr. \quad (14)$$

Укажем, что полученное Фаликом и Офером [10] уравнение и его решение для медленно вращающихся конфигураций в БТГ неверно (см. [9] и настоящую работу).

Во-первых, при получении своего уравнения для неизвестной функции $\bar{\omega}$ (см. (2.10) в [10]) авторы пользуются неверным методом, записав его из формального сравнения интервалов ds^2 приводимых в статьях [11] и своей, не учитывая при этом тот факт, что в БТГ кроме ds^2 существует еще и плоская метрика $d\tau^2$. При этом, выбрав искривленную метрику в виде (см. (2.6) в [10])

$$ds^2 = H^2 dt^2 - Q^2 dR^2 - R^2 K^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta (d\varphi - L dt)^2),$$

мы обязаны записать $d\tau^2$ не в виде (2), а в виде (5), что совершенно меняет значения компонент тензора N_{μ}^{ν} (зависящего от ковариантных производных по $\gamma_{\mu\nu}$).

Во-вторых, недопустимость метода Фалика следует еще и из очень простых соображений. Действительно, в противном случае было бы возможно получить все уравнения БТГ (включая и для сферически-симметрического поля) Розена из простых сравнений с эйнштейновскими, что совершенно исключается.

Наконец, полученное нами из прямых (пользуясь формализмом БТГ) вычислений уравнение (10) и его решение (13) не совпадают с соответствующими из статьи Фалика. Они лишь имеют одинаковые асимптотические поведения при $r \gg R_0$, что является естественным следствием того, что БТГ вдали от гравитирующих тел (слабые поля) в первом приближении совпадает с ОТО, а решение Фалика есть не что иное, как решение ОТО, записанное в биметрических обозначениях.

5. Численные расчеты. Уравнения (8)—(11) были интегрированы численно на ЭВМ ИВМ для ряда значений плотности энергии в центре. На поверхности внутреннее решение должно непрерывным образом перейти во внешнее. Отсюда следует, что для каждой конфигурации, определяемой параметром $\rho(0) = \rho_c$, значения $\varphi(0)$ и $\psi(0)$ находились путем многократных повторных интегрирований от центра до расстояния R_0 ($P(R_0) = 0$). Поиски проводились до выполнения граничного условия.

$$\begin{aligned} R_0 \varphi_1(R_0) + \varphi(R_0) &= 0, \\ R_0 \psi_1(R_0) + \psi(R_0) &= 0. \end{aligned} \tag{15}$$

Чтобы не проводить пробных интегрирований, введем новые переменные $\bar{\varphi} = \varphi(r) - \varphi(0)$; $\bar{\psi} = \psi(r) - \psi(0)$; $r = x e^{-1/2(\varphi(0) + 3\psi(0))}$, что позволит записать полевые уравнения с вполне определенными начальными условиями:

$$\rho(0) = \rho_c, \quad \bar{\varphi}(0) = \bar{\psi}(0) = Q(0) = Q_1(0) = j_1(0) = 0, \quad j(0) = \text{const}, \quad (16)$$

тогда из граничных условий (15) находим

$$\begin{aligned} \varphi(0) &= -X_0 \frac{d}{dx} \bar{\varphi}(X_0) - \bar{\varphi}(X_0), \\ \psi(0) &= -X_0 \frac{d}{dx} \bar{\psi}(X_0) - \bar{\psi}(X_0), \end{aligned} \quad (17)$$

где $X_0 = R_0 e^{1/2(\varphi(0) + 3\psi(0))}$.

Расчеты были проведены для реальных барионных звезд с уравнением состояния из [3] (уравнение состояния 1) и с уравнением состояния, учитывающим наличие π^- -конденсата в ядерной материи [5] (уравнение состояния 2).

Численное интегрирование проводилось для целого ряда значений центральных плотностей, охватывающих области белых карликов и барионных звезд. Результаты расчетов представлены табл. 1—2 и рис. 1—3.

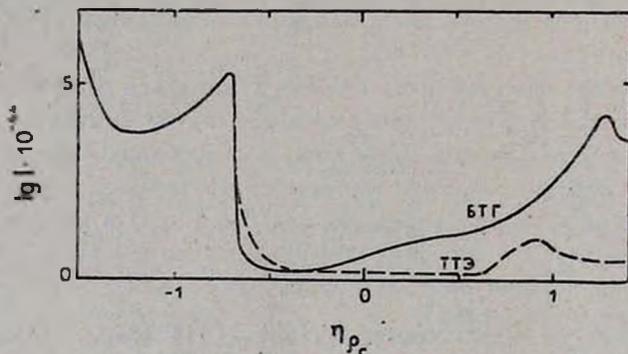


Рис. 1. Зависимость полного релятивистского момента инерции от центральной плотности ($\eta_{\rho_c} = \text{arctg} \lg \rho_c / \rho_{\text{яд}}$).

В табл. 1—2 представлены, соответственно, результаты численного интегрирования с уравнением состояния 1 и уравнением состояния 2. В верхней части табл. 1 приводятся интегральные параметры этих конфигураций в БТГ, а в нижней — ТТЭ.

Максимальное значение массы плотных конфигураций смещено на 3 порядка в стороны больших плотностей. Так, если по теории Эйнштейна максимум массы получается при $\rho'(0) = 3.58 \cdot 10^{15} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ ($M^p = 1.55 M_{\odot}$), то в БТГ $\rho'(0) = 3.6 \cdot 10^{18} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ ($M^B = 16.083 M_{\odot}$).

Учитывая, что к «биметрическим» конфигурациям можно применить тот же критерий устойчивости [13], смещение области возрастания $M(\rho_c)$

Таблица 1

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВРАЩАЮЩИХСЯ
 КОНФИГУРАЦИЙ, СОСТОЯЩИХ ИЗ
 ВЫРОЖДЕННОГО ВЕЩЕСТВА

БТГ

ρ_c	M	R_0	l	Ω_{\max}	E_B	N
$\text{г}\cdot\text{см}^{-3}$	M_{\odot}	km	$10^{45} \text{ г}\cdot\text{см}^2$	10^3 с^{-1}	10^{50} эрг	10^{57}
$2.45 \cdot 10^{11}$	0.99	594	438	0.03	1.37	1.18
$2.64 \cdot 10^{13}$	0.89	1400	2300	0.007	0.49	1.06
$5.64 \cdot 10^{14}$	0.67	12.28	0.55	6.16	105	0.83
$2.12 \cdot 10^{15}$	1.89	9.38	2.15	11.8	1500	2.6
$8.5 \cdot 10^{15}$	3.7	8.41	8.63	13.3	7660	6.13
$4.22 \cdot 10^{16}$	7.31	9.62	73.72	9.55	$3.4 \cdot 10^4$	16.9
$6.27 \cdot 10^{17}$	14.59	12.77	1085	5.16	$1.4 \cdot 10^5$	53.6
$4.63 \cdot 10^{18}$	16.29	13.35	1395	4.58	$1.5 \cdot 10^5$	65.1
$1.26 \cdot 10^{19}$	15.74	13.04	380	4.8	$4.4 \cdot 10^4$	61.2

ТТЭ

$2.45 \cdot 10^{11}$	0.99	594	438	0.3	1.37	1.18
$2.64 \cdot 10^{13}$	0.89	1400	2300	0.007	0.49	1.06
$5.97 \cdot 10^{13}$	0.73	3800	$1.9 \cdot 10^4$	0.001	0.16	1.01
$5.51 \cdot 10^{14}$	0.64	1.3	0.49	6.22	94.7	0.81
$8.14 \cdot 10^{15}$	1.18	11.8	0.99	9.76	472	0.81
$1.65 \cdot 10^{15}$	1.39	10.9	1.12	11.9	797	0.82
$2.44 \cdot 10^{15}$	1.51	10.2	1.11	13.7	1048	0.85
$5.58 \cdot 10^{15}$	1.53	8.31	0.85	18.8	1509	0.88
$5.53 \cdot 10^{16}$	1.17	6.51	0.33	23.7	928	0.68

кривой в БТГ, указывает на то, что класс стационарных нейтронных звезд намного превышает «эйнштейновские». Сравнивая значения для M с результатами предыдущих работ, полученными на основе более «мягких» уравнений состояния с учетом наличия в ядрах π^- -мезонов ($M^B = 12.71 M_{\odot}$) и уравнения состояния для идеального барионного газа ($M^B = 0.797 M_{\odot}$) [7], можно еще раз убедиться в том, что чем жестче уравнение состояния, тем больше максимально возможное значение массы.

В последнем столбце таблиц записаны значения полного числа частиц. Если через n обозначить плотность числа барионов, то их полное число можно рассчитать по формуле

Таблица 2

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВРАЩАЮЩИХСЯ
КОНФИГУРАЦИЙ ИЗ ВЫРОЖДЕННОГО
ВЕЩЕСТВА С π -КОНДЕНСАТОМ

БТГ

ρ_0	M	R_0	l	Ω	E_B	N
$\text{врг} \cdot \text{см}^{-3}$	M_{\odot}	км	$10^{45} \text{ г} \cdot \text{см}^2$	10^3 с^{-1}	10^{50} врг	10^{57}
$1.2 \cdot 10^{33}$	0.02	262	102	0.12	7.7	0.03
$6.7 \cdot 10^{33}$	0.24	8.61	0.11	6.63	23.8	0.29
$2.2 \cdot 10^{34}$	0.44	8.99	0.25	8.04	81.8	0.54
$4.5 \cdot 10^{34}$	0.46	3.53	0.23	8.83	90.1	0.57
$2.2 \cdot 10^{35}$	0.45	8.09	0.12	11.43	78.5	0.52
$4.7 \cdot 10^{37}$	3.2	3.74	6.19	22.20	$1.5 \cdot 10^4$	8.72
$6.5 \cdot 10^{38}$	10.74	7.23	379	6.08	$7 \cdot 10^4$	65.25
$3.9 \cdot 10^{39}$	12.49	7.87	389	5.05	2.10^4	85.92
$6.5 \cdot 10^{40}$	11.17	7.29	379	5.93	$2.6 \cdot 10^5$	69.51

ТТЭ

$6.5 \cdot 10^{25}$	1.05	3739	49700	0.002	0.66	1.04
$6.5 \cdot 10^{28}$	0.87	809	1200	0.015	1.31	1.11
$6.5 \cdot 10^{32}$	0.86	1380	2700	0.007	0.59	1.14
$1.2 \cdot 10^{33}$	0.02	262	102	0.12	23.7	1.12
$6.5 \cdot 10^{33}$	0.22	8.82	0.097	6.52	20.63	0.31
$5.6 \cdot 10^{34}$	0.45	8.89	0.216	9.22	91.77	1.65
$6.5 \cdot 10^{35}$	0.35	6.78	0.072	12.21	53.63	1.21
$6.5 \cdot 10^{36}$	0.29	3.09	0.012	36.11	78.24	0.9
$6.5 \cdot 10^{37}$	0.54	2.27	0.031	78.26	949	0.91

$$N = \int V \sqrt{-g} n u^0 d^3x. \quad (18)$$

Учитывая, что в рассматриваемом Ω приближении $u^0 = e^{-\psi(r)}$ для полного числа барионов биметрических конфигураций получим

$$N = 4\pi \int_0^{R_0} e^{3\psi} n(r) r^2 dr. \quad (19)$$

Максимальное значение угловой скорости вращения определяется из условия отсутствия истечения вещества при вращении. Это условие может быть найдено из уравнений гидродинамического равновесия

$$T_{\nu}^{\mu}{}_{;\mu} = 0, \quad (20)$$

которые в биметрической теории не содержатся в полевых уравнениях и являются независимыми.

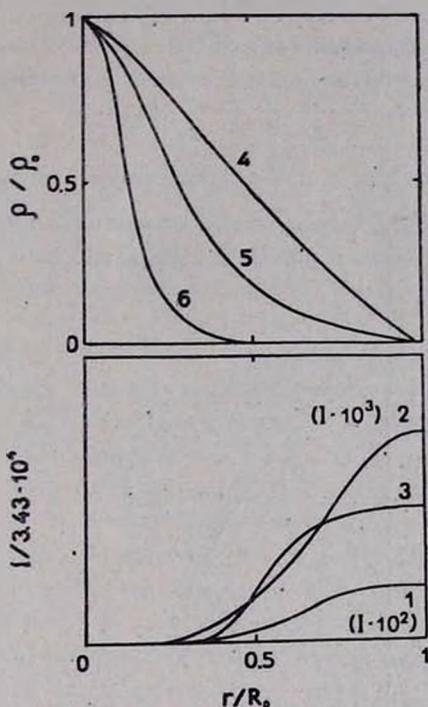


Рис. 2. Распределение накопленного момента инерции и плотности вдоль радиуса (для конфигураций с $\rho_c = 5.64 \cdot 10^{14}$ г см $^{-3}$ — кривая 1; $\rho_c = 2.12 \cdot 10^{15}$ г см $^{-3}$ — кривая 2; $\rho_c = 3.44 \cdot 10^{16}$ г см $^{-3}$ — 3; $\rho_c = 3.44 \cdot 10^{16}$ г см $^{-3}$ — 4; $\rho_c = 4.22 \cdot 10^{17}$ г см $^{-3}$ — 5; $\rho_c = 4.63 \cdot 10^{18}$ г см $^{-3}$ — 6).

Если теперь использовать соотношения

$$\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial x^\nu}, \quad \frac{\partial}{\partial x^\nu} (g_{\mu\nu} u^\mu u^\nu) = 0, \quad (21)$$

то для уравнения гидродинамического равновесия получим

$$\frac{1}{P + \rho} dP(r, \theta) = d \ln u^0(r, \theta). \quad (22)$$

Для твердотельно вращающихся конфигураций от нуля отличны только две компоненты четырехмерной скорости:

$$u^3 = \Omega u^0, \quad u^0 = [e^{2\varphi} - e^{2\psi} r^2 (\omega + \Omega)^2 \sin^2 \theta]^{-1/2}. \quad (23)$$

Как показывают численные расчеты значение функции ω максимально в центре звезды, всегда меньше Ω и монотонно убывает с ростом r , обращаясь в нуль на бесконечности. Поэтому с целью упрощения дальнейших расчетов в (23) ω будем опускать. Тогда уравнение (22) на экваторе конфигураций ($\theta = \pi/2$) запишется так:

$$\frac{1}{P + \rho} \frac{dP}{d\rho} = - \frac{d\varphi}{dr} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \ln(1 - e^{2\psi - 2\varphi} r^2 \Omega^2). \quad (24)$$

Здесь для функций P , ρ , φ и ψ используются их „сферические“ значения.

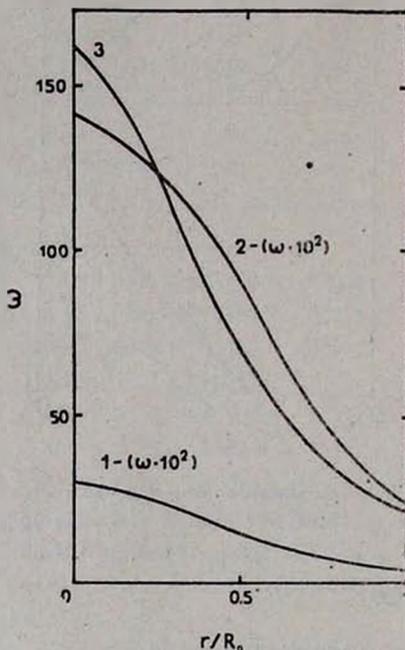


Рис. 3. Зависимость $\omega(r)$ для конфигураций с $\rho_c = 5.46 \cdot 10^{14}$ г см $^{-3}$ — кривая 1; $\rho_c = 2.12 \cdot 10^{15}$ г см $^{-3}$ — 2; $\rho_c = 4.63 \cdot 10^{18}$ г см $^{-3}$ — 3.

На поверхности конфигураций из-за отсутствия градиента давления левая часть (24) приравнивается нулю, т. е. получим условие равенства гравитационных и центробежных сил на экваториальной поверхности звезды (условие отсутствия истечения вещества), откуда для максимально возможного значения угловой скорости вращения в рассматриваемом приближении получаем

$$\Omega_{\max}^2 = \frac{M^2 e^{2\varphi(R_0) - 2\psi(R_0)}}{R_0^3 (1 - \psi(R_0))}. \quad (25)$$

При тех же предположениях из (22) в ТТЭ получаем

$$\Omega_{\max}^2 = (g_{00})_1 / 2R_0. \quad (26)$$

В табл. 1—2 кроме значений (25) и (26) для различных конфигураций приведены также значения энергии вращения, которая рассчитана как

$$E_B = \frac{I\Omega_{\max}^2}{2}. \quad (27)$$

Как видно из таблицы, в области максимального значения массы и момента инерции барионных звезд энергия вращения порядка 50% (10% конфигураций с π^- -конденсатом) от полной энергии. Для эйнштейновских конфигураций она составляет 5.5% (1.1%) Mc^2 . В случае же белых карликов в обеих теориях их отношение составляет доли процента. Это обстоятельство, по-видимому, связано с компактностью биметрических конфигураций и с тем, что БТГ допускает большие значения для Ω_{\max} . Отмеченное различие в величине энергии вращения, конечно, является релятивистским эффектом (в ньютоновском пределе, конечно, этой разницы нет).

Рис. 1 представляет зависимость полного релятивистского момента инерции от центральной плотности. В области метастабильных звезд с небольшим нуклонным ядром (до значения $\rho_c \sim 10^{14}$ г см $^{-3}$) разница между значениями I биметрических (сплошная кривая) и эйнштейновских (пунктирная кривая) незначительна. Дальнейшее увеличение центральной плотности делает более ощутимой эту разницу. В области нейтронных звезд она достигает значения $I^B/I^E \sim 10^3$. Наконец, при сверхвысоких плотностях $I(\rho_c)$ осциллирует и в БТГ и ТТЭ. Эта осцилляция момента инерции (а также массы, радиуса, полного числа барионов), видимо, как и в ТТЭ [12], обусловлена специальным видом уравнения состояния $P = \text{const } \rho$ в центральной области конфигураций при релятивистских плотностях.

Рис. 2 показывает распределение релятивистского момента инерции $I(r)$ вдоль радиуса при центральных плотностях $\rho_c = 5.64 \cdot 10^{14}$ г см $^{-3}$ (кривая 1), $\rho_c = 2.12 \cdot 10^{15}$ г см $^{-3}$ (кривая 2) и $\rho_c = 4.63 \cdot 10^{16}$ г см $^{-3}$ (кривая 3).

Легко заметить, что насыщение $I(r)$ у менее плотных конфигураций происходит в более глубоких областях звезды. При $\rho_c \rightarrow \infty$, как показывают расчеты, $I(r)$ растет вплоть до самой поверхности.

На том же рисунке представлены кривые, определяющие распределение плотности внутри конфигураций, при $\rho_c = 3.44 \cdot 10^{15}$ г см $^{-3}$ (кривая 4), $\rho_c = 3.2 \cdot 10^{16}$ г см $^{-3}$ (кривая 5) и $\rho_c = 4.63 \cdot 10^{16}$ г см $^{-3}$ (кривая 6). Компактные конфигурации, как видно из рисунка, свою основную

массу собирают в более глубоких слоях, т. е. чем компактнее звезда, тем в относительно меньшем объеме фактически сосредоточена ее реальная масса.

В эйнштейновской теории, как и в ньютоновской, величина центробежных сил, действующих на выделенный элемент, зависит от скорости вращения в локальной системе отсчета. Однако из ТТЭ известно, что локальная система «увлекается» вращающимся телом. Это явление известно как эффект Лензе—Тирринга [14]. Рассмотрим процесс увлечения локально инерциальной системы во вращение звезды в рамках БТГ. Задача нахождения гравитационного поля, создаваемого равномерно вращающимся телом, была решена в неподвижной (инерциальной) системе отсчета, тогда плоская метрика выбиралась в виде (6). Однако при изучении движения пробного тела в таком поле задачу удобней решать в свободно падающей системе отсчета. В поле вращающегося тела такая система отсчета (а значит и пробное тело) падает ускоренно по радиусу на центральное тело и вращается вокруг него вследствие увлечения. Нахождение вида плоской метрики в такой системе отсчета позволит определить силы инерции и угловую скорость увлечения.

Записав метрики ds^2 и $d\sigma^2$ в виде

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad d\sigma^2 = \gamma_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (28)$$

где $g_{\mu\nu}$ и $\gamma_{\mu\nu}$ — функции τ , R и θ , можно с помощью преобразований типа

$$t = t(\tau, R, \theta), \quad r = r(\tau, R, \theta), \quad \theta = \theta', \quad \varphi' = \varphi + f(\tau, R, \theta)$$

наложить условия $g_{00} = 1$, $g_{01} = g_{02} = 0$, означающие использование свободно падающей системы отсчета. При этом остается неизменной компонента $\gamma'_{33} = \gamma_{33} = -r^2 \sin^2 \theta$. В этом случае десять уравнений поля вместе с шестью условиями, накладываемыми на плоскую метрику ($P_{\mu\nu\rho} = 0$) позволяют определить 16 оставшихся функций $g_{\mu\nu}$ и $\gamma_{\mu\nu}$. В свободно падающей системе отсчета задача нахождения этих функций была решена в квадратичном по угловой скорости Ω приближении. Тогда плоская метрика вдали от вращающегося тела такова [6]:

$$\begin{aligned} d\sigma^2 = & \left(1 + \frac{r}{r} - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \sin^2 \theta\right) c^2 d\tau^2 - \frac{r}{r} dR^2 - \\ & - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) - \frac{2\omega^2 r^2}{c} \sin^2 \theta dR d\tau + 2\omega r^2 \sin^2 \theta d\varphi d\tau - \\ & - \frac{2\omega r^2}{c} \sin^2 \theta dR d\varphi + 3\beta b_1 \sin 2\theta d\theta d\tau - \frac{3\beta b_1 r}{r} \sin 2\theta dR d\theta. \end{aligned} \quad (29)$$

Величины r и ω определяются выражениями

$$\omega = C_1/r^3.$$

$$r = r_g \left[\frac{3(R - c\tau)}{2r_g} \right]^{2/3} \left\{ 1 + C_0^3 \left(\frac{2r_g}{3(R - c\tau)} \right)^{1/3} P_2 \right\}^{2/3}, \quad (30)$$

$b = \frac{C_2}{\sqrt{r}}$; $b = \frac{C_3}{\sqrt{r}}$; P_2 — полином Лежандра. Постоянные C_0 , C_2 и C_3 могут быть найдены путем сшивки с внутренним решением.

Как следует из вида γ_{00} , выбранная система отсчета падает в радиальном направлении к центру с ускорением $g \approx \frac{GM}{r^2}$ и вращается (увлекается) с угловой скоростью ω вокруг тела, что приводит к появлению в плоской метрике γ_{00} потенциала r_g/r и потенциала центробежных сил $-\frac{\omega^2 r^2}{c^2} \sin^2 \theta$.

Итак, зависимость ω от r является важной характеристикой звезды, так как с ней связана угловая скорость вращения частицы падающей из бесконечности в гравитационное поле вращающегося тела. Вне этого тела ω имеет вид (13). На рис. 3 показана зависимость ω от r вдоль радиуса конфигурации при $\rho_c = 5.64 \cdot 10^{11}$ г см⁻³ (кривая 1), $\rho_c = 2.12 \cdot 10^{13}$ г см⁻³ (кривая 2), $\rho_c = 4.63 \cdot 10^{18}$ г см⁻³ (кривая 3). Как видно из рисунка, ω максимальна в центре и монотонно убывает с ростом r . Отметим, что центральное значение с ростом ρ_c растет вследствие увеличения гравитационных сил. Иначе говоря, увлечение частицы, падающей в поле вращающегося тела, является следствием наличия в метрике ds^2 недиагонального члена (центробежных сил), который является чисто релятивистским эффектом и исчезает в нерелятивистском пределе.

Как известно, многие рентгеновские источники, открытые с помощью спутников, были отождествлены с тесными двойными системами. Лебедь X-1 и (3U 1956+35) одна из них. Как считается, она состоит из звезды, находящейся на главной последовательности, с массой $M > 10 M_\odot$ и сколлапсированного объекта с $M \sim 9-15 M_\odot$ [15]. Однако рассмотрение стабильных конфигураций в БТГ приводит нас к мысли, что в Лебедь X-1 источником рентгеновского излучения может являться не «черная дыра», а нейтронная звезда с $N \sim 1.4 \cdot 10^{68}$ и $I \sim 34.5 \cdot 10^{46}$ г см².

SLOW ROTATION IN THE BIMETRIC THEORY
OF GRAVITATION

E. V. CHUBARIAN, A. V. SARKISSIAN

In the frame of the bimetric theory of gravitation the equations of axial-symmetric gravitational field, describing the field of rotating configurations are obtained and examined. The analytical solutions of these equations out of configurations are found. The equations are solved numerically in the first approximation to the angular velocity for the configurations consisting of real barion gas. The moments of inertia of these configurations in the BTG are calculated. It is shown that the equations and the appropriate solution, obtained by Falik and Opher [10] are incorrect.

ЛИТЕРАТУРА

1. *N. Rosen*, *Gen. Rel. Grav.*, 4, 435, 1973.
2. *N. Rosen*, *Gen. Rel. Grav.*, 84, 455, 1974.
3. *Г. С. Саакян*, *Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс*, Наука, М., 1972.
4. *Г. С. Саакян, А. В. Саркисян, Б. В. Хачатрян, Э. В. Чубарян*, *Астрофизика*, 14, 3, 1978.
5. *А. В. Саркисян, Б. В. Хачатрян, Э. В. Чубарян*, *Астрофизика*, 15, 506, 1979.
6. *Р. М. Авакян, Е. В. Чубарян, В. В. Хачатрян, А. В. Саркисян*, *Astrophys. Space Sci.*, 68, 347, 1980.
7. *А. В. Саркисян, Б. В. Хачатрян*, *Уч. зап. ЕГУ*, № 2, 1978.
8. *N. Rosen, J. Rosen*, *Ap. J.*, 212, 605, 1977.
9. *V. V. Paroyan, A. V. Sarkissian, E. V. Chubarian*, *Astrophys. Space Sci.*, 64, 65, 1979.
10. *D. Falik, R. Opher*, *Gen. Rel. Grav.*, 10, 343, 1979.
11. *J. V. Hartle*, *Ap. J.*, 150, 1005, 1967.
12. *Н. А. Дмитриев, С. А. Холин*, *Вопросы космогонии*, 9, 254, 1963.
13. *V. Balak*, *Abstracts of 9-th Inter. Conf. GRG, Jena*, 2, 457, 1980.
14. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, *Теория поля*, Наука, М., 1973.
15. *Р. Манчестер, Дж. Тейлор*, *Пульсары*, Мир, М., 1980.