АСТРОФИЗИКА

ТОМ 20 АПРЕЛЬ, 1984 ВЫПУСК 2

УДК 52—6

ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В БЕСКОНЕЧНОЙ АТМОСФЕРЕ

Ж. М. ДЛУГАЧ, Э. Г. ЯНОВИЦКИЙ

Поступила 25 марта 1983

Принята к печати 20 января 1984

Рассматривается бесконечная однородная атмосфера, содержащая плоский мононаправленный источник. Изучается введенный в [3] коэффициент отражения ρ_∞ в такой атмосфере. Предложен метод численного расчета ρ_∞, оценена его эффективность и даны некоторые результаты расчета для сред с индикатрисой рассеяния Хеньи—Гринстейна различной степени вытянутости и с разным поглощением. Получена асимптотическая формула для ρ_∞ при почти консервативном рассеянии. Показано, что знание коэффициента отражения от полубесконечной атмосферы и ρ_∞ позволяет предложить простой безытерационный метод расчета функции Грина в полубесконечной однородной атмосфере.

1. *Введение.* Проблема переноса излучения в бесконечной однородной атмосфере является простейшей в иерархии задач теории рассеяния света в средах с плоской геометрией. Ее решение представляет не только чисто академический интерес. Связано это с тем, что при изучении асимптотических свойств полей излучения в оптически толстых средах требуется знать поле излучения в бесконечной атмосфере. Кроме того, как будет показано в настоящей работе, решение указанной проблемы позволяет построить простой алгоритм определения функции Грина в полубесконечной среде.

Перенос излучения в бесконечной однородной атмосфере изучался уже давно (см., например, [1, 2]). В работах [3, 4] было введено понятие о коэффициенте отражения ρ_∞ в бесконечной среде с плоским мононаправленным источником. Для ρ_∞ были получены линейные интегральные уравнения и установлена тесная связь ρ_∞ с коэффициентом отражения ρ от полупространства. Оказалось, что функция ρ_∞ дополняет набор хорошо известных [2] стандартных угловых функций i, u и ρ теории переноса излучения в средах с плоской геометрией, делая его в определенном смысле полным (подробнее см. [4]).

К настоящему времени функции i, u и ρ хорошо изучены, разработаны эффективные численные методы их расчета, имеются довольно подробные таблицы (см., например, [2, гл. 2], [5], [6, гл. 5 и 11]). Поведение же функции ρ_∞ практически не исследовано (исключение — случай изотропного рассеяния [3]). В настоящей работе предложен метод численного расчета ρ_∞, оценена его эффективность и приведены некоторые результаты вычислений для сред с индикатрисами рассеяния различной степени вытянутости и с разным поглощением. Подробно исследован случай почти консервативного рассеяния. Показано, что знание ρ_∞ позволяет простым безытерационным способом рассчитать функцию Грина для полубесконечной атмосферы.

2. *Основные соотношения и метод расчета.* Рассмотрим бесконечную среду, в которой источник и приемник лежат в одной плоскости $(\tau = 0)$. Пусть источник излучает под углом $\arccos \mu_0$ к положительному направлению оптических глубин τ при азимуте φ_0 $(\mu_0 \geqslant 0)$. Мощность источника считается нормированной так, что интенсивность его прямого излучения при $\tau = +0$ равна $\pi\delta(\mu - \mu_0)\,\delta(\varphi - \varphi_0)$. Пусть $I_\infty(\tau, \mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0)$ — интенсивность диффузного излучения на уровне τ; μ — косинус угла между направлением распространения излучения и положительным направлением оси τ, φ — соответствующий азимут. Положим

$$I_\infty(0, -\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = \rho_\infty(\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0)\,\mu_0 \quad (\mu \in [-1, 1]). \tag{1}$$

Функция $\rho_\infty(\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0)$ была введена в [3] и названа коэффициентом отражения в бесконечной среде.

В дальнейшем мы будем рассматривать, в основном, лишь нулевую гармонику $\rho_\infty(\mu, \mu_0)$ в разложении $\rho_\infty(\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0)$ в ряд Фурье по азимуту (так называемый усредненный по азимуту коэффициент отражения). Согласно [4],

$$\rho_\infty(\mu, \mu_0) = \rho(\mu, \mu_0) + 2\int_0^1 \rho(\mu, \mu')\,\rho_\infty(-\mu', \mu_0)\,\mu' d\mu' \tag{2}$$

$$\rho_\infty(-\mu, \mu_0) = 2\int_0^1 \rho(\mu, \mu')\,\rho_\infty(\mu', \mu_0)\,\mu' d\mu', \tag{3}$$

а также

$$\rho_\infty(\mu, \mu_0) = \rho(\mu, \mu_0) + 2\int_0^1 \rho_\infty(-\mu, \mu')\,\rho(\mu', \mu_0)\,\mu' d\mu', \tag{4}$$

$$\rho_\infty(-\mu, \mu_0) = 2\int_0^1 \rho_\infty(\mu, \mu')\rho(\mu', \mu_0)\mu' d\mu'. \tag{5}$$

Здесь $\rho(\mu, \mu_0)$ — усредненный по азимуту коэффициент отражения полубесконечной среды. Ввиду того, что методы расчета $\rho(\mu, \mu_0)$ хорошо разработаны (см., например, [5]), соотношения (2)—(5) можно рассматривать как уравнения для определения ρ_∞ по известным ρ.

Кроме того, как показано в [4], имеют место соотношения

$$i(\mu) = Mu(\mu) + 2M\int_0^1 \rho_\infty(-\mu, \mu')u(\mu')\mu' d\mu', \tag{6}$$

$$i(-\mu) = 2M\int_0^1 \rho_\infty(\mu, \mu')u(\mu')\mu' d\mu', \tag{7}$$

где $u(\mu)$ — граничная интенсивность излучения в задаче Милна, $i(\mu)$ — диффузионное угловое распределение, M — нормировочная постоянная:

$$M = 2\int_{-1}^1 i^2(\mu)\mu d\mu.$$

Для нахождения $\rho_\infty(\mu, \mu_0)$ можно воспользоваться системой линейных интегральных уравнений (2)—(3), решая ее методом последовательных приближений, положив в качестве начального приближения

$$\rho_\infty^{(1)}(\mu, \mu_0) = \rho(\mu, \mu_0), \ \rho_\infty^{(1)}(-\mu, \mu_0) = 0.$$

Решение прекращается, когда в пределах заданной точности δ для всех μ и μ_0

$$|\rho_\infty^{(n+1)} - \rho_\infty^{(n)}| \leqslant \delta. \tag{8}$$

Отметим, что для ускорения сходимости итерационного процесса целесообразно использовать интегральные соотношения (6), (7) аналогично тому, как это делается для нахождения коэффициента отражения полубесконечной атмосферы (см. [5]).

Проведенная нами проверка показала, что для индикатрисы рассеяния Хеньи—Гринстейна при $g = 0.75$ и $\lambda = 0.999$ (g — параметр вытянутости индикатрисы, λ — альбедо однократного рассеяния) при $\delta = 10^{-4}$ требуется 33 и 6 итераций соответственно при обычном методе последовательных приближений и при использовании ускорения сходимости.

Обратим внимание еще на одно важное обстоятельство. Зная ρ_∞ и интенсивность излучения $I(\tau, \mu, \mu_0)$ в полубесконечной среде, освещенной снаружи параллельными лучами (безытерационный метод ее расчета изложен в [7, 8]), легко простым интегрированием найти интенсивность излучения в бесконечной среде. Именно,

$$I_\infty(\tau, \mu, \mu_0) = I(\tau, \mu, \mu_0) + e^{-\tau/\mu}\theta(\mu)\rho_\infty(-\mu, \mu_0)\mu_0 + \\ + 2\mu_0\int_0^1 I(\tau, \mu, \mu')\rho_\infty(-\mu', \mu_0)\,d\mu' \tag{9}$$

$$I_\infty(-\tau, \mu, \mu_0) = e^{-\tau/\mu}\theta(\mu)\rho_\infty(\mu, \mu_0)\mu_0 + \\ + 2\mu_0\int_0^1 I(\tau, -\mu, \mu')\rho_\infty(\mu', \mu_0)\,d\mu', \tag{10}$$

($\tau \geqslant 0$, $\mu_0 \in [0;\ 1]$, $\mu \in [-1;\ 1]$). Тем самым определяется функция Грина в бесконечной среде $G_\infty(\tau, \mu, \mu_0)$ для любого расстояния τ между источником и приемником, так как по определению [3]

$$G_\infty(\tau, \mu, \mu_0)\mu_0 = 2I_\infty(\tau, \mu, \mu_0) + \delta(\mu - \mu_0)e^{-\tau/\mu_0}\theta(\tau). \tag{11}$$

Знание же функции Грина G_∞ позволяет найти функцию Грина $G(\tau_1, \mu;\ \tau, \mu_0)$ для полубесконечной атмосферы, поскольку, как показано в [9, 10] (см. также [11]) для $\tau, \tau_1 \geqslant 0$

$$G(\tau_1, \mu;\ \tau, \mu_0) = \\ = G_\infty(\tau_1 - \tau, \mu, \mu_0) - \int_0^1 G(\tau, \mu;\ 0, \mu')\,G_\infty(-\tau, \mu', \mu_0)\,\mu' d\mu'. \tag{12}$$

Здесь τ и τ_1 — оптические глубины, на которых в полубесконечной среде расположены источник и приемник, $G(\tau, \mu;\ 0, \mu_0)$ — поверхностная функция Грина

$$G(\tau, \mu;\ 0, \mu_0)\mu_0 = 2I(\tau, \mu, \mu_0) + \delta(\mu - \mu_0)e^{-\tau/\mu_0}. \tag{13}$$

Таким образом, знание коэффициентов отражения ρ и ρ_∞ позволяет затем простым интегрированием без каких-либо итераций найти не только интенсивность излучения в полубесконечной среде при ее облучении извне ([7], [8]), но и при любых внутренних источниках.

3. *Почти консервативное рассеяние.* При $\lambda \to 1$ функция ρ_∞ расходится как $(1-\lambda)^{-1/2}$. В этом случае ее можно искать в виде ($\mu \in [-1;\ 1]$)

$$M\rho_{\infty}(\mu, \mu_0) = 1 - \frac{3k}{3-x_1}\rho_0^*(\mu, \mu_0) + 3(1-\lambda)\rho_1^*(\mu, \mu_0) + O(k^3), \tag{14}$$

где $k = \sqrt{(1-\lambda)(3-x_1)}$, x_n — коэффициенты разложения индикатрисы рассеяния по полиномам Лежандра, ρ_0^* и ρ_1^* — функции, подлежащие определению. Чтобы получить уравнения для ρ_0^* воспользуемся известным разложением (см., например, [2, гл. 2])

$$\rho(\mu, \mu_0) = \rho_0(\mu, \mu_0) - \frac{4k}{3-x_1}u_0(\mu)u_0(\mu_0) + O(k^2). \tag{15}$$

Здесь ρ_0 и u_0 — функции ρ и u при $\lambda = 1$.

Подставляя (14) и (15) в (2) и (5), получаем систему уравнений для нахождения ρ_0^* [4]

$$\rho_0^*(\mu, \mu_0) = \frac{4}{3}u_0(\mu) -$$

$$- \frac{8}{3}\rho_0(\mu, \mu_0) + 2\int_0^1 \rho_0(\mu, \mu')\rho_0^*(-\mu', \mu_0)\mu' d\mu', \tag{16}$$

$$\rho_0^*(-\mu, \mu_0) = \frac{4}{3}u_0(\mu_0) + 2\int_0^1 \rho_0^*(\mu, \mu')\rho_0(\mu', \mu_0)\mu' d\mu'. \tag{17}$$

Решение этой системы неединственно. Согласно [4], имеющая необходимый физический смысл функция ρ_0^* должна удовлетворять интегральным соотношениям

$$\int_{-1}^{1} \rho_0^*(\mu, \mu_0)\mu d\mu = -\frac{2}{3}, \tag{18}$$

$$\int_{-1}^{1} \rho_0^*(\mu, \mu_0)\mu^2 d\mu = \frac{2}{3}\mu_0. \tag{19}$$

При решении системы уравнений (16), (17) методом итераций в качестве начального приближения положим

$$\rho_0^{*(1)}(\mu, \mu_0) = \frac{4}{3}u_0(\mu) - \frac{8}{3}\rho_0(\mu, \mu_0), \qquad \rho_0^{*(1)}(-\mu, \mu_0) = \frac{4}{3}u_0(\mu_0). \tag{20}$$

При каждой n-ой итерации ($n = 2, 3, \ldots$) потребуем, чтобы удовлетворялись и соотношения (18), (19). Перепишем их в виде

$$A(\mu_0)\int_0^1 \rho_0^*(\mu, \mu_0)\,\mu d\mu - B(\mu_0)\int_0^1 \rho_0^*(-\mu, \mu_0)\,\mu d\mu = -\frac{2}{3}, \tag{21}$$

$$A(\mu_0)\int_0^1 \rho_0^*(\mu, \mu_0)\,\mu^2 d\mu + B(\mu_0)\int_0^1 \rho_0^*(-\mu, \mu_0)\,\mu^2 d\mu = \frac{2}{3}\mu_0, \tag{22}$$

откуда

$$B(\mu_0) = \frac{\dfrac{2}{3}\left[\mu_0 + \dfrac{\int_0^1 \rho_0^{*(n)}(\mu, \mu_0)\,\mu^2 d\mu}{\int_0^1 \rho_0^{*(n)}(\mu, \mu_0)\,\mu d\mu}\right]}{\dfrac{\int_0^1 \rho_0^{*(n)}(-\mu, \mu_0)\,\mu d\mu}{\int_0^1 \rho_0^{*(n)}(\mu, \mu_0)\,\mu d\mu}\int_0^1 \rho_0^{*(n)}(\mu, \mu_0)\,\mu^2 d\mu + \int_0^1 \rho_0^{*(n)}(-\mu, \mu_0)\,\mu^2 d\mu}, \tag{23}$$

$$A(\mu_0) = \frac{B(\mu_0)\int_0^1 \rho_0^{*(n)}(-\mu, \mu_0)\,\mu d\mu - \dfrac{2}{3}}{\int_0^1 \rho_0^{*(n)}(\mu, \mu_0)\,\mu d\mu}. \tag{24}$$

Понятно, что, если для всех μ и μ_0 $\rho_0^{*(n)}$ удовлетворяет (18) и (19), то $A(\mu_0) = B(\mu_0) \equiv 1$. В противном случае в правую часть уравнений (16) и (17) нужно подставлять не $\rho_0^{*(n)}(\pm\mu, \mu_0)$, а $\rho_0^{*(n)}(\mu, \mu_0)\,A(\mu_0)$ и $\rho_0^{*(n)}(-\mu, \mu_0)\,B(\mu_0)$. Как обычно, решение системы (16), (17) прекращается, когда в пределах заданной точности δ при неком $n = N$

$$|\rho_0^{*(N+1)} - \rho_0^{*(N)}| \leqslant \delta \tag{25}$$

для всех μ и μ_0.

Что же касается функции $\rho_1^*(\mu, \mu_0)$, то, действуя способом, описанным в [4] при выводе уравнений для $\rho_0^*(\mu, \mu_0)$ и воспользовавшись асимптотической формулой (см. [2, гл. 2, § 5])

$$2\int_0^1 \rho(\mu, \mu_0)\,\mu d\mu = 1 - \frac{4k}{3-x_1}u_0(\mu_0) +$$

$$+\left[\frac{15}{5-x_2}v_0(\mu_0) + \frac{4\varepsilon_0}{3-x_1}u_0(\mu_0)\right](1-\lambda) + O(k^3),$$

нетрудно прийти к следующим уравнениям ($\mu, \mu_0 > 0$):

$$\rho_1^*(\mu, \mu_0) = -\frac{4}{3-x_1}u_0(\mu)\mu_0 + \frac{5}{5-x_2}v_0(\mu) +$$

$$+2\int_0^1 \rho_0(\mu, \mu')\rho_1^*(-\mu', \mu_0)\,\mu' d\mu', \tag{26}$$

$$\rho_1^*(-\mu, \mu_0) = \frac{4}{3-x_1}u_0(\mu)\mu_0 + \frac{5}{3-x_2}v_0(\mu) +$$

$$+2\int_0^1 \rho_0(\mu, \mu')\rho_1^*(\mu', \mu_0)\,\mu' d\mu', \tag{27}$$

где

$$v_0(\mu) = \mu^2 - 2\int_0^1 \rho_0(\mu, \mu')\,\mu'^3 d\mu', \qquad \varepsilon_0 = 6\int_0^1 u_0(\mu)\,\mu^3 d\mu. \tag{28}$$

Кроме системы уравнений (27). (28), функция ρ_1^* удовлетворяет также интегральным соотношениям:

$$6\int_0^1 \rho_1^*(\mu, \mu')\,u_0(\mu')\,\mu' d\mu' = 1 + \frac{10P_2(\mu)}{5-x_2} + \frac{5\varepsilon_0 - x_2}{5-x_2} - \frac{9\gamma_0\mu}{3-x_1}, \tag{29}$$

$$2\int_{-1}^1 \rho_1^*(\mu, \mu')\,\mu' d\mu' = -\frac{4}{3-x_1}\mu, \tag{30}$$

$$2\int_{-1}^1 \rho_1^*(\mu, \mu')\,\mu'^2 d\mu' = \frac{4}{9}\left[1 + \frac{4-x_2}{5-x_2} + \frac{15}{5-x_2}\mu^3\right], \tag{31}$$

где $P_2(\mu)$ — второй полином Лежандра, а

$$\gamma_0 = 2\int_0^1 u_0(\mu)\,\mu^2 d\mu. \tag{32}$$

Заметим, что согласно [3]

$$[\rho_\infty(+0, \mu_0) - \rho_\infty(-0, \mu_0) = \frac{\lambda}{4}\chi(0, \mu_0), \tag{33}$$

где χ — усредненная по азимуту индикатриса рассеяния. Из (14) и (33) следует, что ρ_0^* испытывает скачок в точке $\mu = 0$, в то время как ρ_1^* непрерывна по μ. Непосредственной подстановкой в уравнения (26) и (27) нетрудно убедиться, что

$$\rho_1^*(\mu, \mu_0) = -\frac{2}{3}\frac{x_2}{5-x_2} - \frac{3}{3-x_1}\mu\mu_0 + \frac{5}{5-x_2}(\mu^2 + \mu_0^2), \tag{34}$$

для $\mu \in [-1;\ 1]$. Легко проверить, что выражение (34) удовлетворяет также соотношениям (29)—(31).

Таким образом, хотя для второго члена разложения (15) и отсутствует явное аналитическое представление, следующий член выражается простой формулой (34).

4. *Численные результаты.* Изложенным выше методом нами были рассчитаны $\rho_\infty(\pm\mu, \mu_0)$ для индикатрисы рассеяния Хеньи-Гринстейна с $g = 0.5$ и 0.75 при $\lambda = 0.999$ и 0.99, а также $\rho_0^*(\pm\mu, \mu_0)$. Интегрирование проводилось с использованием восьмиточечной квадратурной формулы Гаусса. Значение δ принималось равным 10^{-4}.

Для проверки точности были рассчитаны $\rho_\infty(\pm\mu, \mu_0)$ для изотропного рассеяния и $\lambda = 0.9$. Сравнение наших результатов с данными, приведенными в [3], показало, что они согласуются между собой с точностью не хуже $5 \cdot 10^{-4}$. Кроме того, для индикатрисы рассеяния Хеньи-Гринстейна с $g = 0.75$ рассчитанные значения $\rho_\infty(\pm\mu, \mu_0)$ были подставлены в правую часть уравнений (29)—(30) из работы [3], а $\rho_0^*(\pm\mu, \mu_0)$ — в правую часть уравнений (23)—(24) из [4]. Совпадение между левой и правой частью указанных уравнений также оказалось не хуже $5 \cdot 10^{-4}$.

В табл. 1 для $g = 0.75$ даны вычисленные значения $\rho_0^*(\pm\mu, \mu_0)$ (верхняя часть таблицы — $\rho_0^*(\mu, \mu_0)$, нижняя часть — $\rho_0^*(-\mu, \mu_0)$. Полученные величины усредненного по азимуту коэффициента отражения $\rho_\infty(\pm\mu, \mu_0)$ приведены в табл. 2, 3. Все результаты даны в узлах восьмиточечной квадратуры Гаусса на интервале [0; 1].

Кроме того, рассчитывались также азимутальные гармоники $\rho_\infty^m(\pm\mu, \mu_0)$ коэффициента отражения (m — номер гармоники). Использовался метод итераций к уравнениям (2), (3), в которых ρ и ρ_∞ заменялись соответственно на ρ^m и ρ_∞^m. Сходимость итерационного процесса оказалась весьма высокой. Анализ полученных результатов показывает, что азимутальные гармоники ρ_∞^m затухают по мере роста m аналогично тому, как это происходит и с гармониками „обычного“ коэффициента отражения ρ^m (см. [8]). В качестве примера в табл. 4 и 5 приведены первая и вторая азимутальные гармоники для $\lambda = 0.99$ при $g = 0.75$.

Таблица 1

ФУНКЦИИ $\rho_0^*(\pm\mu,\mu_0)$ ДЛЯ $g = 0.75$

μ_0 \ μ	0.020	0.102	0.237	0.408	0.592	0.763	0.898	0.980	μ_0
	−50.61	−16.51	−5.858	−2.080	−0.627	0.040	0.388	0.557	0.020
		−9.602	−4.531	−1.958	−0.723	−0.085	0.264	0.437	0.102
0.020	−5.257		−2.835	−1.530	−0.688	−0.167	0.146	0.308	0.237
0.102	−2.763	−1.561		−0.992	−0.515	−0.153	0.092	0.227	0.408
0.237	−1.270	−0.670	−0.138		−0.284	−0.061	0.111	0.213	0.592
0.408	−0.403	−0.071	0.276	0.585		0.062	0.175	0.247	0.763
0.592	0.119	0.337	0.595	0.850	1.084		0.248	0.299	0.898
0.763	0.458	0.624	0.839	1.066	1.284	1.475		0.339	0.980
0.898	0.677	0.819	1.013	1.226	1.436	1.622	1.766		
0.980	0.795	0.928	1.112	1.319	1.525	1.709	1.852	1.937	

Таблица 2

ФУНКЦИИ $\rho_\infty(\pm\mu,\mu_0)$ ДЛЯ $g = 0.75$, $\lambda = 0.999$

μ_0 \ μ	0.020	0.102	0.237	0.408	0.592	0.763	0.898	0.980	μ_0
	22.36	9.587	5.597	4.186	3.646	3.402	3.277	3.217	0.020
		6.998	5.100	4.139	3.680	3.446	3.320	3.259	0.102
0.020	5.370		4.464	3.977	3.665	3.474	3.360	3.303	0.237
0.102	4.437	3.988		3.775	3.598	3.466	3.377	3.329	0.408
0.237	3.880	3.656	3.460		3.512	3.430	3.367	3.331	0.592
0.408	3.558	3.436	3.310	3.199		3.384	3.343	3.317	0.763
0.592	3.367	3.288	3.196	3.108	3.028		3.316	3.297	0.898
0.763	3.246	3.187	3.112	3.035	2.963	2.901		3.283	0.980
0.898	3.170	3.120	3.053	2.982	2.914	2.855	2.811		
0.980	3.129	3.083	3.020	2.952	2.886	2.828	2.784	2.759	

Таблица 3

ФУНКЦИИ $\rho_\infty(\pm\mu,\mu_0)$ ДЛЯ $g = 0.75$, $\lambda = 0.99$

μ_0 \ μ	0.020	0.102	0.237	0.408	0.592	0.763	0.898	0.980	μ_0
	19.77	7.125	3.184	1.799	1.278	1.049	0.937	0.885	0.020
		4.560	2.688	1.748	1.306	1.087	0.974	0.920	0.102
0.020	2.940		2.060	1.584	1.285	1.107	1.005	0.954	0.237
0.102	2.027	1.590		1.387	1.217	1.093	1.013	0.971	0.408
0.237	1.487	1.272	1.087		1.132	1.056	0.999	0.967	0.592
0.408	1.181	1.065	0.950	0.854		1.011	0.974	0.951	0.763
0.592	1.005	0.933	0.852	0.779	0.717		0.948	0.931	0.898
0.763	0.899	0.846	0.783	0.722	0.669	0.626		0.918	0.980
0.898	0.834	0.792	0.738	0.683	0.635	0.595	0.566		
0.980	0.801	0.763	0.713	0.662	0.616	0.578	0.550	0.535	

Таблица 4

ФУНКЦИИ $\rho^1_\infty(\pm\mu,\mu_0)$ ДЛЯ $g = 0.75$, $\lambda = 0.99$

μ_0 \ μ	0.020	0.102	0.237	0.408	0.592	0.763	0.898	0.980	μ_0
	16.59	5.224	1.757	0.616	0.242	0.105	0.047	0.017	0.020
		2.895	1.278	0.536	0.234	0.108	0.050	0.018	0.102
0.020	1.441		0.741	0.385	0.194	0.097	0.047	0.018	0.237
0.102	0.730	0.413		0.240	0.138	0.076	0.039	0.015	0.408
0.237	0.345	0.210	0.114		0.089	0.053	0.028	0.011	0.592
0.408	0.161	0.104	0.059	0.032		0.033	0.019	0.007	0.763
0.592	0.077	0.052	0.031	0.017	0.009		0.011	0.004	0.898
0.763	0.038	0.026	0.016	0.009	0.005	0.002		0.002	0.980
0.898	0.019	0.013	0.008	0.005	0.003	0.001	0.001		
0.980	0.007	0.005	0.003	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	

На рисунках, содержащихся в работе [3], прослежен характер изменения ρ_∞ в зависимости от вариаций μ_0 и λ при изотропном рассеянии. На аналогичном рисунке мы иллюстрируем характер относительного изменения нулевой гармоники коэффициента отражения ρ_∞ по мере роста степени вытянутости индикатрисы рассеяния. Как видно, с увеличением g степень деизотропизации интенсивности излучения растет, причем тем сильнее, чем меньше μ_0.

Таблица 5

ФУНКЦИИ $\rho^2_-(\pm\mu,\mu_0)$ ДЛЯ $g = 0.75$, $\lambda = 0.99$

μ_0 \ μ	0.020	0.102	0.237	0.408	0.592	0.763	0.898	0.980	μ_0
	13.75	4.113	1.243	0.362	0.109	0.034	0.009	0.001	0.020
		2.121	0.822	0.284	0.096	0.031	0.009	0.001	0.102
0.020	0.892		0.409	0.173	0.067	0.024	0.007	0.001	0.237
0.102	0.401	0.198		0.087	0.038	0.015	0.005	0.001	0.408
0.237	0.158	0.083	0.036		0.019	0.008	0.003	0.000	0.592
0.408	0.057	0.031	0.014	0.006		0.004	0.001	0.000	0.763
0.592	0.020	0.012	0.005	0.002	0.001		0.000	0.000	0.898
0.763	0.007	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000		0.000	0.980
0.898	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000		
0.980	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	

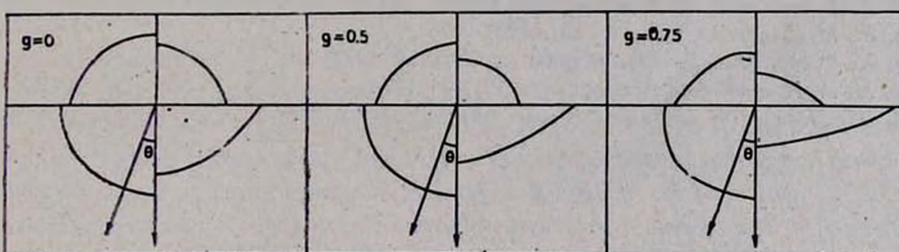

Рис. 1. Относительное угловое распределение усредненной по азимуту интенсивности излучения $I(\theta) = \rho_\infty(\pm\mu, \mu_0)/\rho_\infty(\mu_0, \mu_0)$ в зависимости от полярного угла $\theta = \arccos\mu$ для индикатрис рассеяния разной степени вытянутости при $\lambda = 0.99$. Слева от полярной оси $\mu_0 = 0.980$, справа — $\mu_0 = 0.237$.

В заключение выражаем искреннюю признательность В. В. Иванову за ряд замечаний, сделанных в ходе выполнения настоящей работы.

Главная астрономическая обсерватория
АН УССР

RADIATION FIELD IN AN INFINITE ATMOSPHERE

J. M. DLUGACH, E. G. YANOVITSKIJ

An infinite homogeneous atmosphere with a plane unidirectional source is considered. Introduced in [3] reflection coefficient ρ_∞ for such an atmosphere is studied. A numerical method for the computation of

ρ_- is suggested and the efficiency of this method is estimated. Some results of computations for the Henyey-Greenstein phase function with different anisotropy and absorption are given. An asymptotic formula for ρ_- in a nearly conservative case is obtained. The knowledge of the reflection coefficient of a semi-infinite atmosphere and ρ_- renders the possibility to suggest a simple non-iterative method for computation of Green's function in a semi-infinite homogeneous atmosphere.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Амбарцумян*, Научные труды, т. 1. Ереван, изд-во АН АрмССР, 1960.
2. *В. В. Соболев*, Рассеяние света в атмосферах планет, М., Наука, 1972.
3. *В. В. Иванов*, Астрофизика, 12, 255, 1976.
4. *В. В. Иванов*, Астрофизика, 12, 566, 1976.
5. *J. M. Dlugach, E.G. Yanovitskij*, Icarus, 22, N 1, 66, 1974.
6. *H. C. van de Hulst*, Multiple light scattering. Tables, formulas and applications, Vol I, II, Academic Press, 1980.
7. *В. В. Иванов*, Астрон. ж., 52, 217, 1975.
8. *Ж. М. Длугач*, Астрон. ж., 53, 1295, 1976.
9. *Х. Домке, В. В. Иванов*, Астрон. ж., 52, 1034, 1975.
10. *М. А. Мнацаканян*, Астрофизика, 12, 451 1976.
11. *В. В. Иванов, Е. В. Волков*, Труды АО ЛГУ, 35, 3, 1979.