АСТРОФИЗИКА

ТОМ 20 АПРЕЛЬ, 1984 ВЫПУСК 2

ОБЗОР

УДК 52—64

ОБРАЗОВАНИЕ ЭМИССИОННЫХ СПЕКТРОВ В ДВИЖАЩИХСЯ СРЕДАХ

В. П. ГРИНИН

Обзор затрагивает следующие основные проблемы: 1) вероятностный метод Соболева; 2) обобщение вероятностного метода на случай нелокального радиационного взаимодействия; 3) основные характерные длины и асимптотики ядерных функций; 4) профили спектральных линий в случае сверхзвуковых движений; 5) другие асимптотические и приближенные методы; 6) численные методы; 7) многоуровенные задачи; 8) образование мазерных линий в движущихся средах; 9) световое давление в спектральных линиях. Обзор завершается заключительным замечанием.

Введение. Эмиссионные линии, принадлежащие различным атомам и молекулам, присутствуют в спектрах многих астрофизических объектов и являются чувствительными индикаторами состояния излучающего газа. Сам факт появления эмиссии свидетельствует прежде всего о том, что это состояние существенно отклоняется от ЛТР. Поэтому при интерпретации спектров этих объектов требуется совместное решение системы кинетических уравнений для населенностей уровней и уравнений переноса излучения в частотах спектральных линий. Другой важной особенностью большинства объектов с эмиссионными спектрами является отсутствие в области образования эмиссии гидростатического равновесия и, как следствие этого, наличие в ней крупномасштабных дифференциальных движений. Последняя особенность имеет принципиальное значение, поскольку вследствие смещения резонансных частот излучающих и поглощающих атомов и связанного с ним просветления среды поле скоростей оказывает непосредственное влияние не только на профили спектральных линий, но и на состояние возбуждения излучающего газа.

Первые попытки расчета профилей спектральных линий для расширяющихся оболочек звезд типа Вольф—Райе были предприняты еще в 30-х годах К. Билсом [1, 2], Б. П. Герасимовичем [3] и С. Чандрасекаром [4]. Указанным авторам, однако, не удалось продвинуться дальше решения отдельных частных задач для простейшего случая оптически тонкого в линиях газа. Впоследствии В. Мак-Кри и К. Митра [5] вывели уравнение переноса излучения в спектральной линии в среде с градиентом скорости, решение которого было получено в двух-потоковом приближении С. Чандрасекаром [6, 7] для случая прямоугольного профиля коэффициента поглощения.

Существенное продвижение вперед в этой области связано с опубликованием в конце 40-х годов В. В. Соболевым цикла работ [8—12] по теории движущихся оболочек звезд, суммированных в монографии [13], в которых был впервые сформулирован вероятностный подход к решению задач о диффузии излучения в спектральных линиях в среде со сверхзвуковыми движениями. Первоначально этот метод был развит для случая прямоугольного профиля коэффициента поглощения. В дальнейшем он был обобщен В. В. Соболевым [14] на случай произвольного профиля в приближении полного перераспределения по частоте в сопутствующей системе координат.

Появление вероятностного метода сыграло решающую роль в развитии теории переноса излучения в движущихся средах и сделало возможным решение практических задач, связанных с интерпретацией эмиссионных спектров звезд типа Be и Вольф—Райе [8, 11—22], симбиотических и новоподобных звезд [23, 24], горячих сверхгигантов [25], вспышек звезд типа UV Кита [26] и многих других объектов.

В середине шестидесятых годов в астрофизике был сделан ряд выдающихся открытий, стимулировавших дальнейшее развитие теории. Были открыты квазары и мазерные источники. С развитием внеатмосферной астрономии появилась возможность наблюдать резонансные линии ионов C IV, Si IV, Mg II и т. д., находящиеся в ультрафиолетовой области спектра, что привело к открытию звездного ветра. Возникла новая область астрофизики — молекулярная радиоспектроскопия. В результате значительно расширился диапазон физических условий, сопутствующих образованию эмиссионных спектров, что повлекло за собой рассмотрение новых кинематических моделей и создание подходящих методов решения уравнения переноса излучения, а также стимулировало исследования светового давления, производимого излучением в спектральных линиях на газ.

Результаты, полученные в этой области до 1975 г., суммированы в обзорах [27—29]. Назначение данной статьи — дать читателю систематизированное представление о современном состоянии теории с учетом результатов, полученных в последние годы.

1. *Вероятностный метод Соболева.* Уравнение переноса излучения в частотах спектральной линии в среде с градиентом скорости в фиксированной системе координат имеет вид:

$$\frac{dI_{\nu}}{ds} = k_{\nu'} I_{\nu} - j_{\nu}. \tag{1.1}$$

Здесь $\nu' = \nu - (\nu_0/c)\, v_{\vec{s}}$, где $v_{\vec{s}}$ — проекция вектора скорости на направление $\vec{s}$, $k_{\nu} = k\alpha(x)$ — объемный коэффициент поглощения в линии, где $\alpha(x)$ — нормированный на единицу профиль коэффициента поглощения, $x = (\nu - \nu_0)/\Delta\nu_D$ — безразмерная частота, выраженная в единицах доплеровской полуширины профиля $\Delta\nu_D$, k — интегральный коэффициент поглощения в спектральной линии, j_{ν} — объемный коэффициент излучения, зависящий в общем случае от угла рассеяния и от соотношения между частотами излучения до и после рассеяния.

Для перехода от уравнения (1.1) к интегральному уравнению для функции источников воспользуемся стандартным приближением изотропного рассеяния с полным перераспределением по частоте (ППЧ) в сопутствующей системе координат. Согласно К. Маньяну [30], Д. Михаласу и др. [31], В. Хамману и Р. Кудрицкому [32], результаты, полученные в рамках этого приближения и при истинном перераспределении по частоте (ИПЧ), мало отличаются друг от друга, причем при доплеровском профиле эти различия в движущихся средах меньше, чем в случае неподвижной среды.

При ППЧ $j_{\nu} = k_{\nu} S$, где S — функция источников, определяемая соотношением:

$$S(\vec{r}) = \lambda J(\vec{r}) + g(\vec{r}), \tag{1.2}$$

λ — вероятность выживания кванта, J — интегральная интенсивность

$$J(\vec{r}) = \int \frac{d\Omega}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} I_x \alpha(x')\, dx', \tag{1.3}$$

$I_x = \Delta\nu_D I_{\nu}$ — интенсивность, рассчитанная на единичный интервал безразмерных частот.

Свободный член в (1.2) определяется первичными источниками возбуждения и граничными условиями. При возбуждении атомов электронными ударами $g(\vec{r}) = (1 - \lambda) B(T_e)$, где B — функция Планка на частоте спектральной линии, T_e — электронная температура. В задачах с ненулевыми граничными условиями $g(\vec{r})$ зависит от интенсивности внешнего излучения, а также от геометрии среды и поля скоростей.

Переписывая (1.1) в сопутствующей системе координат и выполняя интегрирование по s, с учетом приведенных выше соотношений получаем интегральное уравнение

$$S(\vec{r}) = \lambda \int\limits_V K(\vec{r}, \vec{r}')S(\vec{r}')d\vec{r}' + g(\vec{r}), \tag{1.4}$$

в котором ядерная функция по определению представляет собой плотность вероятности переноса возбуждения излучением из точки $\vec{r}'$ в точку $\vec{r}$.

1.1. *Вероятность выхода кванта.* В случае неподвижной среды ядро K нормировано так, что интеграл по бесконечному объему равен единице:

$$\int K(\vec{r}, \vec{r}')\, d\vec{r}' = 1. \tag{1.5}$$

Это отражает тот очевидный факт, что квант, излученный в бесконечной среде, будет рано или поздно в ней же и поглощен.

Как показал В. В. Соболев [13, 14], принципиальное отличие процесса диффузии излучения в среде с градиентом скорости состоит в том, что нормировочное условие (1.5) в этом случае не выполняется и интеграл по бесконечному пространству от соответствующей ядерной функции всегда меньше единицы. Фактически это означает, что в результате просветления среды вследствие градиента скорости существует отличная от нуля вероятность выхода кванта из точки среды, находящейся формально на бесконечном расстоянии от ее границы:

$$\beta(\vec{r}) = 1 - \int K(\vec{r}, \vec{r}')\, d\vec{r}' > 0. \tag{1.6}$$

В констатации этого факта и заключается суть вероятностного метода.

Следующий шаг на пути упрощения уравнения (1.4) учитывает то обстоятельство, что при сверхзвуковых движениях фотовозбуждение в произвольной точке среды определяется радиационным взаимодействием с ее локальной окрестностью. Характерный размер этой окрестности s_0 зависит от полуширины профиля коэффициента поглощения и величины градиента скорости в данной точке. Например, при доплеровском профиле коэффициента поглощения $s_0 \simeq v_T/|dv_{\vec{s}}/ds|$.

Если характерный размер среды много больше s_0, то тогда в интегральном члене (1.4) можно приближенно заменить: $S(\vec{r}') \simeq S(\vec{r})$, при вычислении оптического расстояния между точками $\vec{r}'$ и $\vec{r}$ — принять коэффициент поглощения равным значению в точке $\vec{r}$, и, наконец, интегрирование по конечному объему V — заменить интегрированием по бесконечному пространству. В результате вместо интегрального уравнения (1.4) с чрезвычайно сложным ядром получим простое алгебраическое уравнение:

$$S(\vec{r})\,[1-\lambda+\lambda\beta(\vec{r})]=g(\vec{r}), \tag{1.7}$$

связывающее функцию источников в точке $\vec{r}$ с локальными характеристиками среды в этой же точке. В силу сделанных приближений это уравнение определяет степень возбуждения в глубоких слоях среды на расстоянии от границы, много большем s_0. Его точность тем выше, чем больше характерная скорость внутренних движений по сравнению с тепловой скоростью (или скоростью звука). Поэтому в литературе иногда встречается другое название вероятностного метода — сверхзвуковая аппроксимация.

Ниже приводится краткая сводка данных о ядерных функциях и вероятностях выхода кванта для основных типов геометрии среды и поля скоростей.

1.2. *Плоско-параллельный слой с постоянным градиентом скорости.* Согласно [14] в этом случае функция источников удовлетворяет уравнению:

$$S(t)=\lambda\int_0^T K(|t-t'|,\ \gamma)\,S(t')\,dt'+g(t), \tag{1.8}$$

где

$$K(t,\gamma)=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{d\mu}{\mu}\int_{-\infty}^{+\infty}\alpha(x)\,\alpha(x+\gamma\mu t)\,e^{-\int_0^t \alpha(x+\gamma\mu t')\frac{dt'}{\mu}}\,dx, \tag{1.9}$$

$$t=\int_0^z k(z)\,dz;\qquad T=\int_0^{z_0} k(z)\,dz \tag{1.10}$$

— оптическое расстояние от границы среды и оптическая толщина слоя без учета градиента скорости, $\mu=\cos\theta$, где θ — угол между вектором $\vec{s}$ и нормалью к поверхности слоя z, γ — градиент безразмерной скорости (здесь и ниже за исключением специально оговоренных случаев тепловая скорость v_T принята за единицу).

Соответствующая вероятность выхода кванта определяется соотношением:

$$\beta = 1 - \int_{-\infty}^{+\infty} K(t, \gamma)\, dt = \int_0^1 \frac{1 - e^{-\tau(\mu)}}{\tau(\mu)} d\mu, \qquad (1.11)$$

где

$$\tau(\mu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x + \gamma\mu l) \frac{dl}{\mu} = \mu^{-2} |\gamma|^{-1} \qquad (1.12)$$

— эффективная оптическая толщина слоя с учетом градиента скорости в направлении, составляющем угол θ с нормалью. Ее главное отличие от оптической толщины неподвижной среды T состоит в том, что величина τ не зависит от геометрической толщины слоя z_0 и определяется локальными значениями объемного коэффициента поглощения и градиента скорости.

Из соотношений (1.11) и (1.12) видно также, что вероятность выхода не зависит от типа профиля коэффициента поглощения. Частным следствием этого является установленный в [14] факт совпадения функциональной зависимости β от τ в случае прямоугольного и реальных профилей коэффициента поглощения. Объясняется это тем, что в отличие от неподвижной среды, где выход излучения через границу происходит в результате смещения частоты фотона в крыло линии и, следовательно, весьма чувствителен к виду $\alpha(x)$, в движущихся средах вероятность выхода определяется тем, насколько быстро на пути движения фотона набегает из-за градиента скорости смещение резонансных частот поглощающих атомов на величину, равную полуширине профиля коэффициента поглощения. В результате при сверхзвуковых движениях вероятность выхода кванта, а следовательно, и степень возбуждения атомов в глубине слоя практически не зависит от особенностей профиля $\alpha(x)$. Последнее означает, что она не чувствительна также и к типу перераспределения по частоте, что подтверждается непосредственно результатами соответствующих расчетов (см. ниже). Эта универсальность выражения (1.11) является одним из наиболее интересных и нетривиальных следствий эффекта просветления среды, обусловленного внутренними движениями.

В заключение этого пункта отметим, что с вероятностью выхода связано также представление свободного члена в задачах с ненулевыми граничными условиями. Например, при изотропном освещении слоя излучением интенсивностью I_*:

$$g(t) = \frac{\lambda}{2} I_* L(t, \gamma), \qquad (1.13)$$

где

$$L(t, \gamma) = \int_0^1 d\mu \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) \exp\left\{-\int_0^t \alpha(x + \gamma\mu t') \frac{dt'}{\mu}\right\} dx \qquad (1.14)$$

— вероятность выхода кванта, излученного в точке t, через границу $t = 0$, связанная с ядерной функцией (1.9) соотношением:

$$L(t, \gamma) = 1 - 2\int_0^t K(t', \gamma)\, dt'. \qquad (1.15)$$

В асимптотической области $\gamma t \to \infty$ величина $L(t, \gamma)$ постоянна и равна β.

1.3. *Сферически-симметричные движения.* Обобщение вероятностного метода на случай сферически-симметричных движений было сделано В. В. Соболевым [13, 14] для случая прямоугольного профиля и затем Дж. Кастором [33] для произвольного $\alpha(x)$. С учетом отмеченной выше инвариантности β к виду профиля коэффициента поглощения результаты этих работ в области сверхзвуковых движений тождественны друг другу.

Обозначая через $\psi(r, \theta)$ — градиент безразмерной скорости в точке $\vec{r}$ в направлении вектора $\vec{s} = \vec{r}' - \vec{r}$, составляющего угол θ с вектором $\vec{r}$:

$$\frac{dv_{\vec{s}}}{ds} = \psi(r, \theta) = \frac{dv}{dr}\cos^2\theta + \frac{v}{r}\sin^2\theta, \qquad (1.16)$$

ядро $K(\vec{r}, \vec{r}')$ в пределах малой окрестности точки $\vec{r}\,(s = |\vec{s}| \ll r)$ можно представить в виде:

$$K(r, \vec{s}) = \frac{1}{4\pi s^2} K_1(r, s\psi(r, \theta)), \qquad (1.17)$$

где K_1 — так называемое, одномерное ядро, определяющее плотность вероятности переноса возбуждения из точки r в направлении θ:

$$K_1(r, s\psi) = k(r)\int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x)\,\alpha(x + s\psi) \times$$

$$\times \exp\left\{-k(r)\int_0^s \alpha(x + s'\psi)\, ds'\right\} dx. \qquad (1.18)$$

Подставляя (1.17) в выражение для вероятности выхода:

$$\beta(r) = 1 - 4\pi \int_0^1 d\mu \int_0^\infty K(r, s\psi(r, \mu))\, s^2 ds, \tag{1.19}$$

после интегрирования по s приходим вновь к выражению (1.11), в котором теперь

$$\tau(r, \mu) = k(r)\,|\psi(r, \mu)|^{-1}. \tag{1.20}$$

В важном частном случае изотропного расширения $(v(r) \sim r)$ $\psi(r, \mu) = v(r)/r = A$; $\tau(r, \mu) = \tau(r) = k(r)/A$. С учетом этого из (1.19) и (1.20) получаем:

$$\beta(r) = (1 - e^{-\tau})/\tau. \tag{1.21}$$

Соотношение (1.21) соответствует одномерному представлению β и в случае $\tau \gg 1$ дает чрезвычайно простую связь: $\beta = 1/\tau$ (в оригинальной работе [13] последняя величина обозначена через β^0).

В задачах с центральным источником свободный член $g(r)$ связан с вероятностью выхода кванта соотношением [33]:

$$g(r) = \frac{\lambda}{2} \int_{\mu_*}^1 I_*(\mu)\, \frac{1 - e^{-\tau(r, \mu)}}{\tau(r, \mu)}\, d\mu, \tag{1.22}$$

где $\mu_* = \sqrt{1 - (r/r_*)^2}$, r_* — радиус источника. Пренебрегая здесь тонким эффектом потемнения от центра диска к краю, имеем приближенно:

$$g(r) \simeq \lambda I_* W(r)\, \beta(r), \tag{1.23}$$

где $W(r)$ — коэффициент дилюции.

1.4. *Аксиально-симметричные движения.* При решении задач с аксиально-симметричными движениями часто используется приближение цилиндрической симметрии, в котором поле скоростей характеризуется двумя компонентами: тангенциальной (трансверсальной) u и радиальной v, и все параметры среды и поля излучения зависят только от расстояния до оси вращения r. Соответствующее этому случаю обобщение вероятностного метода дано в [34]. Следуя этой работе, для определения градиента скорости $dv_{\vec{s}}/ds$ введем сопутствующую цилиндрическую систему координат (p, θ, z), где $p = s\cos\varphi$ — проекция вектора $\vec{s}$ на экваториальную плоскость ($s = \sqrt{p^2 + z^2}$), θ — угол между вектором $\vec{p}$ и продолжением вектора $\vec{r}$, отсчитываемый в направлении вращения, координата z отсчитывается от экваториальной плоскости вдоль оси, параллельной оси вращения. Согласно [34] градиент скорости в экваториальной плоскости определяется выражением

$$\frac{dv_{\vec{p}}}{dp} = \psi(r, \theta) = \xi_1(r)\cos^2\theta + \frac{v}{r} + \xi_2(r)\sin\theta\cos\theta, \qquad (1.24)$$

в котором

$$\xi_1(r) = \frac{dv}{dr} - \frac{v}{r}; \quad \xi_2(r) = \frac{du}{dr} - \frac{u}{r}; \qquad (1.25)$$

Проектируя $dv_{\vec{p}}$ на вектор $\vec{s}$ и принимая во внимание, что $dp = ds\cos\varphi$, получаем

$$\frac{dv_{\vec{s}}}{ds} = \psi(r, \theta)\cos^2\varphi. \qquad (1.26)$$

В условиях цилиндрической симметрии ядерная функция $K(r, \vec{s})$, как и в предыдущем случае, определяется выражениями (1.17) и (1.18) с заменой $\psi(r, \theta)$ на $\psi(r, \theta)\cos^2\varphi$. После интегрирования по бесконечному объему получаем:

$$\beta(r) = 1 - \int_0^{\infty} p\,dp \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_0^{2\pi} K(r, \vec{s})\,d\theta = \int \frac{1 - e^{-\tau(r, \theta, \varphi)}}{\tau(r, \theta, \varphi)}\,\frac{d\Omega}{4\pi}, \qquad (1.27)$$

где

$$\tau(r, \theta, \varphi) = \frac{k(r)}{|\psi(r, \theta)|\cos^2\varphi}, \qquad (1.28)$$

$d\Omega = \cos\varphi\,d\varphi\,d\theta$, пределы интегрирования по θ от 0 до 2π, по φ — от $-\pi/2$ до $\pi/2$.

Из приведенных выше соотношений видно, что все различия в геометрии среды и поля скоростей сконцентрированы в определении эффективной оптической толщины τ, тогда как функциональный вид $\beta(r)$ остается одним из тем же и представляет собой результат усреднения по телесному углу элементарной вероятности выхода $\beta(r, \theta)$ рассчитанной на единичный телесный угол.

Простота и физическая ясность вероятностного метода Соболева (ВМС) в сочетании с инвариантностью β по отношению к виду профиля коэффициента поглощения и типу перераспределения по частоте способствовали широкому применению его в астрофизических исследованиях. Вопрос о точности и границах применимости этого метода обсуждался во многих работах и будет подробно рассмотрен ниже.

2. *Обобщение вероятностного метода на случай нелокального радиационного взаимодействия.* Длительное время считалось само собой разумеющимся, что принцип локальности радиационного взаимодействия, лежащий в основе ВМС, применим к любым типам сверхзвуковых движений без каких-либо ограничений. Лишь сравнительно недавно выяснилось (С. И. Грачев и В. П. Гринин [35]), что это не так и что на самом деле в условиях сверхзвуковых движений существуют два типа радиационного взаимодействия — локальное и нелокальное (или крупномасштабное). В последнем случае вклад в фотовозбуждения в точке r наряду с ее ближайшей окрестностью дают также участки среды, находящиеся на значительном удалении от нее, что требует соответствующей модификации метода решения уравнения для функции источников. Такая модификация была получена в [35] для случая радиально-симметричных движений и затем в [36] для более общего случая — аксиально-симметричных движений.

Независимо идея существования нелокального радиационного взаимодействия была высказана Д. Хаммером [29], а также С. Дегучи и Я. Фукуи [37] и реализована для случая радиально-симметричных движений в [37—40].

По определению нелокальное радиационное взаимодействие имеет место при условии, что в среде с полем скоростей $\vec{V}(\vec{r})$ существуют поверхности сопутствующих точек (в дальнейшем просто s-поверхности), описываемые уравнением:

$$(\vec{V}(\vec{r}')\cdot\vec{s}) = (\vec{V}(\vec{r})\cdot\vec{s}), \tag{2.1}$$

где по-прежнему $\vec{s}=\vec{r}'-\vec{r}$.

В классе движений, не имеющих скачков скорости, необходимое и достаточное условие существования решения уравнения (2.1) может быть получено в дифференциальной форме из анализа этого уравнения в малой окрестности точки r. Представляя проекцию скорости в точке r в виде ряда по степеням s и ограничиваясь первым ненулевым членом, из (2.1) получаем:

$$\frac{dv_{\vec{s}}}{ds} = \psi(r, \theta) = 0. \tag{2.2}$$

Отсюда следует, что вид радиационного взаимодействия зависит от того, является ли производная $\psi(r, \theta)$ положительной или знакопеременной функцией угла θ.

2.1. *Радиально-симметричные движения.* Согласно (1.16) в условиях радиально-симметричных движений уравнение (2.2) имеет вещественные решения:

$$\cos\theta_{\pm} = \pm\sqrt{1 - \frac{r}{v}\frac{dv}{dr}} \tag{2.3}$$

при $dv/dr < 0$, т. е. в режиме аккреции или расширения с замедлением. При этом *s*-поверхность представляет собой фигуру вращения относительно вектора r кривой:

$$\mu(r, r')^2 = \frac{(r'^2 - r^2)\, v(r')^2}{r'^2 v(r)^2 - r^2 v(r')^2}. \tag{2.4}$$

Последняя берет начало на поверхности центрального источника, пересекает вектор $\vec{r}$ под углом θ_+ и уходит на бесконечность, асимптотически приближаясь к прямой линии, образующей угол $\theta_\infty = \arccos(v_\infty/v(r))$ с вектором $\vec{r}$ (рис. 1а).

Принимая за основу уравнение для функции источников (1.4), можно получить его асимптотический аналог, соответствующий условиям сверхзвуковых движений с нелокальным радиационным взаимодействием. В этом случае интегральный член уравнения может быть представлен в виде суммы двух слагаемых. Первое слагаемое, как и в случае локального радиационного взаимодействия, учитывает фотовозбуждения в точке r, обусловленные ее ближайшей окрестностью:

$$\lambda S(r)[1 - \beta(r)]. \tag{2.5}$$

Вторая часть учитывает вклад излучающих атомов, находящихся в окрестности *s*-поверхности и может быть представлена в виде:

$$\lambda\int\limits_{\Omega_s} S(r')[1 - e^{-\tau(r', \theta')}]\,\beta(r, \theta)\,\frac{d\Omega}{4\pi}. \tag{2.6}$$

Здесь Ω_s — телесный угол, под которым из точки r видна *s*-поверхность. Переменные r', θ' связаны с r и θ уравнением *s*-поверхности. Произведение первых двух множителей, стоящих под знаком интеграла в (2.6), представляет собой интенсивность излучения в точке

$\vec{r}'$ в направлении $\vec{s}$, выходящего из тонкого слоевого источника в окрестности s-поверхности. Множитель $\beta(r, \theta)$ в силу принципа обратимости оптических явлений есть вероятность того, что это излучение пройдет в точку $\vec{r}$ без рассеяний по пути.

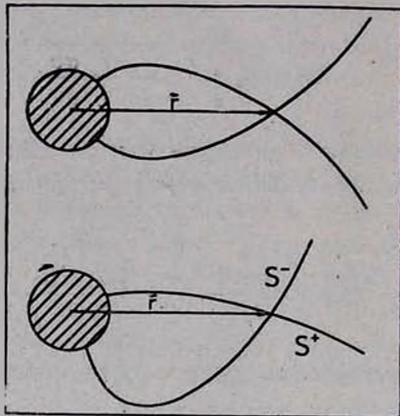

Рис. 1. Поверхности сопутствующих точек: вверху — для случая радиально-симметричной аккреции ($v \sim r^{-1/2}$), внизу—для случая дисковой аккреции: $u = v \sim r^{-1/2}$. Направление вращения указано стрелкой.

Объединяя (2.5) и (2.6), асимптотический аналог уравнения (1.7) можно записать следующим образом [35]:

$$S(r)[1 - \lambda + \lambda\beta(r)] = \lambda \int\limits_{\Omega_s} k_s(r, r') S(r') \frac{d\Omega}{4\pi} + g(r), \qquad (2.7)$$

где

$$k_s(r, r') = \beta(r, \theta)[1 - e^{-\tau(r', \theta')}]. \qquad (2.8)$$

Используя связь r и θ с r' и θ' через уравнение s-поверхности, в интегральном члене (2.7) можно перейти к интегрированию по r': $d\Omega = 2\pi(\partial\mu/\partial r')\,\partial r'$. С учетом этого уравнение (2.7) принимает вид [38]:

$$S(r)[1 - \lambda + \lambda\beta(r)] = \lambda \int\limits_{R_1}^{R_2} k(r, r') S(r') k(r') r'^2 dr' + g(r), \qquad (2.9)$$

где

$$k(r, r') = \frac{1}{2} \frac{\beta(r, \theta)\beta(r', \theta')}{[(r'^2 - r^2)(r'^2 v(r)^2 - r^2 v(r')^2]}, \tag{2.10}$$

R_1 и R_2 — соответственно внутренний и внешний радиусы оболочки.

2.2. *Аксиально-симметричные движения.* Согласно [36] при аксиально-симметричных движениях уравнение $\psi(r, \theta) = 0$ имеет вещественные решения при условии, что компоненты скорости v и u и их первые производные удовлетворяют неравенству:

$$\xi_2^2 - 4\frac{v}{r}\frac{dv}{dr} > 0. \tag{2.11}$$

Отсюда следует, что в этом случае нелокальное радиационное взаимодействие встречается значительно чаще, чем в условиях радиально-симметричных движений, и имеет место не только при $dv/dr < 0$, но и при $v = \mathrm{const}$, а также в случае расширения с ускорением при $u \lesssim v$.

Соответствующее обобщение уравнений (2.7) и (2.9) получено в [36] на основе двумерной аппроксимации. В рамках этого приближения s-поверхности представляют собой линии s^+ и s^-, расположенные несимметрично относительно вектора $\vec{r}$ (рис. 1b). При $dv/dr < 0$ вектор $\vec{s}$ пересекает каждую ветвь только один раз и соответствующее уравнение для функции источников эквивалентно уравнениям (2.7) и (2.9). При $dv/dr > 0$ возможны двойные пересечения и, как следствие этого, необходимость введения в ядерную функцию множителя $1 - \exp(-\tau'')$, учитывающего ослабление излучения в точке второго пересечения.

2.3. *Полу-локальная аппроксимация.* В частном случае, когда $S(r)$ меняется медленно на расстояниях, сравнимых с размером оболочки, из уравнения (2.7) можно получить прямой аналог уравнения (1.7), заменяя в интегральном члене приближенно $S(r') \simeq S(r)$:

$$S(r)[1 - \lambda + \lambda\beta_{\text{эфф}}(r)] \simeq g(r), \tag{2.12}$$

где

$$\beta_{\text{эфф}}(r) = \beta(r) - \int_{\Omega_s} \beta(r, \theta)[1 - e^{-\tau(r', \theta')}] \frac{d\Omega}{4\pi} \tag{2.13}$$

— есть эффективная вероятность выхода кванта из точки r с учетом возможного пересечения им s-поверхности. Анализ уравнения (2.4) показывает, что во внутренних частях оболочки $\Omega_s \simeq 2\pi$ и, следовательно, $\beta_{\text{эфф}} \simeq \beta/2$. Это означает, что примерно половина фотонов выходит из среды минуя s-поверхность и примерно половина пересекает ее, обеспечивая перенос возбуждения на большие расстояния.

При кеплеровском вращении ($v = 0$, $u \sim r^{-1/2}$) одна из ветвей s-поверхности вырождается в прямую линию, проходящую через начало координат и точку r, другая ветвь представляет собой окружность радиусом r с центром в начале координат. В этих условиях аппроксимация (2.12) является точным решением задачи. Однако, вследствие того, что оболочки с такими движениями, как правило, сильно сплюснуты, вклад s-поверхности в этом случае ослаблен из-за эффекта диллюции в d/r раз, где d — геометрическая толщина диска. Поэтому при $r \gg d$ вычисление функции источников следует производить на основе локального приближения (1.7).

В общем случае аппроксимация (2.12) может быть использована в качестве исходного приближения при решении уравнений (2.7) и (2.9) методом итераций. Этим обеспечивается быстрота сходимости приближений и, как показывают расчеты, точность порядка 1—2% достигается уже после 5—6-и приближений.

2.4. *Крупномасштабное радиационное взаимодействие в случае резонансных дублетов.* В работах Дж. Сурдея [41] и Г. Олсона [42] идея нелокального радиационного взаимодействия получила дальнейшее развитие при рассмотрении образования резонансных дублетов в оболочках, расширяющихся с ускорением. В случае одиночных линий движения этого типа характеризуются локальным радиационным взаимодействием. Однако в случае дублета, расстояние между компонентами которого меньше удвоенной скорости расширения, возникает радиационное взаимодействие между удаленными друг от друга частями оболочки за счет перекачки излучения из «синего» компонента в «красный».

Задачи подобного рода до сих пор рассматривались на основе довольно трудоемких численных методов [43, 44]. Как показано в [41, 42], их решение сводится к вычислению функции источников для «красного» компонента на основе уравнения (2.7). При этом s-поверхность определяется уравнением:

$$(\vec{V}(\vec{r})\cdot\vec{s}) - (\vec{V}(\vec{r}')\cdot\vec{s}) = \frac{\lambda_R - \lambda_B}{\lambda_B}\, c, \tag{2.18}$$

где λ_R и λ_B — длины волн «красного» и «синего» компонентов дублета, c — скорость света. Функция источников для «синего» компонента определяется на основе локального приближения (1.7). Такой подход существенно упрощает расчеты, обеспечивая при этом точность, достаточную для большинства приложений.

В оболочках, расширяющихся с замедлением, радиационное взаимодействие между компонентами тонкой структуры резонансных дублетов имеет двусторонний характер. Детальное рассмотрение этого случая содержится в работе Дж. Сурдея [41].

На основе приведенной выше модификации вероятностного метода Соболева выполнены многочисленные расчеты, связанные с интерпретацией эмиссионных линий в спектрах квазаров [35, 39, 45, 46], молодых звезд с признаками аккреции [47, 48], молекулярных облаков, находящихся в стадии гравитационного коллапса [37], сверхновых звезд [49]. В более широком плане влияние нелокальности радиационного взаимодействия на диффузию излучения, контуры спектральных линий и световое давление рассматривалось в [38—40, 50]. Наиболее детальное численное исследование уравнения (2.9) для случая радиально-симметричных движений с замедлением выполнены Г. Райбики и Д. Хаммером [38]. Из их расчетов следует, что в протяженных оболочках с большими градиентами первичных источников $g(r)$ излучение S-поверхности является доминирующим источником возбуждения атомов во внешних слоях оболочки.

Согласно [39, 40] нелокальность радиационного взаимодействия резко повышает эффективность светового давления, производимого диффузным излучением в спектральных линиях на газ. Однако, как мы увидим в разделе 8, деление кинематических моделей на два класса по типу радиационного взаимодействия имеет принципиальное значение при рассмотрении мазерных линий.

3. *Основные характерные длины и асимптотики ядерных функций.* При качественном анализе различных задач теории переноса излучения, а также при оценке области применимости вероятностного метода важную роль играют основные характерные длины: среднеквадратичная длина свободного пробега кванта $l(\gamma)$, диффузионная длина t_d и длина термализации t_r. В отличие от вероятности выхода β указанные параметры среды зависят как от вида профиля $\alpha(x)$, так и от типа перераспределения по частоте.

3.1. *Характерные длины.* В приближении ППЧ величина $l(\gamma)$ конечна при доплеровском профиле и расходится в случае лоренцовского профиля [33, 51]. Согласно [51] в плоско-параллельной среде с постоянным градиентом скорости при $\gamma \ll 1$ и доплеровском профиле

$$l(\gamma) = \left[\int_0^\infty K(t,\gamma)\, t^2 dt\right]^{1/2} \simeq [\sqrt{\pi}\gamma \ln(1/\gamma)]^{-1/2}, \qquad (3.1)$$

что с точностью до множителя, близкого к единице, совпадает с асимптотическим выражением для $l(\gamma)$, полученным в [52, 54].

С величиной $l(\gamma)$ тесно связан другой характерный масштаб—диффузионная длина [51]:

$$t_d = l(\gamma)/\sqrt{1-\lambda+\lambda\beta}, \qquad (3.2)$$

представляющая собой среднее расстояние, на котором осуществляется перенос возбуждения в среде с градиентом скорости. При $l < +\infty$ указанный масштаб совпадает с известным определением длины термализации, данным для случая неподвижной среды в работе Г. Райбики и Д. Хаммера [53], с соответствующей заменой $l \to l(\gamma)$ и $\lambda \to \bar{\lambda} = \lambda - \lambda\beta$.

При $1 - \lambda \gg \beta$ выход кванта из процесса диффузии происходит в результате деактиваций возбужденных уровней электронными ударами: $t_d = l(\gamma)/\sqrt{1-\lambda}$. В другом предельном случае $(1 - \lambda \ll \beta)$ процесс диффузии заканчивается выходом кванта из среды вследствие градиента скорости и согласно (1.11) (3.1) и (3.2) при $\gamma \ll 1$

$$t_d = t_r \simeq A\,[\gamma\sqrt{\ln(1/\gamma)}\,]^{-1}, \tag{3.3}$$

где $A = \sqrt{3}/\pi^{1/4} \simeq 1.30$.

При лоренцовском профиле коэффициента поглощения $l(\gamma) = \infty$ и определение длины термализации по формуле (3.2) теряет смысл. В этом случае может быть использован другой способ оценки длины термализации из уравнения $L(t_r, 0) = L(\infty, \gamma)$. При доплеровском профиле этот способ приводит к выражению, отличающемуся от (3.3) малосущественным множителем $A = 0.95$ (С. И. Грачев [54]). В случае фойгтовского профиля [54]:

$$t_r = a/2\sqrt{\pi}\gamma^2, \quad (a/\gamma \gg 1), \tag{3.4}$$

где a — постоянная радиационного затухания.

Близкие по порядку величины соотношения для t_r для этих случаев получены независимо Д. Хаммером и Г. Райбики [55]. Для других типов движений и геометрии среды зависимость основных характерных длин от градиента скорости такая же, как и в случае плоско-параллельного слоя с постоянным градиентом скорости [56, 57]. При этом в общем случае фойгтовского профиля $\alpha(x)$ величины $l(\gamma)$ и t_d по-прежнему конечны при условии, что эффективная оптическая толщина τ определяется доплеровской частью профиля, и лишь в кинематических моделях с локальным радиационным взаимодействием [56].

При истинном перераспределении по частоте, обусловленном совместным действием тепловых движений атомов и радиационного затухания, длина термализации определялась Н. Н. Чугаем [58] на основе уравнения (5.4). В этом случае при $a \ll 1$ основную часть рассеяний $(N_s = \pi/\gamma)$ квант совершает находясь в пределах доплеровской части профиля и проходя при этом расстояние от места рождения $t_d \simeq \gamma^{-1}$. Переход в результате перераспределения по частоте в лоренцовские крылья и связанное с этим резкое увеличение длины пробега приводят к тому, что после небольшого числа рассеяний квант выходит из среды вследствие градиента скорости. Расстояние, которое он при этом проходит от места рождения, как и в приближении ППЧ, определяется соотношением (3.4).

Поскольку размер локальной окрестности в вероятностном методе совпадает с длиной термализации, то на основании приведенных выше соотношений можно в каждом конкретном случае оценить область применимости этого метода. На практике при вычислении контуров спектральных линий необходимая для большинства приложений точность достигается при условии, что характерный размер среды порядка или больше десяти длин термализации. В многоуровенных задачах, при вычислении потоков в спектральных линиях, это ограничение снижается до нескольких длин термализации. Из (3.3) и (3.4) следует также, что область применимости ВМС при доплеровском профиле существенно шире, чем в случае фойгтовского профиля.

3.2. *Асимптотики ядерных и резольвентных функций.* Тот факт, что существование конечной средней длины свободного пробега кванта зависит от типа профиля $\alpha(x)$ и поля скоростей, означает, что оба эти фактора существенным образом влияют на асимптотическое поведение ядерных и резольвентных функций. Действительно, как показал В. В. Витязев [59], в случае доплеровского профиля одномерное ядро при $\gamma \ll 1$ и $t \to \infty$ убывает по экспоненциальному закону:

$$K_1^D(t, \gamma) = \frac{C}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\gamma t)^2}{2}\right], \tag{3.5}$$

где $C = \exp(-1/\gamma)$, тогда как, согласно С. И. Грачеву [60], при фойгтовском профиле соответствующая асимптотика убывает значительно медленнее:

$$K_1^V(t, \gamma) = \frac{a}{\pi}\gamma^{-1}t^{-2}. \tag{3.6}$$

Переход к плоско-параллельному слою с постоянным градиентом скорости приводит к качественному изменению асимптотики ядра K_D [54]:

$$K_D(t, \gamma) = \frac{3}{4}A\gamma^{-2}t^{-4}\left|\ln\left(\frac{4}{\sqrt{\pi}}\gamma t^2\right)\right|^{-3/2}, \tag{3.7}$$

где $A = 1.202$, и мало сказывается на поведении ядерной функции K_V:

$$K_V(t, \gamma) = \frac{1}{3}\,\frac{a}{\gamma\pi}\,t^{-2}\ln(t/t_r), \tag{3.8}$$

где t_r — длина термализации, определяемая соотношением (3.4).

Учитывая далее связь ядра $K(r, s)$ для трехмерной среды (1.17) с одномерным ядром (1.18) и заменяя в (3.5) γt на $s\psi(r, \theta)$, получаем, что экспоненциальное убывание ядра при доплеровском профиле характерно для всего класса кинематических моделей с локальным радиационным взаимодействием:

$$K_D(r, \vec{s}) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \frac{C}{4\pi s^2} \exp\left[-\frac{s\psi(r, \theta)}{\sqrt{2}}\right]^2, \tag{3.9}$$

где $C = \exp(-k/\psi(r, \theta))$. В то же время при нелокальном взаимодействии согласно (2.10) ядро $k(r, r')$ независимо от типа профиля убывает медленно с увеличением расстояния между точками r и r', так что перенос возбуждения в среде осуществляется в основном фотонами, длина свободного пробега которых сравнима с размерами оболочки.

Различия в асимптотическом поведении ядерных функций существенным образом сказываются на поведении функции источников. Например, согласно [61] в задаче с точечным источником, находящимся в бесконечной изотропно-расширяющейся среде, функции источников при доплеровском профиле и $\lambda = 1$ убывает по закону:

$$S_D(t, \gamma) \simeq \frac{c}{tt_d} \sqrt{\ln(1/\gamma)}\, e^{-t/t_d}, \tag{3.10}$$

где c — множитель, близкий к единице, t_d — соответствующая диффузионная длина [61] (отличающаяся от (3.3) множителем порядка единицы).

В случае же фойгтовского профиля

$$S_V(t, \gamma) = \frac{a}{4\pi} \gamma^{-3} t^{-4}. \tag{3.11}$$

В первом случае источник создает вокруг себя область повышенного возбуждения с хорошо выраженной границей. Два источника, находящиеся на расстоянии нескольких диффузионных длин, практически не влияют друг на друга. Во втором случае спад возбуждения происходит значительно медленнее. В результате источники, находящиеся на расстоянии нескольких длин термализации, все еще могут оказывать заметное влияние на состояние возбуждения в окрестностях друг друга.

Приведенные выше соотношения дают представление о влиянии различных факторов на перенос излучения в спектральных линиях в среде с градиентом скорости и о том разнообразии физических ситуаций, которые при этом встречаются. Более детально асимптотическое поведение ядерных и резольвентных функций рассматривается в статьях С. И. Грачева [54, 57, 60—62], в которых получены также решения некоторых модельных задач, а также в статье Д. Хаммера и Г. Райбики [55]. Наряду с этим С. И. Грачевым [63] получены асимптотики профилей спектральных линий при $\gamma \ll 1$ и $\gamma T \gg 1$ в задаче с точечным источником, находящимся в однородной изотропно расширяющейся среде.

В заключение этого раздела отметим, что для случая плоскопараллельного слоя с постоянным градиентом скорости расчеты ядерной функции $K_D(t, \gamma)$ проводились в работе Е. Симонно [64]. Подробные таблицы функций $K_D(t, \gamma)$ и $L_D(t, \gamma)$ при $\gamma = 10^{-2}, 10^{-3}$ и 10^{-4} составлены В. В. Витязевым [65]. Более широкие расчеты указанных функций для основных типов профилей — доплеровского, лоренцовского и фойгтовского — содержатся в работе Д. Хаммера и Г. Райбики [55].

4. *Профили спектральных линий в случае сверхзвуковых движений.* Основным элементом процедуры вычисления контуров спектральных линий является выделение в движущейся среде поверхностей точек, имеющих одинаковую лучевую скорость относительно наблюдателя (в дальнейшем x-поверхности). Структура этих поверхностей существенным образом зависит от того, к какому типу радиационного взаимодействия относится рассматриваемая кинематическая модель. В случае локального радиационного взаимодействия луч зрения пересекает каждую поверхность только один раз. При крупномасштабном радиационном взаимодействии возможны два и более пересечений.

Указанные различия в геометрии x-поверхностей пояснят рис. 2, I и II, на котором представлены два семейства x-поверхностей для двух типов радиально-симметричных движений:

I) с ускорением под действием светового давления [66]:

$$v(r) = A + (1 - A)\left(1 - \frac{r_*}{r}\right)^{\sigma}, \tag{4.1}$$

где A — «стартовая» скорость (близкая к тепловой скорости v_T);

II) с замедлением [35]:

$$v(r) = v_\infty \left[1 + (\gamma^{-\alpha} - 1)\frac{r_*}{r}\right]^{1/\alpha}, \tag{4.2}$$

где v_∞ — значение $v(r)$ при $r \to \infty$, $\gamma = v_\infty / v_0$, где $v_0 = v(r_*)$. Заметим, что при $\alpha = 2$ соотношение (4.2) описывает замедление, обусловленное гравитацией центрального тела.

В первом случае вычисление профиля эмиссионного компонента сводится к определению интенсивности излучения от элементарной площадки на x-поверхности:

$$I(x,\ p) = S(r)\,(1 - e^{-\tau}), \tag{4.3}$$

где $\tau = \tau(r,\ \theta)$ — эффективная оптическая толщина оболочки в точке r на x-поверхности в направлении на наблюдателя, и последующего интегрирования по каждой x-поверхности:

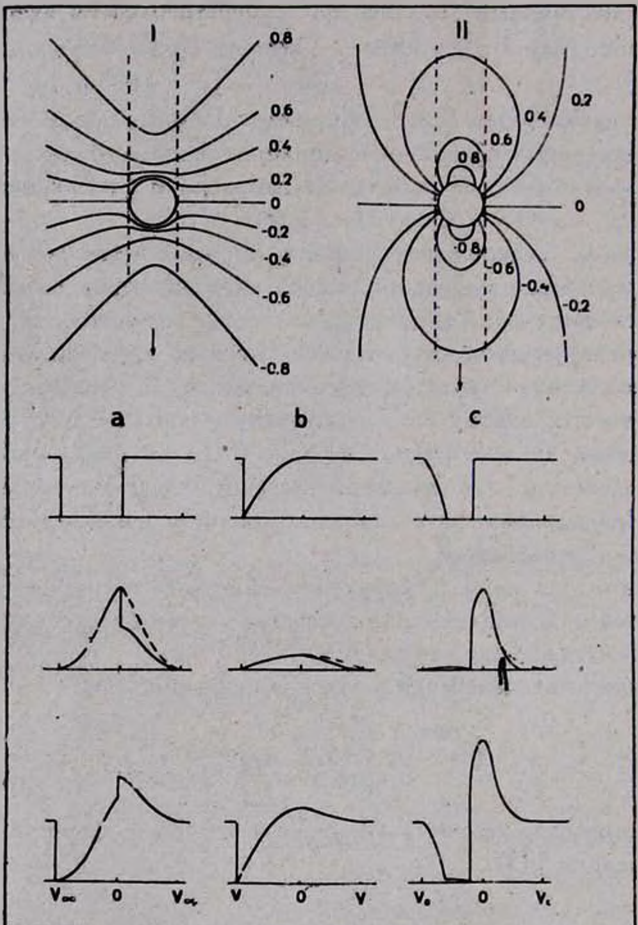

Рис. 2. Структура x-поверхностей для кинематических моделей I ($\alpha = 1$) и II ($\alpha = 2$); a), b) и c) — примеры образования профилей типа P Cyg в оптически толстых оболочках, расширяющихся с ускорением (a), с постоянной скоростью (b) и с замедлением (c).

$$F_{\nu} = 2\pi \int_{0}^{\infty} I(x,\ p)\, p\,dp. \tag{4.4}$$

Профиль абсорбционного компонента, образующегося при прохождении излучения центрального источника через оболочку, вычисляется очевидным образом:

$$F_a = 2\pi \int_0^{r_*} I_* e^{-\tau} p dp. \tag{4.5}$$

Во втором случае процедура вычисления контура линии несколько усложняется. Переписывая с учетом (4.2) уравнение x-поверхности: $\mu v(r) = x$ в виде:

$$r = r_* \frac{1-\gamma^2}{y-\gamma^2}; \quad y = x/\mu, \tag{4.6}$$

замечаем, что при $|x| > \gamma$ поверхности равных лучевых скоростей замкнуты, а при $|x| \leqslant \gamma$ — нет. Следовательно, в интервале частот $|x| \leqslant \gamma$ профиль эмиссионной линии вычисляется, как и в предыдущем случае — с учетом однократного пересечения x-поверхности; при определении интенсивности $I(x, p)$ в области частот $|x| > \gamma$ от внутренних по отношению к наблюдателю частей x-поверхности необходимо учитывать ослабление излучения в $\exp(-\tau')$ раз в точке второго пересечения, находящейся на внешней части x-поверхности. Кроме того, из рис. 2, II следует, что пределы интегрирования в (4.4) в этом случае зависят от x и определяются минимальным и максимальным значением прицельного параметра $p = r \sin\theta$.

При вычислении абсорбционного компонента профиля появляется вторая характерная частота x_1, соответствующая x-поверхности, максимальный прицельный параметр которой $p_{\max}(x_1) = r_*$. При $|x| > x_1$ значения $p_{\max}(x) < r_*$ и монотонно уменьшаются при $x \to -v_0$. В результате x-поверхность лишь частично перекрывает диск центрального тела и соответствующий верхний предел интегрирования в (4.5) в этой области частот равен $p_{\max}(x)$.

Рассмотрим в качестве примера образование линии резонансного рассеяния ($\lambda = 1$) при $\tau \gg 1$. Этот важный частный случай реализуется в оболочках некоторых астрофизических объектов и интересен тем, что профиль линии в этих условиях определяется исключительно кинематикой газа и совершенно не чувствителен к распределению температуры и концентрации поглощающих атомов в оболочке. Действительно, согласно (4.3) при $\tau \gg 1$ интенсивность излучения $I(x, p)$ равна значению $S(r)$ в данной точке x-поверхности. С другой стороны, подставляя в (1.7) соотношение (1.23), получаем, что при $\lambda = 1$ функция источников не зависит от объемного коэффициента поглощения: $S(r) = I_* W(r)$. Аналогичная особенность имеет место также в оболочках с нелокальным радиационным взаимодействием.

При $\tau \gg 1$ линия поглощения в варианте I имеет нулевую остаточную интенсивность в интервале частот $-x_0 < x < 0$. Эмиссионный компонент линии без учета эффекта экранирования симметричен относительно частоты $x = 0$. В сумме абсорбционный и эмиссионный компоненты образуют контур типа P Cyg, характерная особенность которого состоит в том, что нулевая остаточная интенсивность абсорбции достигается вблизи ее коротковолновой границы (рис. 2a).

В варианте II (рис. 2c) остаточная интенсивность абсорбционного компонента равна нулю в интервале частот $-x_1 < x < -\gamma$ и растет при $x < -x_1$ с приближением к коротковолновой границе линии $-x_0$ вследствие неполного перекрытия x-поверхностью диска центрального тела. Так как при $\tau \gg 1$ при вторичном пересечении луча зрения x-поверхностью излучение от ее внутренних частей полностью поглощается, то на частотах $|x| > \gamma$ эмиссионный компонент линии формируется внешними по отношению к наблюдателю частями x-поверхности. Следствием этого является резко выраженная асимметрия эмиссии относительно центральной частоты, увеличивающаяся с приближением к частоте $x = -\gamma$. На частотах $|x| = \gamma$ x-поверхности раскрываются и имеют однократное пересечение с лучом зрения. В результате со стороны отрицательных частот становятся видны внутренние слои оболочки, имеющие более высокую степень возбуждения, что приводит к скачкообразному увеличению интенсивности на частоте $x = -\gamma$. Эффект экранирования в варианте II приводит к полному исчезновению эмиссии на частотах $x > x_1$. В сумме эмиссия и абсорбция вновь дают контур типа P Cyg, отличительной особенностью которого является скачкообразный переход от эмиссии к абсорбции на частоте $x = -\gamma$.

В пределе, при $\gamma \to 1$, т. е. в оболочках, расширяющихся с постоянной скоростью, образуется контур линии (рис. 2b), впервые исследованный В. В. Соболевым [13]. В этом случае интенсивность эмиссионного компонента описывается параболической зависимостью, а нулевая остаточная интенсивность абсорбции, как и в варианте a), достигается вблизи ее коротковолновой границы.

Рассмотренные выше особенности образования спектральных линий в оболочках, расширяющихся с замедлением, были впервые выявлены в [35] при интерпретации профилей резонансных линий в квазаре PHL 5200. Расчеты, выполненные на основе полу-локальной аппроксимации и путем численного решения уравнения (2.7) [46], показали, что в семействе кинематических моделей (4.2) профиль резонансной линии слабо зависит от параметра замедления α и весьма чувствителен к величине γ (рис. 3a, b). Для близких типов кинематических моделей ($v \sim r^{-\alpha}$, $\alpha > 0$) расчеты профилей линий производились в [38—40].

Образование резонансных линий в оболочках, расширяющихся с ускорением под действием светового давления, рассматривалось Дж. Кастором [33] на основе ВМС и Л. Люси [67] — на основе приближенного решения уравнения переноса (1.1), эквивалентного ВМС (см. раздел 5). Наиболее детальные расчеты профилей для линий резонансного рассеяния ($\lambda = 1$)

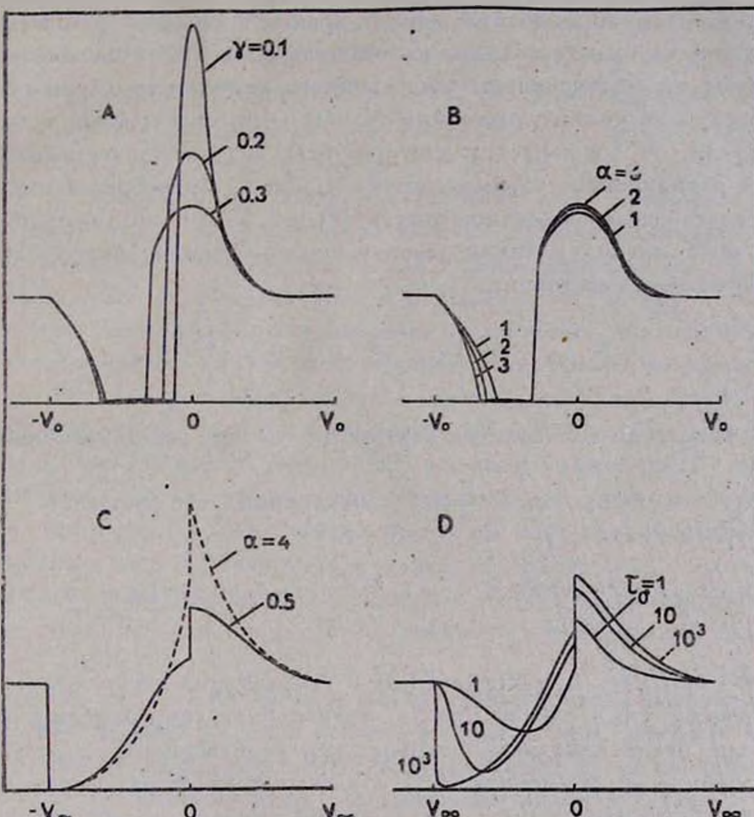

Рис. 3. *a*, *b*—семейство профилей для кинематических моделей с замедлением для различных значений параметров α и γ при $\tau \gg 1$ (A: $\alpha = 2$; B: $\gamma = 0.3$). *c* — то же самое для модели с ускорением (1.4). *d* — влияние эффекта конечной оптической толщины по данным [66] для модели 1 при $\alpha = 1$, $\tau(r, \theta = 0) = 3\tau_0 [1 - v(r)/v_\infty]^2$.

выполнены Дж. Кастором и X. Ламерсом [66] и Г. Олсоном [68] для субординатных линий. В обоих случаях рассматривалось поле скоростей (4.1).

На рис. 3*c*, *d* по данным [66] представлены два семейства профилей, иллюстрирующих влияние параметра ускорения α и эффекта конечной оптической толщины. Видно, что при $\tau \simeq 1$ профили линий весьма чувствительны к распределению концентрации поглощающих атомов, а следовательно, и к распределению температуры и степени ионизации в оболочке.

Суммируя результаты цитированных выше работ, можно выделить три основных фактора, определяющих качественную структуру профиля линии: 1) кинематические различия, определяющие тип радиационного взаимодействия в оболочке, 2) эффекты конечной оптической толщины, 3) внутренние источники возбуждения и, прежде всего, электронные удары.

Действие последнего фактора может приводить как к увеличению, так и к уменьшению интенсивности эмиссионного компонента линии по сравнению со случаем чистого рассеяния. Чтобы убедиться в этом, примем за основу случай $\lambda = 1$ и допустим для простоты, что в оболочке имеет место локальное радиационное взаимодействие и $\tau \gg 1$. Пренебрегая индуцированными переходами, из соотношения: $S(r) = I_* W(r)$ получаем, что температура возбуждения в линии резонансного рассеяния является универсальной функцией расстояния:

$$T_b(r) = T_* \left| 1 - \frac{kT_*}{h\nu} \ln W(r) \right|^{-1}, \tag{4.7}$$

где T_*— яркостная температура звезды на частоте рассматриваемого перехода.

С другой стороны, при учете электронных столкновений ($\lambda \neq 1$) согласно уравнению (1.7)

$$S(r) = \frac{(1-\lambda)\,B(T_e) + \lambda I_* W\beta}{1-\lambda+\lambda\beta} = I_* W \frac{(1-\lambda)\,a + \lambda\beta}{1-\lambda+\lambda\beta}, \tag{4.8}$$

где $a = B(T_e)/I_* W$. Сравнивая (4.8) с предыдущим выражением для $S(r)$ замечаем, что в случае, когда электронная температура в каждой точке среды равна локальной температуре возбуждения, определяемой соотношением (4.7), величина $a = 1$ и электронные столкновения независимо от значения электронной концентрации никак не сказывается на функции источников. Несмотря на явное отсутствие термодинамического равновесия, выражающееся в том, что излучение в спектральной линии выходит из каждой точки среды с вероятностью $\beta \neq 0$, в этом случае осуществляется детальный баланс процессов возбуждения и деактивации, обусловленных столкновениями электронов с атомами: $Q = N_e(N_1 q_{12} - N_2 q_{21}) = 0$.

При $T_e \neq T_B$ детальный баланс нарушается. В случае $T_e > T_B$ величина $Q > 0$, и электронный газ охлаждается, теряя энергию на возбуждение атомов. Напротив, при $T_e < T_B$ скорость электронных столкновений, приводящих к деактивации уровней, превышает скорость возбуждений: $Q < 0$, и теплообмен идет в обратном направлении. В первом из этих случаев электронные удары приводят к увеличению интенсивности эмиссионного компонента линии; во втором — наоборот — эмиссионный компонент может быть полностью подавлен при прохождении излучения через оболочку.

В случае аксиально-симметричных движений число возможных вариантов профилей резко возрастает, поскольку с появлением тангенциальной скорости добавляется еще один параметр — угол i между осью вращения и лучом зрения. В упрощенном варианте (двумерное приближение, $i = 90^\circ$) образование эмиссионных линий во вращающихся оболочках ($u \sim r^{-1}$, $v = 0$), непрозрачных в частотах линий, впервые исследовал В. В. Соболев [13]. В этом случае в зависимости от закона изменения функции источников с расстоянием образуется либо симметричная двухкомпонентная линия, либо одиночная эмиссия с узким центральным ядром. В дальнейшем аналогичные задачи для случая кеплеровского диска рассматривались В. Г. Горбацким [69] и С. Кржижем [70—72].

Наличие во вращающейся оболочке радиальных движений приводит к асимметрии профиля: в случае расширения «красный» компонент линии интенсивнее «синего». Первая попытка самосогласованного решения такой задачи при $u \sim r^{-1}$, $v = r'$ принадлежит В. Дозан [18], рассчитавшей в двумерном приближении при $i = 90^\circ$ профили бальмеровских линий путем решения системы уравнений статистического равновесия на основе ВМС с учетом только радиативных процессов заселения уровней. Наиболее детальные расчеты такого рода для эллипсоидальных оболочек звезд типа Be выполнены недавно С. Кржижем [70—72] на основе ВМС с учетом всех существенных процессов возбуждения и деактивации уровней водородного атома.

К. Берту [47, 73] на примере двухуровенного атома рассмотрел образование спектральных линий в режиме аксиально-симметричного коллапса. В [47] на основе обобщенного ВМС получено решение сложной трехмерной задачи с учетом нелокальности радиационного взаимодействия и исследовано влияние на профиль линии ориентации оси вращения относительно наблюдателя.

В цитированных выше работах расчеты профилей линий выполнены на основе ВМС и его модификации на случай нелокального радиационного взаимодействия. Лишь сравнительно недавно появились аналогичные расчеты, основанные на применении численных методов и вследствие этого свободные от каких-либо ограничений на скорость движения газа. Это прежде всего работы К. Маньяна [74, 75] для случая аксиально-симметричных движений, а также работы У. Бастиана и др. [76] и В. Хаммана [77] — для случая радиально-симметричных движений соответственно с замедлением и с ускорением. В последних двух работах детально исследован вопрос о точности ВМС и его модификации с точки зрения вычисления профиля линии. Общее заключение этих работ таково: для получения приемлемой для большинства приложений точности необходимо, чтобы характерная скорость движения излучающего газа была больше или порядка десяти скоростей звука. Причем это ограничение заметно снижается, если функцию источников, рассчитанную на основе ВМС и его модификации, использовать в комбинации с точным выражением для интенсивности выходящего излучения [76]. Согласно [76, 77] одним из результатов совместного действия градиента скорости и тепловых движений атомов является небольшое смещение максимума эмиссионного компонента профиля P Cyg в красную сторону на величину порядка тепловой скорости (см. по этому поводу также [63]).

5. *Другие асимптотические и приближенные методы.* При вычислении профилей спектральных линий, образующихся в среде с локальным радиационным взаимодействием, в ряде случаев используется приближенная форма уравнения переноса, впервые рассмотренная Л. Люси [67] и имеющая тот же асимптотический смысл, что и вероятностный метод.

5. *Другие асимптотические и приближенные методы.* При вычисле-нии (1.1) в сопутствующую систему координат:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \frac{\partial I_{\nu'}}{\partial s} - \frac{\nu_0}{c}\frac{dv_{\vec{s}}}{\partial s}\frac{\partial I_{\nu'}}{\partial \nu'} = -k_{\nu'} I_{\nu'} + j_{\nu'} \tag{5.1}$$

(в дальнейшем штрих опускается) и заменяя в левой части (5.1) производные отношениями соответствующих величин:

$$\frac{\partial I_\nu}{ds} \simeq \frac{I_\nu}{s}; \quad \frac{\nu_0}{c}\frac{dv_{\vec{s}}}{ds}\frac{\partial I_\nu}{\partial \nu} \simeq \frac{\nu_0}{c}\frac{v}{s}\frac{I_\nu}{\Delta\nu_D} = \frac{v}{v_T}\frac{I_\nu}{s}, \tag{5.2}$$

замечаем, что при сверхзвуковых движениях первый член в v_T/v раз меньше второго и может быть опущен. В результате получается обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, описывающее диффузию излучения по частоте и имеющее в принятых здесь обозначениях вид:

$$\psi(r, \theta)\frac{dI_x}{dx} = k_x I_x - j_x. \tag{5.3}$$

В приближении ППЧ уравнение (5.3) не дает никаких преимуществ по сравнению с вероятностным методом, но оказывается полезным при рассмотрении других типов перераспределений по частоте. В частности, на основе (5.3) в [67] в эддингтоновском приближении рассчитаны профили резонансных линий в приближении ППЧ и в приближении когерентного рассеяния в сопутствующей системе координат. Результаты, полученные для этих диаметрально противоположных случаев, совпали с точностью до 0.5%.

В условиях бесконечной изотропно расширяющейся среды $(v \sim r, \psi(r, \theta) = \text{const})$ с равномерным распределением первичных источников уравнение (5.3) является точным. Его решение для этого случая получено Д. А. Варшаловичем и Р. А. Сюняевым [78] в приближении ППЧ при доплеровском профиле $\alpha(x)$ при исследовании спектра L_α-излучения Вселенной и связанной с ним спиновой температурой нейтрального водорода. Недавно Н. Н. Чугай [58] на основе (5.3) исследовал процесс диффузии резонансного излучения в условиях оболочек сверхновых, когда среда может быть непрозрачна в лоренцовских крыльях, обусловленных радиационным затуханием $(a/\gamma \gg 1)$. В этом случае, используя диффузионное представление для j_x при ИПЧ, полученное М. М. Баско [79], уравнение (5.3) можно представить в виде [58]:

$$\frac{\psi}{k}\frac{dI_x}{dx} + \frac{a}{2\sqrt{\pi}}\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}\frac{dI_x}{dx}\right) + \frac{j_0}{k}\delta(x) = 0. \tag{5.4}$$

Первый член этого уравнения, как и прежде, описывает диффузию фотонов по частоте вследствие градиента скорости, второй — изменение частоты фотонов вследствие ИПЧ. Профиль первичных источников представлен δ-функцией. Решение уравнения (5.4) показало [58], что среднее число рассеяний N_s, совершаемых фотоном от момента рождения до выхода из среды, вследствие градиента скорости при ИПЧ получается таким же, как и в приближении ППЧ. Поскольку вероятность выхода кванта $\beta = N_s^{-1}$, то этот результат служит еще одним доказательством инвариантности вероятностного метода по отношению к типу перераспределения по частоте.

5.2. *Диффузионное приближение.* Тот факт, что в случае доплеровского профиля $\alpha(x)$ величина $l(\gamma) < +\infty$ позволяет от интегрального уравнения для функции источников (1.4) перейти к уравнению диффузионного типа [51, 56]. Согласно [51] в случае плоско-параллельного слоя с постоянным градиентом скорости диффузионный аналог уравнения (1.8) в принятых здесь обозначениях имеет вид:

$$(1 - \lambda + \lambda\beta)\, S(t) = l^2(\gamma)\frac{d^2S}{dt^2} + g(t), \tag{5.5}$$

а его общее решение есть:

$$S(t) = \frac{1}{2}\frac{t_d}{l^2(\gamma)}\int_0^T e^{-|t-t'|/t_d} g(t')\,dt' + C_1 e^{-t/t_d} + C_2 e^{t/t_d}, \tag{5.6}$$

где t_d — диффузионная длина, определяемая соотношением (3.3), постоянные C_1 и C_2 определяются граничными условиями.

Соответствующее обобщение уравнения (5.5) на случай протяженных оболочек с радиальной и аксиальной симметрией (при наличии локального радиационного взаимодействия) дано в [56].

Уравнение (5.5) описывает изменение $S(t)$ с учетом влияния границ среды в наиболее интересном случае: $\beta \gtrsim 1-\lambda$, когда просветление среды вследствие градиента скорости влияет на перенос излучения. При $\beta \ll 1-\lambda$ термализация газа определяется электронным ударом и процесс диффузии происходит так же, как и в неподвижной среде [62].

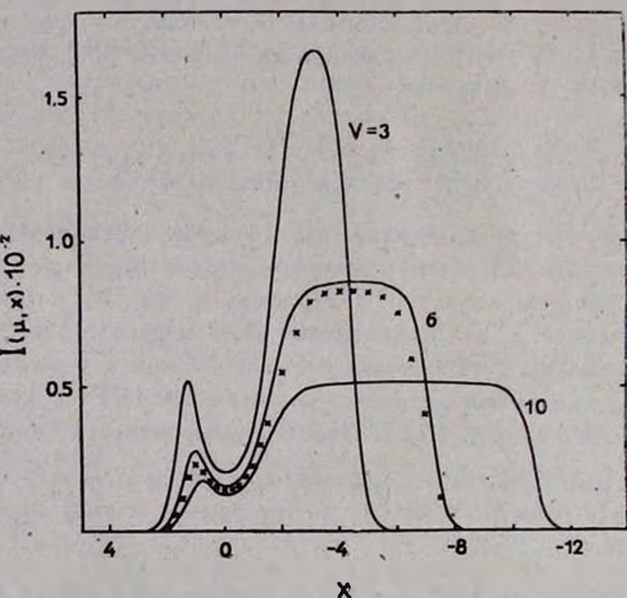

Рис. 4. Профили спектральных линий, рассчитанные в диффузионном приближении для случаев плоско-параллельного слоя с постоянным градиентом скорости при $g=\mu=x=1$, $T=100/\sqrt{\pi}$, $\gamma=V/T$. x — результат численного решения для тех же значений параметров по данным [84] при $V=6$.

В качестве примера на рис. 4 представлены профили выходящего излучения:

$$I(\mu, x)=\int_0^T S(t)\,\alpha(x+\gamma\mu t)\exp\left[-\int_0^t \alpha(x+\gamma\mu t')\frac{dt'}{\mu}\right]\frac{dt}{\mu}, \tag{5.7}$$

рассчитанные на основе (5.6) для трех значений безразмерной скорости расширения слоя: $V=3.6$ и 10 при $\lambda=1$ и $g(t)=1$. Согласно (5.6) при $g(t)=\mathrm{const}$

$$S_{\text{dif}}(t) = S_{\text{ВМС}} + C[e^{-t/t_d} + e^{-(T-t)/t_d}]. \tag{5.8}$$

Здесь $S_{\text{ВМС}}$ — асимптотическое значение $S(t)$, полученное на основе вероятностного метода, $C = S(0) - S_{\text{ВМС}}$, где $S(0)$ — значение функции источников на границе слоя [80, 81]:

$$S(0) = S(T) = g/\sqrt{1-\lambda+\lambda\beta}\,. \tag{5.9}$$

Из рис. 4 видно, что профиль эмиссионной линии в среде с градиентом скорости резко асимметричен и с увеличением V переходит в прямоугольный профиль, соответствующий асимптотическому случаю сверхзвуковых движений. Сравнение результатов, полученных на основе этого метода [51] и путем численного интегрирования уравнения (1.8) [64, 82—84], показывает, что практически во всех модельных задачах диффузионное приближение дает правильное представление о структуре профиля спектральной линии и, начиная со скоростей $V \simeq 5$—6, обеспечивает точность, достаточную для большинства приложений (рис. 4). При этом значительно упрощается основная по трудоемкости задача — вычисление функции источников.

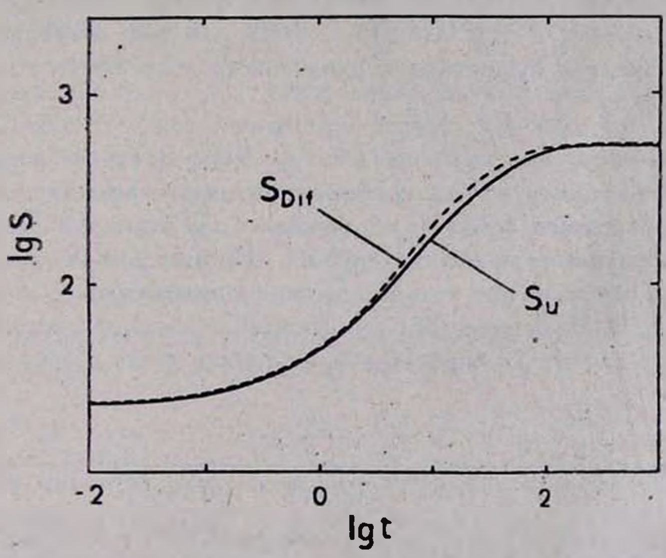

Рис. 5. Функция источников в диффузионном приближении (S_{dif}) и в приближении В. В. Иванова ($S_И$) при $\gamma = 10^{-2}$, $T = 2 \cdot 10^3$, $g = \lambda = 1$.

На рис. 5 в качестве примера, иллюстрирующего точность метода, представлены функции источников, рассчитанные при $\lambda = 1$, $\gamma = 10^{-2}$ и $\gamma T \gg 1$ по формуле (5.8) и на основе соотношения В. В. Иванова (см.

раздел 5.3) с использованием таблиц функций $L(t, \gamma)$ и $L(t, 0)$ из работ [65, 85]. Видно, что на всем протяжении пограничного слоя относительное отклонение $(S_{\mathrm{dif}} - S_H)/S_H$ не превышает 20%. С уменьшением γ расхождения между S_{dif} и S_H увеличиваются, однако и в случае $\gamma = 10^{-3}$ при изменении функции источников в пределах пограничного слоя почти на два порядка они все еще не превышают множителя 2. Учитывая, что при $\gamma \ll 10^{-3}$ газ становится непрозрачным в лоренцовских крыльях, обусловленных радиационным затуханием, мы можем констатировать, что область применимости диффузионного приближения по параметру γ фактически совпадает с областью применимости доплеровского профиля коэффициента поглощения.

Следует подчеркнуть, что соотношение (5.8) не допускает предельный переход к неподвижной среде по той причине, что $l(\gamma) \to \infty$ при $\gamma \to 0$. Этим оно резко отличается от близкого по форме соотношения для $S(t)$, полученного В. В. Соболевым [8] при $\lambda = 1$ и прямоугольном профиле $\alpha(x)$ (при котором значение $l(\gamma) = 1$ независимо от величины градиента скорости). Кроме этого, в последнем случае согласно [8] диффузионная длина $t_d = \beta^{-1/2} \sim \gamma^{-1/2}$, тогда как согласно (3.3) при доплеровском профиле $t_d \sim (\gamma \sqrt{\ln(1/\gamma)})^{-1}$, т. е., эти две ситуации характеризуются также и существенно различными значениями толщины пограничного слоя.

5.3. *Приближенные соотношения для* $S(t)$. В случае плоско-параллельного слоя существует ряд приближенных соотношений, позволяющих исследовать поведение функции источников в среде, минуя численное решение интегрального уравнения для $S(t)$. Простейшим из них и, вместе с тем, одним из наиболее точных, является приближенное соотношение, полученное В. В. Ивановым [86] для неподвижной среды, которое, в силу своего общего характера, справедливо также и в среде с градиентом скорости:

$$S_H(t) = \frac{g(t)}{[1 - \lambda + \lambda L(t, \gamma)]^{1/2} [1 - \lambda + \lambda L(T - t, \gamma)]^{1/2}}. \qquad (5.10)$$

Соотношение (5.10) дает точные значения $S(t)$ в глубине слоя и на его границах. В переходной области, при изменении функции источников на несколько порядков, расхождения между точным решением и $S_H(t)$ не превышают 10—20% (У. Фриш и X. Фриш [81]).

Близкие по точности, но несколько более сложные при практическом применении соотношения для $S(t)$ получены недавно Д. Хаммером и Г. Райбики [87]. Одно из них имеет вид (в наших обозначениях):

$$S_\lambda(t) = \frac{g(t)}{D(T, \bar\lambda)\{1-\lambda+\lambda[L(t, \gamma)+L(T-t, \gamma)-L(T, \gamma)]\}^{1/2}}, \tag{5.11}$$

где $\bar\lambda = \lambda - \lambda L(\infty, \gamma)$, $D(T, \bar\lambda)$ — функция, затабулированная в [87] и изменяющаяся в пределах от $D(0, \bar\lambda) = (1-\bar\lambda)^{1/2}$, до $D(\infty, \bar\lambda) = 1$.

На практике использование соотношений (5.10) и (5.11) ограничено ситуациями, для которых имеются расчеты функций $L(t, \gamma)$. Тем не менее, как мы убедились выше, они оказываются весьма полезными при оценке точности других приближенных методов. Наряду с этим, они могут быть использованы при расчетах профилей линий в случае околозвуковых движений, когда $L(t, \gamma) \simeq L(t, 0)$.

5.4. *Метод малого параметра.* В предыдущих разделах мы рассмотрели образование спектральных линий при наличии больших градиентов скорости, когда дифференциальные движения приводят не только к искажениям профилей линий, но и непосредственно влияют на функцию источников. В ряде случаев, однако, внутренние движения оказываются слабыми и отражаются в основном только на профиле линии. В таких случаях оптимальным методом расчета профилей линий является метод малого параметра (В. П. Гринин [51, 88]).

Рассмотрим, следуя [51], образование спектральной линии в плоскопараллельном слое с постоянным градиентом скорости, при условии, что скорость расширения слоя меньше или порядка полуширины профиля $\alpha(x)$. Представляя функцию источников и ядро в уравнении (1.8) в виде ряда Тейлора по степеням γ, замечаем, что в силу симметрии $\alpha(x)$ относительно резонанса указанные функции четным образом зависят от γ и соответствующие разложения содержат лишь четные производные. В отличие от них аналогичное разложение интенсивности $I(\mu, x, \gamma)$, определяемой соотношением (5.7), содержит все степени γ:

$$I(\mu, x, \gamma) = I(\mu, x, 0) + I'_\gamma(\mu, x, \gamma)|_{\gamma=0}\gamma + \ldots \tag{5.12}$$

Следовательно, в первом порядке возмущения профиль линии определяется выражением (5.7), в котором $S(t, \gamma) = S(t, 0)$. При этом $I(\mu, x, 0) = I(\xi)$, где $\xi = \alpha(x)/\mu$, — есть профиль линии в аналогичной задаче в отсутствие градиента скорости. Дифференцируя (5.7) по γ, после несложных преобразований получаем, что через $I(\xi)$ довольно просто выражается также и следующий член разложения (5.12):

$$I'_\gamma(\mu, x, \gamma)|_{\gamma=0} = -\frac{\alpha'(x)}{2} I''_\xi(\xi). \tag{5.13}$$

На рис. 6 по данным [51] представлены профили, рассчитанные на основе (5.13) при $\lambda = 1$ для двух частных случаев: а) среда с равномерным распределением первичных источников, б) внутренние источники отсутствуют, граница $t = T$ освещена изотропно падающим излучением. В обоих случаях в качестве исходного профиля $\alpha(x)$ использованы асимптотические решения соответствующих задач для неподвижной среды (В. В. Иванов [89]). Профили даны в системе координат, неподвижной относительно центра слоя. Согласно рис. 6 в варианте а) расширение слоя приводит к эффекту «красной» асимметрии, впервые описанному в работах Д. Хаммера и Г. Райбики [83] и В. Г. Буславского и А. Б. Северного [90] и обусловленному влиянием градиента скорости на оптические свойства среды: в случае расширения вероятность выхода кванта в «красном» крыле линии больше, чем в «синем». Крайней формой проявления этого эффекта является практически полное подавление «синего» компонента профиля при сверхзвуковых движениях (рис. 4). По этой же причине возникает асимметрия профиля линии поглощения в варианте б), вследствие чего центр тяжести линии смещается в синюю сторону.

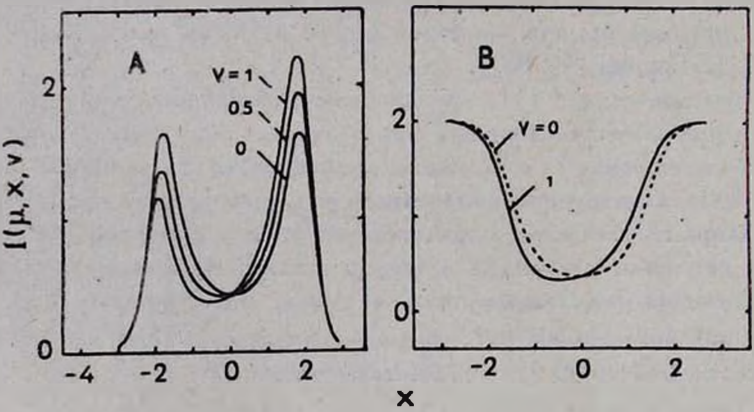

Рис. 6. Профили линий, рассчитанные методом малого параметра для случая плоскопараллельного слоя с постоянным градиентом скорости при $\lambda = \mu = 1$, $\gamma = V/T$, А — при $T = 10^3$, $g = 1$. В — при $T = 10$, нижняя граница слоя освещена изотропным излучением. Профили даны в системе координат, неподвижной относительно центра слоя.

Таким образом, метод малого параметра позволяет простыми средствами исследовать деформации профилей спектральных линий в условиях малых градиентов скорости. Аналогичный подход в настоящее время широко используется при исследовании околозвуковых дифференциальных движений в атмосфере Солнца (см. работы К. Дюра [91], Б. Буонаура и Б. Кассина [92] и цитированную в них литературу). Нетривиальным результатом, полученным в этом направлении, является вывод о том (Р. Шайн [93]), что в усредненном по времени профиле, образующемся в изотермическом слое в поле звуковой волны, происходит сильное увеличение интенсивности центральной части профиля, напоминающее ядра хромосферной эмиссии резонансных линий H и K Ca II.

6. *Численные методы.* Основные результаты, полученные в этой области, принадлежат американской школе теоретиков. Вышедший недавно перевод монографии Д. Михаласа [94] существенно облегчает обзор многочисленных работ на эту тему, позволяя свести его к изложению основных идей, используемых в современных численных методах. Мы отмечаем здесь также ряд результатов, не включенных в монографию [94], либо полученных после ее опубликования.

Для расчета поля излучения в спектральной линии в среде с дифференциальными движениями обычно используется уравнение переноса, записанное в сопутствующей системе координат. Это дает возможность, во-первых, в случае ИПЧ использовать усредненные по углу функции перераспределения по частоте. Во-вторых, позволяет свести к необходимому минимуму интервал частот, в котором в каждой точке среды определяется интенсивность излучения. Оптимальным методом решения этого уравнения является переход к системе конечно-разностных уравнений, предложенный П. Фотрие [95] и модифицированный для случая ППЧ Г. Райбики [96]. С этой целью в начале выполняется переход от уравнения (1.1) к дифференциальному уравнению второго порядка относительно «средней» интенсивности $u_{\mu\nu} = [I(\mu, \nu, s) + I(-\mu, \nu, s)]/2$. Затем вводится дискретизации по всем трем переменным. В результате получается система матричных уравнений, обладающая устойчивым решением. При этом затраты машинного времени линейно зависят от числа узлов по углу и частоте.

На основе описанного метода и его модификаций получены точные численные решения ряда двухуровенных задач для плоско-параллельного слоя [97] и сферически-симметричных движений с ускорением [98—100], в том числе, при ИПЧ [10, 102]. Обобщение этого метода на случай многоуровенных задач и на случай движений с нелокальным радиационным взаимодействием дано соответственно в [99, 103] и [104]. В [105] приведены детальные расчеты профилей спектральных линий, образующихся в расширяющихся и вращающихся звездных атмосферах. Важным результатом этой работы является вывод о неприменимости к атмосферам с внутренними дифференциальными движениями метода кривых роста.

Другой численный метод, основанный на дискретизации непосредственно уравнения переноса (5.1) по схеме И. Гранта и А. Пирейа [106], использован в [107]. В [108] на основе этого метода выполнены расчеты функции источников при ИПЧ с функцией перераспределения R_{II}, определяемой совместным действием радиационного затухания и тепловых движений атомов. К сожалению, однако, авторами этой работы использовано неправильное представление $R_{II}(x, x')$, приведшее к искусственной симметризации: $R_{II}(x, x') = R_{II}(x, -x')$ при всех значениях x (ср. рис. 1 в [108] с рис. 13.3 в [94] и рис. 1 в [109]). По этой причине результаты [108] полностью ошибочны.

При не слишком больших оптических толщинах в спектральных линиях, а также при рассмотрении «нестандартных» ситуаций, для расчета профилей линий применяется метод Монте—Карло [74, 75, 110—114]. В частности, этим методом Л. Ауэр и Д. Ван Блерком [110] исследовали влияние электронного рассеяния в расширяющихся оболочках и показали, что, в отличие от обычного механизма уширения линий при рассеянии на тепловых электронах, в движущихся средах уширение линий может происходить при рассеянии на «холодных» электронах в результате общего расширения газовой оболочки. Идея этого механизма использована недавно А. М. Соболевым и Н. Н. Чугаем [111] при исследовании профилей резонансных линий в спектрах сверхновых.

Тонкий эффект асимметрии линий резонансного рассеяния, обусловленный ИПЧ, обнаружен методом Монте-Карло в работе Л. Кэрофф и др. [112]. Природа этого эффекта связана с отсутствием симметрии точной функции перераспределения по углам и частотам по отношению к замене угла рассеяния γ на $\pi-\gamma$ (см. формулу (5.36) в [89]). В результате процесс рассеяния перестает быть симметричным (в отличие от ППЧ) относительно картинной плоскости. Соответственно, линия резонансного рассеяния, образующаяся в расширяющейся с ускорением сферической оболочке, перестает быть симметричной относительно частоты $x = 0$ в местной системе покоя: «красное» крыло линии становится интенсивнее «синего».

Этим же методом в работах К. Бернеса [113] и А. М. Соболева [114] в приближении ППЧ построены неравновесные модели протозвездных облаков, на основании которых рассчитаны профили линий молекулы CO. Результаты этих авторов относятся к случаю околозвуковых движений и являются существенным уточнением более ранних моделей [115], рассчитанных на основе ВМС.

7. *Многоуровенные задачи.* В отличие от двухуровенного приближения, в рамках которого, как мы убедились выше, существует большой выбор методов расчета функции источников, при расчете населенностей уровней реальных атомов основным рабочим методом является вероятностный метод. Объясняется это значительным усложнением задачи, в рамках которой в общем случае приходится решать систему нелинейных уравнений стационарности, связывающих интенсивности излучения в спектральных

линиях с населенностями атомных уровней. Лишь в самое последнее время появились работы [116, 117], в которых для решения подобных систем использован численный метод эквивалентного двухуровенного атома, предложенный Д. Михаласом и др. [99] и обеспечивающий более точную стыковку моделей звездных атмосфер и околозвездных оболочек.

В общем случае, с учетом как радиативных, так и столкновительных механизмов заселения уровней, система уравнений стационарности имеет вид:

$$\frac{dN_i}{dt} = R_i + Q_i = 0, \tag{7.1}$$

где N_i — населенность i-ого уровня, R_i и Q_i — члены, учитывающие соответственно радиационные и столкновительные механизмы его заселения и деактивации:

$$R_i = -N_i\left[\sum_{j=1}^{i-1}(A_{ij}+B_{ij}J_{ij}) + \sum_{k=i+1}^{\infty} B_{ik}J_{ik} + B_{ic}WJ^*_{ic}\right] -$$
$$- \sum_{k=i+1}^{\infty} N_k(A_{ki}+B_{ki}J_{ik}) - \sum_{j=1}^{i-1} N_jB_{ij}J_{ij}; \tag{7.2}$$

$$Q_i = -N_e[N_i(q_{ic}+\sum_{j\neq i} q_{ij}) - \sum_{j\neq i} N_iq_{ij} - N^+C_i - N_eN^+Q_{ci}]. \tag{7.3}$$

Здесь N_e, N^+ — концентрация электронов и протонов в 1 см$^{-3}$, J_{ik} — средняя интенсивность излучения в линии, соответствующей переходу $i \to k$, q_{ik} — коэффициент ударного перехода, Q_{ci} — коэффициент тройной рекомбинации на i-ый уровень, C_i и B_{ic} — соответственно коэффициенты радиативной рекомбинации и фотоионизации с учетом индуцированных переходов под действием внешнего излучения, A_{ik}, B_{ik} — эйнштейновские коэффициенты вероятностей радиационных переходов.

Используя вероятностный метод, нетрудно показать (см. раздел 1), что

$$J_{ik} = (1-\beta_{ik})S_{ik} + WJ^*_{ik}\beta_{ik}, \tag{7.4}$$

где J^*_{ik} — интенсивность излучения центрального источника на частоте рассматриваемого перехода, S_{ik} и β_{ik} — соответствующие функция источников и средняя вероятность выхода кванта.

Обычно система (7.1) рассматривается для конечного числа уровней. Влияние более высоких уровней учитывается в предположении, что их населенности соответствуют термодинамически равновесным значениям при

$T = T_e$. Оптимальным методом решения является метод ускоренных итераций, предложенный в [121].

7.1. *Атом водорода.* Первые самосогласованные модели для атома водорода, учитывающие непрозрачность газа в линиях, были рассмотрены В. В. Соболевым [13] для случая чисто радиативного механизма возбуждения и ионизации атомов применительно к оболочкам горячих звезд. Выполненные на основе этих моделей расчеты бальмеровских декрементов продемонстрировали высокую чувствительность этой важной характеристики эмиссионных спектров к параметрам излучающего газа и послужили толчком к последующему использованию бальмеровских декрементов (б. д.) в диагностических целях. В дальнейшем аналогичные задачи в чисто радиативном варианте рассматривались в [18, 118] и наиболее детально А. А. Боярчуком [23] и Р. Хиратой и А. Уесуги [119].

Другой предельный случай чисто ударного возбуждения и ионизации атомов был впервые рассмотрен В. Г. Горбацким [120] и более обстоятельно Р. Е. Гершбергом и Э. Э. Шнолем [121] и В. П. Грининым и Н. А. Катышевой [122]. В этом случае состояние газа определяется тремя параметрами: электронной температурой и концентрацией и вероятностью выхода кванта β_{12} в линии L_α. В качестве примера на рис. 7а по данным [122] представлены относительные интенсивности первых трех членов бальмеровской серии (наиболее чувствительных к изменениям параметров газа), как функции N_e и β_{12} при $T_e = 10^4$ K. Каждый теоретический трек соответствует фиксированному значению N_e, вдоль трека меняется β_{12}. Из рис. 7*а* видно, что изменение б. д. происходит сложным и неоднозначным образом. В случае плотного газа ($N_e \gtrsim 10^{12} - 10^{13}$ см$^{-3}$) при уменьшении β_{12} его состояние довольно быстро приходит к состоянию полной термализации, когда населенности уровней равны термодинамически равновесным значениям при $T = T_e$, а интенсивности излучения в линиях — соответствующим планковским интенсивностям. При этом трек смещается в левую верхнюю часть графика, соответствующую пологим и инверсным ($I_{H_\alpha} < I_{H_\beta} < I_{H_\gamma}$) бальмеровским декрементам. В газе промежуточной и низкой плотности $N_e \lesssim 10^{10}$) населенности атомных уровней определяются в большей степени радиативными процессами, чем столкновениями, и поэтому более чувствительны к оптической толщине газа в линиях. В результате получается более сложная картина изменений б. д. при $\beta_{12} \to 0$, отражающая последовательное запирание излучения в линиях бальмеровской, пашеновской и более высоких серий.

Одновременно с изменениями бальмеровского декремента происходит перераспределение излучения между линиями, принадлежащими разным сериям. На рис. 7b по данным [122] представлены зависимости относительных интенсивностей в линиях L_α и H_α. Видно, что при не слишком больших оптических толщинах в линии L_α подавляющая часть излучения газа сосредоточена в линии L_α и отношение $L_\alpha/H_\alpha \gg 1$. При $\beta_{12} \to 0$ это отношение уменьшается, достигая при малых β_{12} значений порядка и меньше единицы. Именно эта причина — т. е., частичная термализация газа при малых значениях β_{12} — рассматривается в настоящее время как наиболее вероятное объяснение наблюдаемых в спектрах ядер сейфертовских галактик и квазаров аномально низких отношений L_α/H_α (см. [123, 124] и цитированную там литературу).

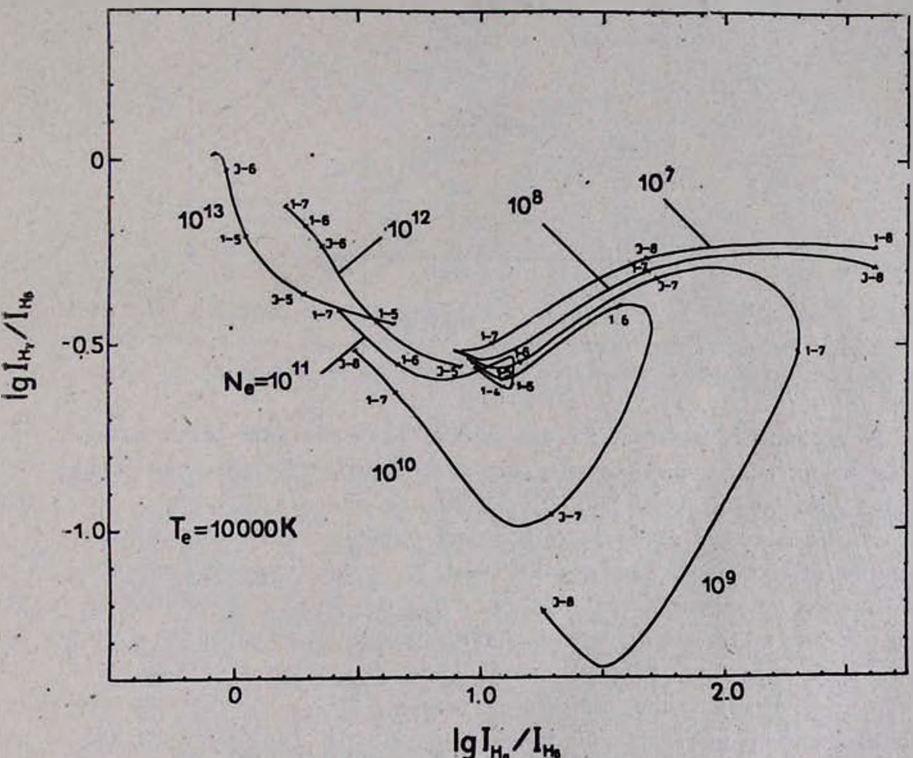

Рис. 7a. Бальмеровский декремент как функция параметров излучающего газа по данным [122].

В общем виде с учетом радиативных и столкновительных процессов при ненулевых граничных условиях многоуровенная задача для атома водорода рассматривалась Л. С. Луудом и М. Ильмас [125], М. Ильмас [126] — применительно к оболочкам горячих звезд, В. П. Грининым и Н. А. Катышевой [127] — для звезд типа Т Тельца [128, 129], К. Гордоном и др. [123] — для случая центрального источника со степенным спектром применительно к ядрам сейфертовских галактик и квазаров.

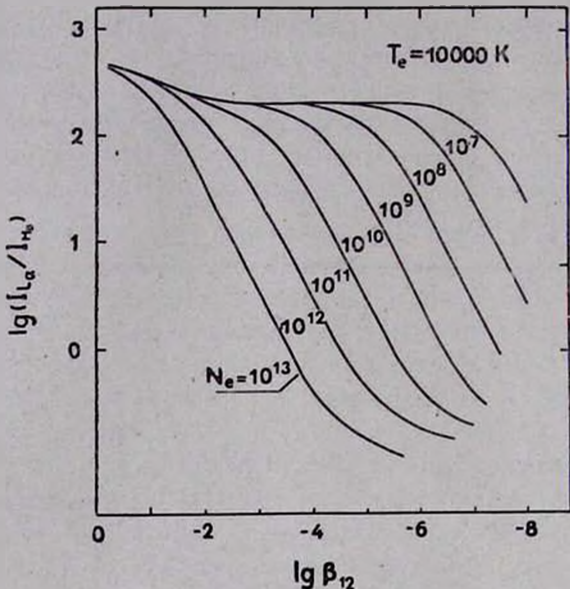

Рис. 7b. Отношение интенсивностей L_α/H_α для тех же условий, что и на рис. 7а.

В указанных работах на основе (7.1) рассчитаны сетки однородных моделей, на основании которых вычислены относительные интенсивности водородных линий (см. рис. 8). Применение этих расчетов к реальным объектам позволяет сделать порядковые оценки средних параметров эмиссионных областей без построения более детальных моделей оболочек. Такой подход оправдан в тех случаях, когда характер движений в исследуемом объекте не может быть однозначно определен по профилям линий, либо не ясен источник нагрева газа (как, например, в случае звезд типа Т Тельца). В принципе, однако, на основе (7.1) можно рассчитать эмиссионный спектр протяженной газовой оболочки с учетом изменения ее параметров вдоль радиуса. Для этого оболочка разбивается на последовательность слоев, в пределах каждого из которых параметры T_e, N_e, β_{12} и W считаются постоянными. В частности, таким путем в работах П. Квана и Л. Кухи [131] и П. Квана [132] рассчитано семейство неравновесных моделей радиально-симметричного истечения вещества с замедлением в гравитационном поле звезды и с ускорением под действием светового давления применительно к звездам типа Т Тельца и типа Р Лебедя. Для самой звезды Р Лебедя недавно предложена более сложная кинематическая модель с немонотонным изменением радиальной скорости (Т. Нугис и др.

[133]), подробное обоснование которой дано И. Колкой [134]. В отличие от [131, 132], в [134], а также в цитированной ранее работе У. Бастиана [49] поле излучения в спектральных линиях определялось с учетом эффекта нелокальности радиационного взаимодействия. Расчеты показали, однако, что влияние дополнительного радиационного члена на интенсивно-

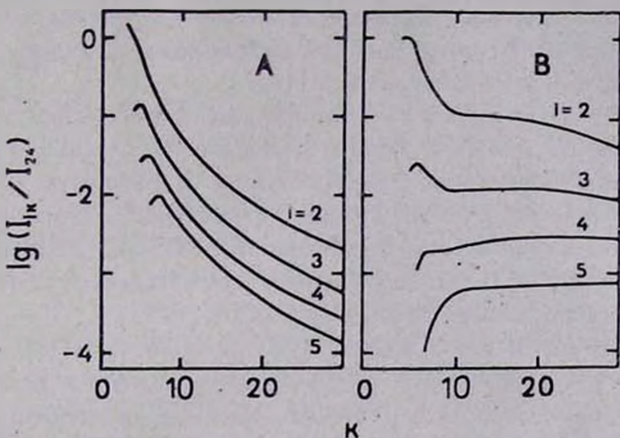

Рис. 8. Пример зависимости относительных интенсивностей водородных линий бальмеровской, пашеновской, брэккстовской и пфундовской серий от параметров излучающего газа по данным [130]. $T_e = 20\,000$ K, $T_* = 30\,000$ K, $W = 10^{-2}$ K, $N_e = 10^{10}$ см$^{-3}$, $\delta_{12} = 10^{-2}$ (A), 10^{-4} (B).

сти линий в рассмотренных моделях невелико ($\lesssim 30\%$ по данным [49]). Исходя из этого (а также с учетом результатов [38]) можно предположить, что в оболочках с отношением внешнего и внутреннего радиусов $R_2/R_1 \ll 10$ решение многоуровенных задач на основе локального варианта вероятностного метода обеспечивает необходимую точность независимо от типа радиационного взаимодействия. Лишь в экстремальных условиях — при наличии значительных градиентов физических условий — влияние крупномасштабного радиационного взаимодействия может приводить к значительным искажениям бальмеровских декрементов [135].

7.2. *Другие элементы*. В связи с интерпретацией эмиссионных спектров горячих звезд (в основном звезд типа Вольф—Райе) рядом авторов рассмотрены многоуровенные задачи для некоторых других элементов. Для случая рекомбинационного механизма заселения уровней первые расчеты относительных интенсивностей линий He II с учетом непрозрачности газа в линиях были выполнены В. В. Соболевым [13] и С. Г. Слюсаревым [17] и для He I — А. А. Никитиным [136]. В дальнейшем Дж. Кастор и Д. Ван Блерком [22] исследовали условия возбуждения He II на основе полной системы уравнений стационарности (7.1). Аналогичную задачу для He I рассмотрели В. Оэгерле и Д. Ван Блерком [137, 138]. В последней работе рассчитана неравновесная модель для атома He I для случая расширяющейся с ускорением оболочки, на основании которой выполнен анализ профилей оптических переходов нейтрального гелия в спектре P Лебедя. Недавно М. Ильмас и Т. Нугис [139] провели обширные расчеты эмиссионного спектра He I для некоторых предельных ситуаций (случаи A, B и C по Мензелу) с учетом диэлектронной рекомбинации, играющей важную роль в ионизационном балансе атомов He I.

Дж. Кастор и Х. Нуссбоймер [140] рассчитали эмиссионный спектр 14-и уровенного иона C III с учетом межконфигурационных переходов, но без рассмотрения ионизационного равновесия. В работе А. Ф. Холтыгина [141] на основе уточненных атомных параметров в рамках единой модели рассчитаны интенсивности линий ионов C III и C IV. Наряду с оптическими переходами в указанных работах рассмотрены также основные ультрафиолетовые линии этого элемента.

Следует отметить, что в большинстве цитированных выше работ (за исключением [134]), в которых решения многоуровенных задач получены с учетом изменения параметров оболочек вдоль радиуса, отсутствует рассмотрение теплового баланса газа. Электронная температура предполагается либо постоянной, либо задается в виде некоторого простейшего однопараметрического соотношения. Это создает большие неопределенности при моделировании кинематических условий в оболочках в тех случаях, когда основным механизмом возбуждения уровней являются электронные удары. Несомненно, что дальнейший прогресс в этой области связан с построением более самосогласованных моделей.

7.3. *Молекулы.* В последние годы в связи с интенсивным развитием молекулярной радиоспектроскопии возникла новая область применения вероятностного метода, связанная с интерпретацией молекулярных спектров протозвездных облаков, ИК-звезд, компактных H II-областей и ряда других объектов. Хотя скорости внутренних движений в этих объектах, как правило, невелики, они, тем не менее, во многих случаях заметно превышают тепловую скорость молекул, что оправдывает применение ВМС в качестве первого приближения. В настоящее время этот метод эффективно используется при расчетах космических мазеров [142—145], при исследовании диссоциативного и теплового равновесия молекулярных облаков [115, 146—149], а также при исследовании поляризации излучения в радиолиниях [150—152].

8. *Образование мазерных линий в движущихся средах.* Из всех видов линейчатого излучения мазерная эмиссия наиболее чувствительна к градиенту скорости. Объясняется это тем, что зависящая от градиента ско-

рости эффективная оптическая толщина среды τ в мазерном варианте представляет собой коэффициент мазерного усиления и в случае сильных мазеров достигает значений порядка 30 (В. С. Стрельницкий [153]). В этих условиях выход из резонанса вследствие градиента скорости относительно небольшого числа рабочих молекул может привести к заметному изменению мазерного усиления. По этой причине профили мазерных линий являются хорошими индикаторами внутренних движений в зоне образования мазерного излучения.

8.1. *Мазерное усиление в случае локального и нелокального радиационного взаимодействия.* Принципиальной особенностью образования мазерных линий в движущихся средах является связь эффективности мазерного усиления с типом радиационного взаимодействия в среде [154]. Если в случае обычных спектральных линий поле излучения в зависимости от типа радиационного взаимодействия определяется либо малой окрестностью точки, либо с учетом поверхности сопутствующих точек, то при переходе к мазерным линиям основное значение имеют различия в угловой зависимости градиента скорости в точке r. А именно: при локальном взаимодействии функция $\psi(r, \theta)$ является положительно определенной: $\psi(r, \theta) > 0$ при всех значениях r и θ, тогда как в случае нелокального радиационного взаимодействия $\psi(r, \theta)$ является знакопеременной функцией угла θ и существуют направления $\theta_{\pm}$, вдоль которых $\psi(r, \theta_{\pm}) = 0$.

Переписывая выражение (1.20) для $\tau(r, \theta)$ в виде:

$$\tau(r, \theta) = k(r)\, s_0(r, \theta), \tag{8.1}$$

где k — объемный коэффициент поглощения с учетом индуцированных переходов, s_0 — так называемая, когерентная длина, в пределах которой сдвиг резонансных частот вследствие градиента скорости равен тепловой скорсcти, в первом случае имеем:

$$s_0(r, \theta) = \psi^{-1}(r, \theta). \tag{8.2}$$

Во втором случае соотношение (8.2) дает правильные значения s_0 всюду, за исключением интервалов углов вблизи $\theta_{\pm}$, внутри которых когерентная длина определяется производными от скорости $v_{\vec{s}}$ более высокого порядка:

$$s_0(r, \theta) = s_{1/2}(r, \theta) + s_{1/2}(r, \theta + \pi), \tag{8.3}$$

где $s_{1/2}$ — расстояние от точки r, определяемое из уравнения:

$$\left| s\psi(r, \theta) + \frac{s^2}{2}\frac{d^2 v_{\vec{s}}}{ds^2} + \ldots \right| = \frac{1}{2} \tag{8.4}$$

и соответствующее смещению резонансной частоты на величину $v_T/2$.

Именно в этих направлениях и происходит основное усиление мазерного перехода в условиях нелокального радиационного взаимодействия.

Заменяя в (8.2) и (8.4) производные отношениями соответствующих величин, получаем в первом случае: $s_0 \sim r/v$; во втором — в направлении углов $\theta_\pm$ — $s_0 \sim r/v^{1/2}$. Отсюда следует, что при прочих равных условиях кинематические модели с нелокальным радиационным взаимодействием обеспечивают наибольшую эффективность мазерного усиления. Кроме того, очевидно, что в этом случае поле излучения в среде на частоте мазерного перехода характеризуется исключительно высокой степенью анизотропии: практически все излучение в интервале частот $\Delta\nu_D$ в сопутствующей системе координат сосредоточено в узком интервале телесных углов в направлениях $\theta_\pm$. Последняя особенность имеет важное значение при рассмотрении выстраивания спинов молекул в поле собственного излучения (Д. А. Варшалович [155], М. Литвак [156]).

8.2. *Профили мазерных линий в оболочках с регулярными внутренними движениями.* В настоящее время известно уже довольно большое число мазерных источников, ассоциирующихся с различными типами астрофизических объектов, профили которых характеризуются высокой степенью симметрии в расположении эмиссионных деталей. В случае мазеров на молекулах H_2O и SiO, обладающих малыми магнитными моментами и вследствие этого малочувствительных к магнитному полю, наиболее вероятным механизмом расщепления мазерной линии считается кинематическое расщепление, обусловленное внутренними движениями.

В простейшем случае радиального истечения с постоянной скоростью (этот случай имеет место в оболочках холодных сверхгигантов) области максимальной когерентности в оболочке лежат на луче зрения, проходящем через ее центр. В результате образуется двухкомпонентный профиль с расстоянием между пиками, равным удвоенной скорости расширения (М. Рейд и др. [157]). В проекции на картинную плоскость оболочка в лучах мазерной линии (на частотах, соответствующих пикам интенсивности) представляет собой два совпадающих субисточника, один из которых находится за звездой и может быть частично экранирован ею. В этом случае «красный» компонент профиля будет слабее «синего».

В случае радиально-симметричного коллапса (или истечения с замедлением) области максимальной когерентности представляет собой геометрическое место точек касания луча зрения с x-поверхностью (см. рис. 2, II), соответствующей максимуму мазерного усиления. (Нетрудно показать, что в точке касания $\psi(r, \theta)=0$, где θ — угол между вектором $\vec{r}$, и лучом зрения). Профиль линии в этом случае будет по-прежнему двухкомпонентным, однако в проекции на картинную плоскость мы увидим теперь два совпадающих кольцевых источника (М. Рейд и др. [158]).

Более сложный тип расщепления мазерных линий реализуется в дисковых оболочках с аксиально-симметричными движениями [154, 159]. Согласно (24.1) в этом случае уравнение $\psi(r, \theta) = 0$ является биквадратным относительно $\cos\theta$ и имеет две пары независимых решений. В результате мазерный диск в проекции на картинную плоскость распадается на четыре компактных субисточника, а мазерная линия — соответственно на четыре компонента (рис. 9a, b), расстояние между которыми определяется радиальной и тангенциальной составляющими скорости в области максимального усиления. В пределе, при $u/v \to 0$ происходит попарное слияние главных пиков профиля с соответствующими сателлитами, в результате чего профиль становится двухкомпонентным. В другом предельном случае: $v/u \to 0$ два центральных пика сливаются в один (рис. 9c) и образуется симметричный трехкомпонентный профиль, впервые рассмотренный Д. Ван Блеркомом и Л. Ауэром [160].

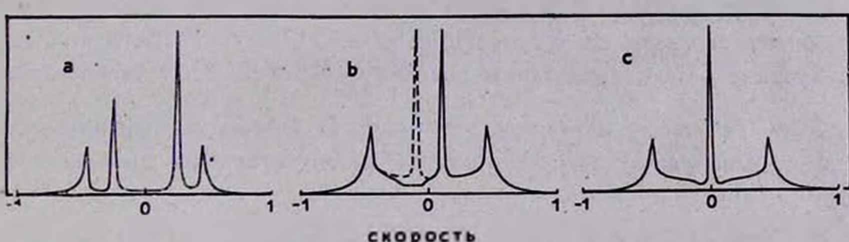

Рис. 9. Профили мазерных линий в режиме аксиально-симметричной аккреции ($v \sim u \sim r^{-1/2}$) по данным [159]. Варианты a, b, c отличаются отношением $A = v/u$, равным соответственно 1, 0.5 и 0.01. Пунктиром показано влияние эффекта экранирования.

Если плоскость диска совпадает с лучом зрения или наклонена к нему под небольшим углом, то один из двух главных максимумов когерентной длины может быть частично или полностью закрыт от наблюдателя центральным телом. Соответственно один из центральных пиков профиля — «красный» или «синий» в зависимости от знака радиальной скорости — будет ослаблен, а в случае преобладающего вращения может полностью исчезнуть (рис. 9b).

Таким образом, при наличии в инвертированной области регулярных внутренних движений профили мазерных линий в сочетании с радиоинтерферометрическими картами позволяют однозначным образом определить кинематические параметры источников. Особый интерес представляет возможность определения таким путем динамического состояния газа на ранних стадиях звездообразования [159, 160].

В источниках, ассоциирующихся с компактными H II-областями, наблюдается более сложный тип профилей, состоящих, как правило, из большого числа эмиссионных пиков, в расположении которых существует определенная симметрия относительно центральной частоты в местной системе покоя. При этом максимальные скорости эмиссионных деталей достигают значений порядка 100 км/с. Образование таких профилей в настоящее время связывают с неоднородной структурой звездного ветра, порождаемого горячими O—B-звездами (В. С. Стрельницкий и Р. А. Сюняев [161], С. Детучи [162].

8.3. *Особенности образования мазеров OH.* В отличие от молекул H_2O и SiO молекула гидроксила относится к числу магниточувствительных молекул, вследствие чего на образовании мазеров OH одновременно сказываются два фактора: градиент скорости и градиент магнитного поля в источнике (А. Кук [163], И. С. Шкловский [164], Д. А. Варшалович и В. В. Бурдюжа [165]). По этой причине физика мазеров OH значительно сложнее, а их наблюдательные проявления богаче и информативнее.

Основное значение здесь имеет совместное влияние эффекта Зеемана и градиента скорости на когерентную длину. Следуя В. Кегелю и Д. А. Варшаловичу [166], представим значения скорости и магнитного поля в виде ряда Тейлора в окрестности точки $\vec{r}$. С учетом первых двух членов разложения получаем смещение частоты в сопутствующей системе координат:

$$\Delta\nu = s\frac{d}{ds}\left(\frac{\nu_0}{c}v_{\vec{s}} + gH\right) + \frac{s^2}{2}\frac{d^2}{ds^2}\left(\frac{\nu_0}{c}v_{\vec{s}} + gH\right), \tag{8.5}$$

где g — параметр, зависящий от частоты рассматриваемого перехода (заметим, что скорость v в (8.5) выражена в обычных единицах). Приравнивая значение $|\Delta\nu|$ доплеровской полуширине $\Delta\nu_D$, отсюда находим когерентную длину s_0 в точке $\vec{r}$ в направлении $\vec{s}$.

Из выражения (8.5) видно, что если

$$\frac{\nu_0}{c}\frac{dv_{\vec{s}}}{ds} + g\frac{dH}{ds} = 0, \tag{8.6}$$

то величина s_0 определяется вторым членом разложения:

$$s_0 = (2\Delta\nu_D)^{1/2}\left(\frac{\nu_0}{c}\frac{d^2v_{\vec{s}}}{ds^2} + g\frac{d^2H}{ds^2}\right). \tag{8.7}$$

Таким образом, присутствие магнитного поля может привести к резкому увеличению когерентной длины и в этом смысле действие эффекта Зеемана эквивалентно обсуждавшемуся в разделе 8.1 влиянию кинематического фактора. Существенное отличие, однако, состоит в том, что знак параметра g различен для разных зеемановских компонентов линии. Поэтому значения S_0 для них также будут различными. Эта особенность рассматривается в настоящее время как одна из возможных причин наблюдаемых аномалий интенсивностей σ_+ и σ_- компонентов мазерных линий OH.

9. *Световое давление в спектральных линиях.* Благодаря большим сечениям взаимодействия излучения с веществом световое давление в спектральных линиях играет важную роль в ускорении атомов в оболочках горячих звезд [167, 168]. Поскольку оптические толщины звездных оболочек в резонансных линиях весьма значительны, эффекты просветления среды вследствие градиента скорости имеют здесь первостепенное значение.

Первое корректное определение силы светового давления с учетом этого фактора было дано В. В. Соболевым [8, 14] для случая одномерной среды и для плоско-параллельного слоя с постоянным градиентом скорости.

9.1. *Плоскопараллельная среда с постоянным градиентом скорости.* В этом случае сила светового давления на 1 см$^{-3}$ равна:

$$f_r(t) = 2\pi \frac{\Delta\nu_D}{c} k \int_{-1}^{1} \mu d\mu \int_{-\infty}^{+\infty} I(t, \mu, x)\, \alpha(x)\, dx. \tag{9.1}$$

Предположим, что внешнее излучение отсутствует. Выражая интенсивность излучения через функцию источников и представляя последнюю в виде ряда Тейлора в окрестности точки t с учетом первого ненулевого члена, имеем [14] при $\tau \gg 1$ (в наших обозначениях):

$$f_r(t) = -\frac{8\pi}{3} \frac{\Delta\nu_D}{c} x_1 \frac{dS}{dz}. \tag{9.2}$$

Здесь и далее x_1 — множитель порядка единицы, зависящий от геометрии среды и представляющий собой медленно меняющуюся функцию градиента скорости типа $\sqrt{\ln(1/\gamma)}$.

Из (9.2) следует, что при сверхзвуковых движениях световое давление практически не зависит от градиента скорости. Эта интересная особенность связана с тем, что два эффекта, обусловленные градиентом скорости: просветление среды и уменьшение размера локальной окрестности точки t (приводящее к уменьшению степени анизотропии излучения в этой точке) — взаимно компенсируют друг друга. Другая особенность выражения (9.2) состоит в том, что в нем отсутствует зависимость от объемного коэффициента поглощения k. Объясняется это тем, что количество квантов, приходящих в точку t в интервале частот $\sim\Delta\nu_D$, пропорционально (в силу закона обратимости оптических явлений) вероятности выхода кванта из этой точки. Из них элементарным объемом поглощается доля, пропорциональная k. Поскольку при больших оптических толщинах $\beta \sim \tau^{-1} \sim k^{-1}$, то величина k в выражении для f_r сокращается.

9.2. *Радиально-симметричные движения.* Следующий шаг в исследовании светового давления был сделан Дж. Кастором [169], применившим метод Соболева к оболочкам горячих звезд. В этом случае световое давление состоит из двух составляющих, связанных с резонансным рассеянием прямого излучения от звезды f_r^* и диффузного излучения оболочки f_r^d. При $\tau \gg 1$

$$f_r^*(r) = I_* \frac{\Delta\nu_D}{c} x_1^* \left(\frac{r}{r_*}\right)^{-2} \frac{dv}{dr} \quad (r \gg r_*), \tag{9.3}$$

$$f_r^d(r) = -4\pi \frac{\Delta\nu_D}{c} x_1^d \frac{dS}{dr}. \tag{9.4}$$

Так как степень анизотропии прямого излучения не зависит от градиента скорости, то эффект просветления среды проявляется в этом случае в чистом виде и составляющая f_r^* находится в прямой зависимости от dv/dr. При этом в результате изменения скорости движения газа с удалением от звезды атомы непрерывно отслеживают на резонансной частоте в сопутствующей системе координат соответствующую частоту непрерывного спектра звезды*. Если в (9.4) подставить $S(r)$ из уравнения (1.7) при $\lambda = 1$ и $g(r)$, определяемом (1.23), то получим отношение: $f_r^*/f_r^d \sim v \gg 1$. Отсюда следует, что в тех случаях, когда спектральная линия возбуждается излучением звезды и влияние электронных ударов и рекомбинаций пренебрежимо мало, основной вклад в световое давление при сверхзвуковых движениях дает рассеяние прямого излучения звезды. Этот вывод работы [169] лежит в основе современных динамических моделей оболочек звезд ранних спектральных классов [170—174]. Главным результатом, полученным в этом направлении, является вывод о том, что суммарный эффект светового давления, обусловленный почти полностью поглощением в многочисленных субординатных линиях иона C III [170], достаточен для объяснения наблюдаемого темпа потери массы ($\dot{M} \sim 10^{-6} - 10^{-5} M_\odot$/год) горячими сверхгигантами.

* В опубликованной недавно статье В. Г. Миногина и Ю. В. Рождественского «Резонансное световое давление на атомные частицы межзвездной среды» [177] содержится ошибочное утверждение о том, что указанный эффект не рассматривается в рамках классической теории светового давления. На самом деле в силу своей очевидности он всегда учитывался при вычислении светового давления, обусловленного рассеянием прямого излучения звезды.

9.3. *Эффекты нелокальности радиационного взаимодействия.* Описанная выше ситуация резко меняется при переходе к оболочкам с нелокальным радиационным взаимодействием [38, 39, 50]. В этом случае основная часть давления f_r^d связана не с локальной окрестностью точки r, а с поверхностью сопутствующих точек. Соответствующее выражение для f_r^d получается умножением (2.6) на $k(r)(\Delta\nu_D/c)$ и введением в подынтегральный член множителя $\mu = \cos\theta$. В оптически толстом пределе это дает:

$$f_r^d(r) = \frac{\Delta\nu_D}{c} \int\limits_{\Omega_s} S(r') \, |\psi(r, \theta)| \, \mu \frac{d\Omega}{4\pi}. \tag{9.5}$$

Поскольку теперь точка r радиационно связана с удаленными от нее частями оболочки, степень анизотропии излучения в ней (в области резонанса) значительно выше, чем при локальном радиационном взаимодействии. Следствием этого является, во-первых, существенное увеличение составляющей f_r^d. Во-вторых, смена знака f_r^d на расстояниях порядка $2r_*$, связанная с тем, что основная часть светового импульса создается здесь внешними частями s-поверхности и направлена поэтому к звезде.

9.4. *Тангенциальное световое давление.* Из чисто «интуитивных» соображений следует, что переход к аксиально-симметричным движениям должен мало сказываться на световом давлении. Видимо по этой причине этот случай вплоть до недавнего времени вообще не рассматривался в литературе. Оказалось, однако [175], что в этих условиях световое давление в спектральных линиях обладает нетривиальной особенностью: наряду с радиальной составляющей f_r (которая действительно не претерпевает существенных изменений по сравнению со случаем радиально-симметричных движений) оно имеет также тангенциальную составляющую f_θ.

Исследование свойств f_θ в различных ситуациях показало [175], что 1) знак тангенциального давления зависит от знака радиальной составляющей скорости.

2) Динамический эффект может быть создан только за счет диффузной составляющей f_θ^d, поскольку величина f_θ^* быстро убывает с расстоянием от звезды: $f_\theta^*(r) \sim (u/r)(r/r_*)^{-4}$. В расширяющихся оболочках направление f_θ^d совпадает с направлением вращения и при достаточно высокой плотности излучения способно усиливать его. При этом в силу закона сохранения углового момента соответствующее приращение углового момента выносится излучением за пределы оболочки. В результате пробная частица (атом), находящаяся за ее пределами, приобретает при взаимодействии с выходящим излучением тангенциальный импульс в направлении, обратном вращению оболочки.

3) К. п. д. тангенциального давления максимален в случае околозвуковых движений. При сверхзвуковых движениях он резко повышается при наличии неселективного взаимодействия излучения в спектральной линии, например, с частицами пыли, достигая максимума при $\tau_n \sim 1$.

4) Главная особенность механизма состоит в том, что отношение

$$f_0^d / f_r^d \simeq \min\left(\frac{v}{u}, \frac{u}{v}\right). \tag{9.6}$$

Следовательно, при $u \sim v$ тангенциальный импульс, сообщаемый излучением веществу, соизмерим с радиальным импульсом. По сравнению с известными в настоящее время радиационными механизмами типа эффекта Пойнтинга—Робертсона, радиационной вязкости и т. д. это наивысший к. п. д. преобразования полного импульса излучения в тангенциальный.

Чтобы кратко пояснить суть дела, укажем прежде всего, что такие эффекты, как аберрация света, масса фотонов и т. д. (лежащие в основе названных выше механизмов), в данном случае не играют никакой роли. Основное значение имеют два фактора: 1) смещение резонансной частоты атомов, обусловленное дифференциальными движениями. Хотя этот эффект имеет такой же порядок малости, что и указанные выше (v_*/c), его влияние является определяющим, поскольку профиль коэффициента поглощения также весьма узок: $\Delta\nu_D/\nu_0 = v_T/c$. 2) В условиях аксиально-симметричных движений градиент скорости $\psi(r, \theta)$ является нечетной функцией угла θ (см. (1.24)), вследствие чего угловое распределение оптической толщины $\tau(r, \theta)$ в экваториальной плоскости оболочки несимметрично относительно вектора $\vec{r}$. В случае нелокального радиационного взаимодействия к этому добавляется фактор асимметрии s-поверхности относительно вектора $\vec{r}$ (рис. 1).

Предварительные оценки показывают [176], что динамический эффект тангенциального давления можно ожидать в объектах типа планетарных туманностей и компактных H II-областей, в которых заметная часть L_c-излучения центральной звезды при фотоионизациях в оболочке переходит в линию L_α. Если в процессе образования этих объектов возникает первичное вращение, то при расширении оболочки оно может быть усилено за счет тангенциального импульса L_α-излучения.

Заключение. Из приведенного обзора видно, что теория переноса излучения в движущихся средах в своей классической области приложений является вполне сформировавшимся разделом теоретической астрофизики. Работами последних лет внесена ясность в такие важные вопросы, как асимптотическое поведение ядерных функций и характерные длины теории. Установлено существование двух типов радиационного взаимодействия и исследовано влияние нелокального радиационного взаимодействия на образование спектральных линий и световое давление. В настоящее время теория располагает широким выбором асимптотических, приближенных и численных методов решения разнообразных прикладных задач.

Несмотря на конкуренцию со стороны численных методов, подавляющее большинство расчетов эмиссионных спектров в области сверхзвуковых движений выполнено на основе вероятностного метода и его модификации на случай нелокального радиационного вазимодействия. Объясняется это не только простотой и экономичностью данного метода, но также еще и тем, что повышение точности расчетов, которое может быть достигнуто путем применения численных методов, часто оказывается фиктивным, поскольку заведомо превышает точность исходных предпосылок. Реальный путь повышения надежности диагностики излучающего газа состоит, во-первых, в совместном решении многоуровенных задач для группы элементов, линии которых наблюдаются в спектре данного объекта. Во-вторых, — там, где это возможно,— в совместном решении уравнений стационарности и теплового баланса.

Автор глубоко признателен Д. А. Варшаловичу, Р. Е. Гершбергу, С. И. Грачеву и П. Хенцелю (ЧССР) за полезные обсуждения.

Formation of the Emission Spectra in the Moving Media. Introduction. V. P. Grinin. 1) The Sobolev's escape-probability method; 2) A modification of the EPM for flows with non-local radiative coupling; 3) The main characteristic lengths and asymptotic of the kernel functions; 4) Formation of the spectral lines in the envelope with supersonic motions; 5) Other asymptotic and approximate methods; 6) The numerical methods; 7) The multilevel problems; 8) Formation of the maser lines in moving media; 9) The radiative force in the spectral lines; 10) Conclusion.

Крымская астрофизическая
обсерватория

ЛИТЕРАТУРА

1. *C. S. Beals*, M.N.R.A.S., 91, 966, 1931
2. *C. S. Beals*, Publ. Dom. Ap. Obs. Victoria, 6, 111, 1934.
3. *B. Gerasimovic*, Z. Astrophys., 7, 335, 1933.
4. *S. Chandrasekhar*, M.N. RAS., 94, 522, 1934.
5. *W. H. McCrea, K. K. Mirta*, Z. Astrophys., 11, 359, 1936.
6. *S. Chandrasekhar*, Rev. Mod. Phys., 17, 138, 1945.
7. *S. Chandrasekhar*, Ap. J., 102, 402, 1945.

8. *В. В. Соболев.* Астрон. ж., 21, 143, 1944.
9. *В. В. Соболев,* Астрон. ж., 23, 193, 1946.
10. *В. В. Соболев,* Астрон. ж., 24, 13, 1947.
11. *В. В. Соболев,* Астрон. ж., 25, 3, 1948.
12. *В. В. Соболев,* Астрон. ж., 24, 205, 1947.
13. *В. В. Соболев.* Движущиеся оболочки звезд, ЛГУ, 1947.
14. *В. В. Соболев,* Астрон. ж., 34, 694, 1957.
15. *В. В. Соболев,* Астрон. ж., 36, 753, 1959.
16. *В. А. Амбарцумян, Э. Р. Мустель, А. Б. Северный. В. В. Соболев,* Курс теоретической астрофизики, ГИТТЛ, М., 1952, стр. 479.
17. *С. Г. Слюсарев,* Кандидатская дисс., ЛГУ, 1953.
18. *V. Doazan,* Ann. Astrophys., 28, 1, 1965.
19. *С. В. Рублев,* Астрон. ж., 37, 828, 1960.
20. *С. В. Рублев,* Астрон. ж., 40, 643, 1963.
21. *Л. В. Лионг.* Астрон. ж., 44, 283, 1967.
22. *J. I. Castor, D. Van Blerkom,* Ap. J., 161, 485, 1970.
23. *А. А. Боярчук,* Изв. КрАО, 35, 45, 1966.
24. *В. Г. Горбацкий,* Новоподобные звезды, Наука, М., 1974.
25. *J. B. Hutchings,* M.N. RAS., 147, 367, 1970.
26. *Р. Е. Гершберг,* Изв. КрАО, 51, 117, 1974.
27. *G. B. Rybicki,* in "Spectrum Formation in Stars with Steady-state Extended Atmospheres", N.B.S. Spec. Publ., 332, 87, 1970.
28. *D. Van Blerkom,* in "Wolf-Rayet and High-Temperature Stars", IAU Symp. N 49, Ed. M. K. V. Bappu, J. Sahade, 1973, p. 165.
29. *D. J. Hummer,* in "Be and Shell stars", IAU Symp. N 70, Ed. A. Slettebak, Dordrecht: Reidel, 1976, p. 281.
30. *C. Magnan,* Astron. Astrophys., 35, 233, 1974.
31. *D. Mihalas, R. A. Shine, P. B. Kunasz, D. G. Hummer,* Ap. J., 205, 492, 1976.
32. *W.-R. Hamman, R.-P. Kudritzki,* Astron. Astrophys., 54, 525, 1977.
33. *J. I. Castor,* M.N. RAS, 149, 111, 1970.
34. *В. П. Гринин,* Изв. КрАО, 54, 176, 1976.
35. *С. И. Грачев, В. П. Гринин,* Астрофизика, 11, 33, 1975.
36. *В. П. Гринин,* Астрофизика, 14, 201, 1978.
37. *S. Deguchi, Y. Fukui,* Publ. Astr. Soc. Japan, 29, 683, 1977.
38. *G. B. Rybicki, D. J. Hummer,* Ap. J., 219, 654, 1978.
39. *F. Marti, P. D. Noerdlinger,* Ap. J., 215, 247, 1977.
40. *J. Surdej,* Astron. Astrophys., 60, 303, 1978.
41. *J. Surdej,* Astrophys. Space Sci., 73, 101, 1980.
42. *G. L. Olson,* Ap. J., 255, 267, 1982.
43. *T. G. Hewitt, P. D. Noerdlinger,* Ap. J., 188, 315, 1974.
44. *W. R. Hamman,* Astron. Astrophys., 93, 353, 1981.
45. *J. Surdej, J. P. Swings,* Astron. Astrophys., 96, 242, 1981.
46. *В. П. Гринин,* Астрон. ж., 59, 1070, 1982.
47. *C. Bertout,* Astron. Astrophys., 80, 138, 1979.
48. *U. Bastian,* Astron. Astrophys., 109, 245, 1982.
49. *C. Fransson,* Astron. Astrophys., 132, 115, 1984.
50. *J. Surdej,* Astron. Astrophys., 62, 135, 1978.
51. *В. П. Гринин,* Астрофизика, 10, 239, 1974.
52. *С. И. Грачев,* Астрофизика, 13, 185, 1977.

53. *G. B. Rybicki, D. G. Hummer*, M. N. RAS. 144, 313, 1968.
54. *С. И. Грачев*. Вестн. ЛГУ, № 19, 114, 1977.
55. *D. G. Hummer, G. B. Rybicki*, Ap. J, 254, 767, 1982.
56. *В. П. Гринин*, Изв. КрАО, 54, 176, 1976.
57. *С. И. Грачев*, Вестн. ЛГУ, № 1, 129, 1978.
58. *Н. Н. Чугай*, Письма АЖ, 6, 166, 1980.
59. *В. В. Витязев*, Вестн. ЛГУ, 19, 124, 1973.
60. *С. И. Грачев*. Вестн. ЛГУ, № 1, 128, 1976.
61. *С. И. Грачев*, Астрофизика, 14, 111, 1978.
62. *С. И. Грачев*. «Перенос излучения в расширяющихся плоскопараллельных средах» Деп. в ВИНИТИ, № 1007—78, 1978.
63. *С. И. Грачев, Вестн.* ЛГУ, № 1, 77; № 7, 85, 1982.
64. *E. Simonneau*, Astron. Astrophys , 29, 357, 1973.
65. *В. В. Витязев*, Труды АО ЛГУ, 35, 1978.
66. *J. I. Castor, H. J. G. L. M. Lamers*, Ap. J. Suppl. Ser., 39, 481, 1979.
67. *L. B. Lucy*, Ap. J., 163, 95, 1971.
68. *G. L. Olson*, Ap. J., 245, 1054, 1981.
69. *В. Г. Горбацкий*, Астрон. ж., 41, 849, 1964.
70. *S. Kriz*, BAC, 25, 143, 1974.
71. *S. Kriz*, BAC, 30, 83, 1979.
72. *S. Kriz*, BAC, 30, 95, 1979.
73. *C. Bertout*, Proc. IAU Coll. N 42, Bamberg, Ed's. R. Kippenhahn, J. Rahe, W. Strohmeier, 1977.
74. *C. Magnan*. J.Q.S.R.T., 10, 1, 1970.
75. *C. Magnan*, Astron. Astrophys , 21, 361, 1972.
76. *U. Bastian, C. Bertout, L. Stenholm, R. Wehrse*, Astron. Astrophys. 86, 105, 1980.
77. *W. R. Hamann*, Astron. Astrophys.. 93, 353, 1981.
78. *Д. А. Варшалович, Р. А. Сюняев*, Астрофизика, 4, 359, 1968.
79. *М. М. Баско*, ЖЭТФ, 75, 1278, 1978.
80. *C. Magnan*, J.Q.S.R.T., 14, 123, 1974.
81. *U. Frish, H. Frish*, M.N. RAS, 173, 167, 1975.
82. *K. D. Abhyankar*, Ap. J., 140, 1353, 1964.
83. *D. G. Hummer, G. B. Rybicki*, Ap. J., 153, L 107, 1968.
84. *J. Kalander*, Ap. J., 165, 543, 1971.
85. *В. В. Иванов, В. Т. Щербаков*, Астрофизика, 1, 22, 1965.
86. *В. В. Иванов*, Астрон. ж.. 49, 115, 1972.
87. *D. G. Hummer, G. B. Rybicki*, Ap. J., 263, 925, 1982.
88. *В. П. Гринин*. Изв. КрАО, 51, 65, 1974.
89. *В. В. Иванов*, Перенос излучения и спектры небесных тел. Наука, М., 1969.
90. *В. Г. Буславский, А. Б. Северный*, в сб. «Звезды, туманности, галактики», Ереван, 1969, стр. 129.
91. *C. J. Durrant*, Astron Astrophys., 73, 137, 1979.
92. *B. Buonaura, B. Cassik*, Astron. Astrophys., 111, 113, 1982.
93. *R. Shine*, Ap. J., 202, 543, 1975.
94. *Д. Михалас*, Звездные атмосферы, Мир, М., 1982.
95. *P. Feautrier*, C. R. Acad. Sci, Paris, 258, 3189, 1964.
96. *G. B. Rybicki*, J.Q.S.R.T., 11, 589, 1971.

97. *P. Noerdlinger, G. Rybicki*, Ap. J., 193, 651, 1974.
98. *P. Kunasz, D. Hummer*, M.N. RAS, 166, 57, 1974.
99. *D. Mihalas, P. Kunasz, D. Hummer*, Ap. J., 202, 465, 1975.
100. *D. Mihalas, P. Kunasz, D. Hummer*, Ap. J., 210, 419, 1976.
101. *D. Mihalas, R. A. Shine, P. B. Kunasz, D. G. Hummer*, Ap. J., 205, 492, 1976.
102. *D. Mihalas*, Ap. J., 238, 1034, 1980.
103. *D. Mihalas, P. B. Kunasz*, Ap. J., 219, 635, 1978.
104. *D. Mihalas*, Ap. J, 238, 1042, 1980.
105. *D. Mihalas*, M. N. RAS, 189, 671, 1979
106. *I. P. Grant, A. Peraiah*, M.N.RAS., 160, 239, 1972.
107. *A. Peraiah*, Astrophys. Space Sci., 77, 243, 1981.
108. *A. Peraiah, K. N. Nagendra*, Astrophys. Space Sci., 90, 437, 1983.
109. *P. Heinzel, I. Hubeny*, I.Q.S.R.T., 30, 77, 1983.
110. *L. H. Auer, D. Van Blerkom*, Ap. J., 178, 175, 1972.
111. *А. М. Соболев, Н. Н. Чугай*, Письма АЖ, 8, 607, 1982.
112. *L. J. Caroff, P. D. Noerdlinger, J. P. Scargle*, Ap. J., 176, 439, 1972.
113. *C. A. Bernes*, Astron. Astrophys., 73, 67, 1979.
114. *А. М. Соболев*, Научные информации, 50, 47, 1982.
115. *R. L. Shell, R. B. Loren*, Ap. J., 211, 122, 1977.
116. *P. B. Kunasz, D. Van Blerkom*, Ap. J., 224, 193, 1978.
117. *P. B. Kunasz*, Ap. J., 237, 819, 1980.
118. *В. В. Соболев, В. В. Иванов*, Уч. зап. ЛГУ, № 307, 3, 1962.
119. *R. Hirata, A. Uesugi*, Contr. Kwasan. Obs. Kyoto, N 156, 1967.
120. *В. Г. Горбацкий*, Астрофизика, 1, 129, 1965.
121. *Р. Е. Гершберг, Э. Э. Шноль*, Изв. КрАО, 50, 122, 1974.
122. *В. П. Гринин, Н. А. Катышева*, Изв. КрАО, 62, 66, 1980.
123. *C. Gordon, S. Collin-Souffrin, D. Dultzin-Hacyan*, Astron. Astrophys., 103, 69, 1981.
124. *Н. А. Катышева*, Астрофизика, 19, 55, 1983.
125. *Л. Луул, М. Ильмас*, Эмиссионные линии в спектрах звезд, Тарту, 1971.
126. *М. Ильмас*, Водородные эмиссионные линии в спектрах звезд, Тарту, 1974.
127. *В. П. Гринин, Н. А. Катышева*, Изв. КрАО, 62, 59, 1980.
128. *В. П. Гринин*, Астрофизика, 16, 241, 1980.
129. *Н. А. Катышева*, Астрофизика, 17, 301, 1981.
130. *R. E. Gershberg, L. Luud*, Emission Lines in Stellar Spectra: Observations and Interpretation, Preprint N 7, Tartu, 1975.
131. *P. Kuan, L. V. Kuhi*, Ap. J., 199, 148, 1975.
132. *P. Kuan*, Ap. J., 202, 425, 1975.
133. *Т. А. Нугис, И. Р. Колка, Л. С. Лууд*, Публ. Тартуской обс., 47, 191, 1979.
134. *И. Колка*. Модели оболочки звезды P Лебедя, Анализ на основе спектральных линий водорода, Препринт А-4, 1980.
135. *В. П. Гринин*, Изв. КрАО, 62, 54, 1980.
136. *А. А. Никитин*, Кандидатская диссертация, ЛГУ, 1951.
137. *W. R. Oegerle, D. Van Blerkom*, Ap. J., 206, 150, 1976.
138. *W. R. Oegerle, D. Van Blerkom*, Ap. J., 208, 154, 1976.
139. *M. Ilmas, T. Nugis*, Calculation of the Emission-Line Spectrum of HeI, Tallin, 1982.
140. *J. I. Castor, H. Nussbaumer*, M.N.RAS., 155, 239, 1972.
141. *А. Ф. Холтыгин*, Кандидатская диссертация, ЛГУ, 1981.

142. *M. Elitzur, P. Goldreich, N. Scoville*, Ap. J., 205, 384, 1976.
143. *S. Deguchi*, Ap. J., 249, 145, 1981.
144. *W. Boland, T. de Jong*, Astron. Astrophys., 98, 149, 1981.
145. *S. E. Robinson, D. J. Van Blerkom*, Ap. J., 249, 566, 1981.
146. *P. Goldreich, N. Scoville*, Ap. J., 205, 144, 1976.
147. *M. Morris, M. Jura*, Ap. J., 264, 546, 1983.
148. *P. Goldreich, J. Kwan*, Ap. J., 189, 441, 1974.
149. *T. De Jong, S.-I. Chu, A. Dalgarno*, Ap. J., 199, 69, 1975.
150. *P. Goldreich, N. D. Kylafis*, Ap. J., Lett., 243, L 75, 1981.
151. *P. Goldreich, N. D. Kylafis*, Ap. J., 253, 606, 1982.
152. *N. D. Kylafis*, Ap. J., 267, 137, 1983.
153. *В. С. Стрельницкий*, УФН, 113, 465, 1974.
154. *В. П. Гринич, С. А. Григорьев*, Астрон. ж., 60, 512, 1983.
155. *Д. А. Варшалович*, УФН, 101, 369, 1970.
156. *M. M. Litvak*, Ap. J., 202, 58, 1975.
157. *M. J. Reid, D. O. Muhleman, J. M. Moran, K. J. Johnston, P. R. Schwartz*, Ap. J., 214, 60, 1977.
158. *M. J. Reid et al.*, Ap. J., 239, 89, 1980.
159. *В. П. Гринин, С. А. Григорьев*, Письма АЖ, 9, 463, 1983.
160. *D. Van Blerkom, L. Auer*, Ap. J., 204, 775, 1976.
161. *В. С. Стрельницкий, Р. А. Сюняев*, Астрон. ж., 49, 704, 1972.
162. *S. Deguchi*, Ap. J., 259, 634, 1982.
163. *A. H. Cook*, Nature, 211, 503, 1967.
164. *И. С. Шкловский*: Астрон. ж., 46, 3, 1969.
165. *Д. А. Варшалович, В. В. Бурдюжа*, Астрон. ж., 52, 1178, 1975.
166. *W. H. Kegel, D. A. Warshalovich*, Nature, 286, 136, 1980.
167. *С. Б. Пикельнер*, Астрон. ж., 24, 3; 1947.
168. *L. B. Lucy, P. M. Solomon*, Ap. J., 159, 879, 1970.
169. *J. I. Castor*, M.N.RAS., 169, 279, 1974.
170. *J. I. Castor, D. C. Abbott, R. I. Klein*, Ap. J., 195, 157, 1975.
171. *D. C. Abbott*, Ap. J., 242, 1183, 1980.
172. *S. V. Weber*, Ap. J., 243, 954, 1981.
173. *D. C. Abbott*, Ap. J., 259, 282, 1982.
174. *H. J. G. L. M. Lamers, D. C. Morton*, Ap. J., Suppl. ser., 32, 715, 1976.
175. *В. П. Гринин*, Астрофизика, 14, 537, 1978; 16, 123, 1980; 17, 109, 1981.
176. *В. П. Гринин*, Астрон. ж., 59, 326, 1982.
177. *В. Г. Миногин, Ю. В. Рождественский*, Астрон. ж., 60, 694, 1983.