

УДК 52—652—726

ОБРАТНОЕ КОМПТОНОВСКОЕ ОТРАЖЕНИЕ ОТ ИОНИЗИРОВАННОЙ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПЛАЗМЫ

С. Р. КЕЛЬНЕР, Е. С. ШИХОВЦЕВА

Поступила 3 декабря 1982

Принята к печати 4 августа 1983

В работе получено аналитическое решение уравнения переноса для матрицы плотности фотонов при обратном комптоновском отражении от полубесконечной полностью ионизированной плазмы. Найдены угловые распределения, поляризация и спектр отраженных фотонов в области частот $\omega \gg kT/\hbar$. Результаты справедливы в предположении, что поглощение падающих фотонов отсутствует, $kT \ll mc^2$.

1. *Введение.* В работе исследован процесс обратного комптоновского отражения: на плазму, заполняющую полупространство $z > 0$, под определенным углом падает поток мягких неполяризованных фотонов от источника внешнего по отношению к среде тепловых электронов. Рассматривается полностью ионизированная нерелятивистская плазма, температура T которой не меняется с глубиной и удовлетворяет условию:

$$E_{ат} < kT \ll mc^2, \quad (1)$$

где $T_{ат}$ — средняя энергия ионизации атомов, m — масса электрона.

В данной задаче наибольший интерес представляет случай, когда энергия $\hbar\omega_0$ падающих фотонов мала по сравнению с kT . Тогда фотоны, рассеиваясь на тепловых электронах плазмы, увеличивают свою энергию за счет комптонизации [1]. Мы пренебрежем свободно-свободным поглощением фотонов, что возможно (см., например, [1, 2]) при $\omega \gg \omega_*$, где

$$\frac{\hbar\omega_*}{kT} = 4.8 \cdot 10^5 \cdot n_e^{1/2} T^{-9/4}, \quad (2)$$

n_e — плотность электронов.

Задача обратного комптоновского отражения рассматривалась ранее в работе [2] на основе приближенного феноменологического уравнения для интенсивности. Спектр отраженного излучения был найден в [2] в области частот $\omega \gg \omega_0$. Нами рассчитан спектр в более широкой области

частот (24), а также найдено угловое распределение и поляризация отраженного излучения на основе решения уравнения переноса для матрицы плотности.

2. Уравнение переноса с учетом комптонизации. Фотоны, не испытывавшие в плазме столкновений, описываются матрицей плотности

$$\Gamma_{\lambda_1 \lambda_2}^0(\vec{n}, x_\nu, z) = \frac{N}{2} \delta_{\lambda_1 \lambda_2} \delta(x_\nu - x_0) \delta(\vec{n} - \vec{n}_0) e^{-z/\mu_0}, \quad (3)$$

где $x_\nu = \hbar\omega/kT = h\nu/kT$, $\vec{n}$ — единичный вектор в направлении волнового вектора фотона, z выражено в комптоновских единицах, $\mu = (\vec{n} \cdot \vec{\tau})$, $\vec{\tau}_0 = -(\vec{n}_0 \cdot \vec{\tau})$ ($\vec{\tau}$ — единичный вектор нормали к поверхности плазмы), индексом „0“ отмечены заданные начальные значения величин, N — произвольный нормировочный множитель.

В рассматриваемом приближении уравнение для матрицы плотности фотонов имеет вид

$$\begin{aligned} -\mu \frac{\partial}{\partial z} \Gamma_{\lambda_1 \lambda_2}(\vec{n}, x_\nu, z) = & \frac{3}{8\pi} \sum_{\lambda_1' \lambda_2'} \int d\omega' (\vec{e}_{\lambda_1} \vec{e}_{\lambda_1'}) (\vec{e}_{\lambda_2} \vec{e}_{\lambda_2'}) \times \\ & \times [1 + \theta(1 - \vec{n} \vec{n}') (\hat{K} - 2x_\nu)] \Gamma_{\lambda_1' \lambda_2'}(\vec{n}', x_\nu, z) - \\ & - \Gamma_{\lambda_1 \lambda_2}(\vec{n}, x_\nu, z) (1 - 2\theta x_\nu) + S_{\lambda_1 \lambda_2} \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\vec{e}_i$ — произвольный поляризационный базис, $\theta = kT/mc^2$, $\hat{K} = \frac{1}{x_\nu^2} \frac{\partial}{\partial x_\nu} \left(x_\nu^4 \left(\frac{\partial}{\partial x_\nu} + 1 \right) \right)$ — оператор Компанейца [1] без учета индуцированного рассеяния, источник $S_{\lambda_1 \lambda_2}$ — матрица плотности однократно рассеянных в плазме фотонов:

$$S_{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{3}{16\pi} N \delta(x_\nu - x_0) e^{-z/\mu_0} (\delta_{\lambda_1 \lambda_2} - (\vec{n}_0 \vec{e}_{\lambda_1}) (\vec{n}_0 \vec{e}_{\lambda_2})). \quad (5)$$

В (5) пренебрежено уширением спектра падающих фотонов, так как изменение частоты при однократном рассеянии мало по сравнению с ω_0 . Заметное изменение частоты будет лишь при многократном рассеянии.

Уравнение (4) получается из точного уравнения для матрицы плотности при помощи разложения по малому параметру θ . В частности, для неполяризованного излучения в пространственно-однородном случае (4) переходит в уравнение Компанейца без индуцированного рассеяния.

В данной работе мы ограничимся случаем $x_0 \ll 1$, $x \ll 1$. Тогда в операторе K достаточно оставить однородные по x , слагаемые, что приводит к существенному упрощению уравнения:

$$\begin{aligned}
 -\mu \frac{\partial}{\partial z} \Gamma_{\lambda_1 \lambda_2}(\vec{n}, x, z) = & \frac{3}{8\pi} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \int d\phi' (\vec{e}_{\lambda_1} \vec{e}_{\lambda_1}') (\vec{e}_{\lambda_2} \vec{e}_{\lambda_2}') \times \\
 & \times \left[1 + \theta(1 - \vec{n} \vec{n}') \left(x^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 4x \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] \Gamma_{\lambda_1 \lambda_2}(\vec{n}', x, z) - \\
 & - \Gamma_{\lambda_1 \lambda_2}(\vec{n}, x, z) + \bar{S}_{\lambda_1 \lambda_2}.
 \end{aligned} \quad (6)$$

Сделав в (6) замену

$$\Gamma_{\lambda_1 \lambda_2}(\vec{n}, x, z) = e^{-3/2} \widehat{\Gamma}_{\lambda_1 \lambda_2}(\vec{n}, \zeta, z), \quad (7)$$

где $\zeta = \ln(x/x_0)$, и выполнив преобразование Фурье по переменной ζ , получаем уравнение, не содержащее производных по x :

$$\begin{aligned}
 -\mu \frac{\partial}{\partial z} f_{\lambda_1 \lambda_2}(\vec{n}, y, z) = & \frac{3}{8\pi} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \int d\phi' (\vec{e}_{\lambda_1} \vec{e}_{\lambda_1}') (\vec{e}_{\lambda_2} \vec{e}_{\lambda_2}') [1 - x(1 - \vec{n} \vec{n}')] \times \\
 & \times f_{\lambda_1 \lambda_2}(\vec{n}', y, z) - f_{\lambda_1 \lambda_2}(\vec{n}, y, z) + \bar{S}_{\lambda_1 \lambda_2}.
 \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь

$$x = \vartheta \left(y^2 + \frac{9}{4} \right),$$

$$\bar{S}_{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{3N}{16\pi x_0} e^{-3/2} (\delta_{\lambda_1 \lambda_2} - (\vec{n}_0 \vec{e}_{\lambda_1}) (\vec{n}_0 \vec{e}_{\lambda_2})),$$

$f_{\lambda_1 \lambda_2}$ и $\Gamma_{\lambda_1 \lambda_2}$ связаны соотношением

$$\Gamma_{\lambda_1 \lambda_2}(\vec{n}, x, z) = e^{-3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{2\pi} e^{xy} f_{\lambda_1 \lambda_2}(\vec{n}, y, z). \quad (9)$$

Удобно перейти от величины $\Gamma_{\lambda_1 \lambda_2}$ к тензору

$$\Gamma^{\alpha\beta} = \sum_{\lambda_1 \lambda_2} e_{\lambda_1}^{\alpha} e_{\lambda_2}^{\beta} \Gamma_{\lambda_1 \lambda_2}, \quad (10)$$

не зависящему от выбора поляризационного базиса. Величина $\Gamma^{\alpha\beta} e^{\alpha} e^{\beta}$ представляет собой числа заполнения фотонов с волновым вектором

$\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$ и вектором поляризации $\vec{e}$ на глубине z . Аналогичным образом определим тензоры $f^{\alpha\beta}$, $\bar{S}^{\alpha\beta}$. Сделав в интегро-дифференциальном уравнении (8) преобразование Лапласа по z , получаем интегральное уравнение:

$$(x - \mu) G^{\alpha\beta}(\vec{n}, x) = \frac{3x}{8} \int d\omega' (\delta^{\alpha\alpha'} - n^\alpha n^{\alpha'}) (\delta^{\beta\beta'} - n^\beta n^{\beta'}) \times \\ \times [1 - x(1 - \mu n')] G^{\alpha'\beta'}(\vec{n}', x) - x\mu g_0^{\alpha\beta} + u^{\alpha\beta}, \quad (11)$$

где

$$x = 1/p, \quad g_0^{\alpha\beta}(\vec{n}) = \frac{16\pi x_0}{3N} f^{\alpha\beta}(\vec{n}, z=0), \\ G^{\alpha\beta}(\vec{n}, x) = \frac{16\pi x_0}{3N} \int_0^\infty e^{-px} f^{\alpha\beta}(\vec{n}, z) dz, \quad (12)$$

$u^{\alpha\beta}$ определяется формулами (15), (16).

Уравнение (11) справедливо для произвольного угла падения фотонов на поверхность плазмы. Если фотон претерпевает многократное рассеяние в плазме, то характеристики отраженного излучения не зависят от угла падения, и достаточно рассмотреть случай нормального падения фотонов. В этом случае тензор $G^{\alpha\beta}(\vec{n}, x)$ можно разложить по двум тензорам

$$t_1^{\alpha\beta} = (\delta^{\alpha\beta} - n^\alpha n^\beta) - \frac{1}{1 - \mu^2} (\tau^\alpha - \mu n^\alpha) (\tau^\beta - \mu n^\beta), \\ t_2^{\alpha\beta} = -\frac{1}{1 - \mu^2} (\delta^{\alpha\beta} - n^\alpha n^\beta) + \frac{2}{(1 - \mu^2)^2} (\tau^\alpha - \mu n^\alpha) (\tau^\beta - \mu n^\beta)$$

со следующими свойствами:

$$t_1^{\alpha\alpha} = 1 \quad t_2^{\alpha\alpha} = 0 \\ t_1^{\alpha\beta} \tau^\alpha \tau^\beta = 0 \quad t_2^{\alpha\beta} \tau^\alpha \tau^\beta = 1.$$

Если представить $G^{\alpha\beta}(\vec{n}, x)$ в виде

$$G^{\alpha\beta} = G_1 t_1^{\alpha\beta} + G_2 t_2^{\alpha\beta}, \quad (13)$$

то задача нахождения $G^{\alpha\beta}$ сведется к решению системы двух интегральных уравнений. Действительно, подставив (13) в (11), получаем

$$\begin{aligned}
(x - \mu) G_1(\mu, x) &= \frac{3x}{8} \left[(1-x)(1+\mu^2) \int_{-1}^1 d\mu' G_1(\mu', x) + \right. \\
&+ x\mu(1+\mu^2) \int_{-1}^1 d\mu' \mu' G_1(\mu', x) - (1-x)(3\mu^2-1) \int_{-1}^1 d\mu' G_2(\mu', x) + \\
&\left. + x\mu(3-5\mu^2) \int_{-1}^1 d\mu' \mu' G_2(\mu', x) \right] + u_1(x, \mu), \\
(x - \mu) G_2(\mu, x) &= \frac{3x}{8} (1-\mu^2) \left[(1-x)\mu^2 \int_{-1}^1 G_2(\mu', x) d\mu' + \right. \\
&+ x\mu^3 \int_{-1}^1 d\mu' \mu' G_1(\mu', x) + (1-x)(2-3\mu^2) \int_{-1}^1 d\mu' G_2(\mu', x) + \\
&\left. + x\mu(4-5\mu^2) \int_{-1}^1 d\mu' \mu' G_2(\mu', x) \right] + u_2(x, \mu), \quad (14)
\end{aligned}$$

где $u_1(x, \mu)$ и $u_2(x, \mu)$ — коэффициенты разложения тензора

$$u^{\alpha\beta}(x, \mu) = \frac{x^2}{x+1} [\delta^{\alpha\beta} - n^\alpha n^\beta - (\delta^{\alpha\rho} - n^\alpha n^\rho)(\delta^{\beta\sigma} - n^\beta n^\sigma) \tau^\rho \tau^\sigma] - x\mu g_0^{\alpha\beta} \quad (15)$$

по $t_1^{\alpha\beta}$, $t_2^{\alpha\beta}$, равные

$$\begin{aligned}
u_1(x, \mu) &= \frac{x^2(1+\mu^2)}{x+1} - x\mu g_1(\mu), \\
u_2(x, \mu) &= \frac{x^2\mu^2(1-\mu^2)}{x+1} - x\mu(1-\mu^2) g_2(\mu), \quad (16) \\
g_1(\mu) &= g^{\alpha\alpha}(\mu), \quad g_2(\mu) = \frac{1}{1-\mu^2} \tau^\alpha \tau^\beta g^{\alpha\beta}(\mu).
\end{aligned}$$

Величины $g_1(\mu)$ и $g_2(\mu)$ характеризуют излучение, выходящее с поверхности плазмы $z=0$. Исходя из (14), можно получить замкнутую систему уравнений относительно $g_1(x)$, $g_2(x)$. Для этого выражаем функции $G_1(\mu, x)$, $G_2(\mu, x)$ через $u_1(x, \mu)$, $u_2(x, \mu)$ и в получающихся соотношениях полагаем $x=\mu$. С учетом следующих из оп-

ределения $G^{\alpha\beta}(n, x)$ аналитических свойств функций $G_1(x, \mu)$ и $G_2(x, \mu)$ получаем уравнения, связывающие функции $u_1(x, x)$ и $u_2(x, x)$ с интегралами, входящими в правые части уравнений (14). С другой стороны, система (14) позволяет выразить эти интегралы через $u_1(x, \mu)$ и $u_2(x, \mu)$.

Таким образом, $u_1(x, \mu)$, $u_2(x, \mu)$ можно выразить через $u_1(x, x)$, $u_2(x, x)$, что с учетом соотношений (16) приводит к системе уравнений, которая определяет функции $g_1(x)$, $g_2(x)$. Опуская громоздкие промежуточные выкладки, приведем получающуюся систему линейных сингулярных интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[2(1-x) + x^2 \left(-\frac{3}{2} + x + \frac{67x^2}{10} - \frac{11x^3}{5} \right) + x^4 \left(-\frac{3}{4}x - \frac{9}{2}x^2 + \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{29}{20}x^3 + \frac{14}{5}x^4 \right) - x^6 \frac{3x^3}{10} (3+7x) \right] - \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{x-\mu} \frac{3x}{8} \left[2(1-x)^2 + \right. \\ & \quad \left. + x^3(1-x)(-2+3x+5x^2) + x^4 \left(-x - 4x^2 + \frac{31x^3}{5} + \frac{14x^4}{5} \right) - \right. \\ & \quad \left. - \frac{2x^3(3+7x)}{5} x^6 \right] g_1(x) - \frac{3xx}{8} \left[2x(1-x) + x^2 \left(-2x + \frac{16x^2}{5} + \frac{14x^3}{5} \right) + \right. \\ & \quad \left. + x^4 \left(-\frac{6x^2}{5} - \frac{14x^3}{5} \right) \right] \int_0^1 \mu g_1(\mu) d\mu + \left[-(1-x) + \right. \\ & \quad \left. + \left(\frac{5x}{2} + \frac{2x^3}{5} - \frac{59x^2}{10} \right) x^2 + \left(\frac{3}{2}x^3 + \frac{29}{10}x^3 - \frac{7}{5}x^4 \right) x^4 \right] g_2(x) - \\ & \quad - \frac{3x^3x}{4} (1-x)(1-x^2) \int_0^1 \mu (1-\mu^2) g_2(\mu) d\mu + \\ & \quad + \frac{3}{8} \left[2(1-x)^2 + x^3(1-x)(-2+3x+5x^2) + x^4 \left(-x - 4x^2 + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{31x^3}{5} + \frac{14x^4}{5} \right) - \frac{2x^3(3+7x)}{5} x^6 \right] \int_0^1 \frac{\mu g_1(\mu) d\mu}{x-\mu} = \\ & \quad = \frac{1}{x+1} [2(1-x) + x^2(-2+3x+3x^2) + x^4(-x-3x^2)]. \quad (17a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[x^2 \left(-\frac{9}{10} x + \frac{7x^2}{5} - \frac{x^3}{2} \right) + x^4 \left(-\frac{3x^2}{10} - \frac{29x^3}{50} + \frac{7x^4}{25} \right) \right] g_1(x) + \\
& + \frac{3xx}{40} (1-x)^2 (1-x^2) \int_0^1 \mu g_1(\mu) d\mu + \left\{ \left[(1-x) + x^2 \left(-\frac{5}{2} + \frac{63x}{10} - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. - 2x^2 - \frac{4}{5} x^3 \right) + x^4 \left(\frac{3}{2} - \frac{17x}{4} - \frac{16x^2}{5} + \frac{731x^3}{100} + \frac{21x^4}{25} \right) + \right. \\
& \left. + x^6 \left(\frac{3x}{4} + 3x^2 - \frac{21x^3}{4} - \frac{7x^4}{2} \right) + x^8 \left(\frac{9x^3}{10} + \frac{21x^4}{10} \right) \right] - \\
& - \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{x-\mu} \frac{3x}{8} (1-x^2) \left[2(1-x)^2 + x^2(1-x)(-2+3x+5x^2) + \right. \\
& \left. + x^4 \left(-x-4x^2 + \frac{31}{5} x^3 + \frac{14x^4}{5} \right) - \frac{2x^3(3+7x)}{5} x^6 \right] \Big\} g_2(x) - \\
& - \frac{3xx}{8} \left[(1-x)(1+3x) + x^2 \left(-1-2x + \frac{21x^2}{5} + \frac{14x^3}{5} \right) + \right. \\
& \left. + x^4 \left(-\frac{6x^2}{5} - \frac{14x^3}{5} \right) \right] \int_0^1 \mu (1-\mu^2) g_2(\mu) d\mu + \frac{3}{8} \left[2(1-x)^2 + \right. \\
& \left. + x^2(1-x)(-2+3x+5x^2) + x^4 \left(-x-4x^2 + \frac{31x^3}{5} + \frac{14x^4}{5} \right) - \right. \\
& \left. - \frac{2x^3(3+7x)x^6}{5} \right] \int_0^1 \frac{\mu (1-\mu^2) g_2(\mu) d\mu}{x-\mu} = \frac{x(1-x)x^2(1-x^3)}{5(x+1)}. \quad (176)
\end{aligned}$$

3. Спектр и угловое распределение отраженного излучения. Если пренебречь изменением частоты при рассеянии, что соответствует случаю $x = 0$, то из (17а), (17б) получаем систему уравнений

$$\begin{aligned}
& \left[1 - \frac{3x^3}{2} - \frac{3x}{4} (1-x^2) \ln \frac{x+1}{x-1} \right] g_2^0(x) + \frac{3}{4} \int_0^1 \frac{\mu (1-\mu^2) g_2^0(\mu) d\mu}{x-\mu} = 0, \\
& \left[2 - \frac{3x^3}{2} - \frac{3x}{4} (1-x^2) \ln \frac{x+1}{x-1} \right] g_1^0(x) - g_2^0(x) + \\
& + \frac{3}{4} (1-x^2) \int_0^1 \frac{\mu g_1^0(\mu) d\mu}{x-\mu} = 2(1-x), \quad (18)
\end{aligned}$$

решением которой являются функции

$$\begin{aligned} g_1^0(\mu) &= C_1(1+\mu)e^{-\beta(\mu)} + C_2e^{-\alpha(\mu)}, \\ g_2^0(\mu) &= C_1(1+\mu)e^{-\beta(\mu)}, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha(\mu) &= \frac{i}{2\pi} \int_0^1 \frac{dx}{\mu+x} \ln \left[\frac{2 - \frac{3x^2}{2} - \frac{3x}{4}(1-x^2) \left(\ln \frac{1+x}{1-x} + i\pi \right)}{2 - \frac{3x^2}{2} - \frac{3x}{4}(1-x^2) \left(\ln \frac{1+x}{1-x} - i\pi \right)} \right], \\ \beta(\mu) &= \frac{i}{2\pi} \int_0^1 \frac{dx}{\mu+x} \ln \left[\frac{1 - \frac{3x^2}{2} - \frac{3x}{4}(1-x^2) \left(\ln \frac{1+x}{1-x} + i\pi \right)}{1 - \frac{3x^2}{2} - \frac{3x}{4}(1-x^2) \left(\ln \frac{1+x}{1-x} - i\pi \right)} \right], \\ C_1 &= \frac{2e^{\beta(1)}}{e^{2\alpha(1)} + \frac{1}{20}e^{2\beta(1)}}, \quad C_2 = \frac{4e^{\alpha(1)}}{e^{2\alpha(1)} + \frac{1}{20}e^{2\beta(1)}}. \end{aligned}$$

Функции $g_{\perp}^0(\mu) = g_1^0(\mu) - g_2^0(\mu)$, $g_{\parallel}^0(\mu) = g_2^0(\mu)$ имеют простую физическую интерпретацию; $g_{\perp}^0(\mu)$ определяет поток отраженных фотонов, вектор поляризации которых перпендикулярен плоскости (τ, n) , $g_{\parallel}^0(\mu)$ — поток фотонов с вектором поляризации, параллельным плоскости (τ, n) ($\mu = \cos(\widehat{\tau n})$). Значения функций $g_{\perp}^0$, $g_{\parallel}^0$ приведены в табл. 1; $g_{\perp}^0$, $g_{\parallel}^0$ нормированы условием

$$\int_0^1 \mu (g_{\perp}^0(\mu) + g_{\parallel}^0(\mu)) d\mu = 1. \quad (20)$$

Используя малость параметра $\theta = kT/mc^2$, можно найти приближенное решение уравнений (17а), (17б) при помощи разложения функций g_1 , g_2 в ряд по малому параметру θ с использованием аналитических свойств этих функций по переменным x и x , следующих из (17а), (17б). Для фотонов с векторами поляризации, перпендикулярными и параллельными плоскости (τ, n) , результат имеет вид

$$g_{\perp}(\mu) = \frac{g_{\perp}^0(\mu)}{1 + (\mu + \psi) \sqrt{3\theta \left(y^2 + \frac{9}{4} \right)}}, \quad (21)$$

$$g_{\perp}(\mu) = \frac{g^0(\mu)}{1 + (1+\psi) \sqrt{3\theta \left(y^2 + \frac{9}{4}\right)}}, \quad (21)$$

где

$$\psi = \frac{20 e^{2\alpha(1)} - e^{2\beta(1)}}{20 e^{2\alpha(1)} + e^{2\beta(1)}} = 0.873$$

Таблица 1

μ	$g_{\perp}^0(\mu)$	$g_{\perp}^0(\mu)$
0.0	0.8976	0.3306
0.1	0.9794	0.4382
0.2	1.0216	0.5251
0.3	1.0513	0.6073
0.4	1.0740	0.6870
0.5	1.0921	0.7653
0.6	1.1069	0.8426
0.7	1.1193	0.9193
0.8	1.1299	0.9956
0.9	1.1391	1.0715
1.0	1.1471	1.1471

Частотный спектр отраженного излучения получается из (21) при помощи соотношений (9), (12):

$$\begin{aligned} \Gamma_{\perp}(\omega, \omega_0, \mu) &= \frac{1}{4\pi^2\omega_0} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^{3/2} g_{\perp}^0(\mu) F\left(\sqrt{3\theta}(\mu + \psi), \ln \frac{\omega}{\omega_0}\right), \\ \Gamma_{\parallel}(\omega, \omega_0, \mu) &= \frac{1}{4\pi^2\omega_0} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^{3/2} g_{\parallel}^0(\mu) F\left(\sqrt{3\theta}(1 + \psi), \ln \frac{\omega}{\omega_0}\right), \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$F(\lambda, \zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iy\zeta}}{1 + \lambda \sqrt{y^2 + 9/4}} dy.$$

Формулы (22) определяют числа заполнения отраженных фотонов на границе плазмы, если числа заполнения падающих фотонов имеют вид

$$\Gamma_{\lambda_1\lambda_2}^0 = \frac{1}{2} \delta_{\lambda_1\lambda_2} \delta(\omega - \omega_0) \delta(\vec{n} + \vec{\tau}), \quad (23)$$

то есть падающие фотоны не поляризованы, монохроматичны и падают

нормально к поверхности. В (22) для удобства явно выписан аргумент ω_0 у чисел заполнения отраженных фотонов и в (22) и (23) опущен произвольный нормировочный множитель. Результат (22) справедлив в области частот

$$\left| \ln \frac{\omega}{\omega_0} \right| \gg 9, \quad (24)$$

что связано со сделанными при выводе формул (21) приближениями. Кроме того, должно выполняться условие $\omega_0, \omega \ll kT/\hbar$.

При малых λ функция F выражается аналитически в двух перекрывающихся областях

$$F(\lambda, \zeta) = \frac{3\lambda}{|\zeta|} K_1 \left(\frac{3}{2} |\zeta| \right), \quad |\zeta| \gg \lambda, \quad (25)$$

$$F(\lambda, \zeta) = -\frac{2}{\lambda} \left(ci \left(\frac{|\zeta|}{\lambda} \right) \cos \left(\frac{|\zeta|}{\lambda} \right) + si \left(\frac{|\zeta|}{\lambda} \right) \sin \left(\frac{|\zeta|}{\lambda} \right) \right), \quad |\zeta| \ll 1. \quad (26)$$

Здесь $K_1(z)$ — модифицированная функция Бесселя. $ci(z)$, $si(z)$ — соответственно интегральные косинус и синус. В области $\lambda \ll |\zeta| \ll 1$ (25) и (26) приводят к одинаковому результату: $F(\lambda, \zeta) = 2\lambda/\zeta^2$.

Спектр отраженных фотонов в области $|\ln \omega/\omega_0| \gg \sqrt{6}$, получающийся подстановкой (25) в (22), аналогичен спектру из работы [2], в которой вычисления проводились для случая $\omega_0 \ll \omega \ll kT/\hbar$. Поэтому выражение (52) из работы [2] справедливо в более широком интервале частот, чем указано в [2]. В области частот $|\ln \omega/\omega_0| \gg \sqrt{6}$ угловая и энергетическая зависимости спектров (22) разделяются. Угловое распределение оказывается таким же, как в проблеме Милна. Отсюда следует, что результат в этом случае не зависит от направления волнового вектора падающих фотонов.

Интегрируя числа заполнения по частотам фотона, получаем

$$\int_0^\infty \Gamma_{\perp, 1}(\omega, \omega_0, \mu) \omega^2 d\omega = \frac{\omega_0^2}{2\pi} g_{\perp, 1}^0(\mu), \quad (27)$$

что с учетом (20) приводит к равенству падающего и отраженного потоков. Узкая область частот $|\ln \omega/\omega_0| \lesssim 6$, в которой формулы (22) не применимы, и частоты $\omega \gtrsim kT/\hbar$ вносят пренебрежимо малый вклад в интеграл (27). Таким образом, функции $\Gamma_{\perp, 1}(\omega, \omega_0, \mu)$ являются фактически функциями Грина рассматриваемой задачи. В случае произвольного спектра падающих фотонов $P^0(\omega)$ числа заполнения отражен-

ных фотонов $P_{\perp, \parallel}(\omega, \mu)$ с поляризациями, перпендикулярными и параллельными плоскости $(\vec{\tau}, \vec{n})$, имеют вид

$$P_{\perp, \parallel}(\omega, \mu) = \int_0^{\infty} \Gamma_{\perp, \parallel}(\omega, \omega_0, \mu) P^0(\omega_0) d\omega_0. \quad (28)$$

Например, в случае падения неполяризованного пучка с энергетическим спектром $P^0(\omega) = \exp(\hbar\omega/kT_0)$ с $T_0 \ll T$ в интервале частот $kT_0 \ll \hbar\omega \ll kT$ из (28) получаем

$$P_{\perp, \parallel}(\omega, \mu) = \frac{3^{1/2}}{2\pi^{3/2}} \lambda_{\perp, \parallel} g_{\perp, \parallel}^0(\mu) \left(\frac{\hbar\omega}{kT_0}\right)^{-3} \left(\ln \frac{\hbar\omega}{kT_0}\right)^{-3/2}, \quad (29)$$

где

$$\lambda_{\perp} = \sqrt{3\theta}(\mu + \psi), \quad \lambda_{\parallel} = \sqrt{3\theta}(1 + \psi).$$

Как отмечалось в [3], наблюдаемые спектры галактик NGC 4151 [4], Centaurus A [5] и Markarian 421, Markarian 501 [6] могут быть интерпретированы как спектры обратного комптоновского отражения. Дополнительный аргумент в пользу такого предположения могло бы дать сравнение поляризации излучения от перечисленных объектов с поляризацией

$$P = (\Gamma_{\perp} - \Gamma_{\parallel})/(\Gamma_{\perp} + \Gamma_{\parallel}),$$

следующей из (22).

Московский инженерно-физический институт

INVERSE COMPTON REFLECTION FROM THE IONIZED NONRELATIVISTIC PLASMA

S. R. KELNER, E. S. SHIKHOVTSEVA

The analytical solution of the statistical matrix transfer equation under the inverse compton reflection from the perfectly ionized non-relativistic semi-infinite plasma is obtained. Angular distributions, polarization and spectrum of the reflected photons in the frequency region $\omega \ll kT/\hbar$ are found. It is proposed that there is no incident photons' absorption and $kT \ll mc^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Компансец, ЖЭТФ, 31, 876, 1956.
2. A. P. Lightman, G. B. Rybicki, Ap. J., 236, 928, 1980.
3. A. P. Lightman, G. B. Rybicki, Ap. J., 229, L15, 1979.
4. H. Gursky, E. M. Kellogg, C. Leong, H. Tananbaum, R. Giacconi, Ap. J., 165, L43, 1971; W. A. Battg, T. W. Jones, W. A. Wheaton, L. E. Peterson, Ap. J., 199, L5, 1975; V. Schanfelder, Nature, 274, 344, 1978.
5. J. P. Stark, P. J. N. Davison, J. L. Gulhane, M. N. RAS, 174, 35, 1976.
6. R. F. Mushotzky, E. A. Boldt, S. S. Holt, S. H. Pardo, P. J. Serlemitsos, J. H. Swank, R. H. Rothschild, Preprint GSFC, 1978.