А С Т Р О Ф И З И К А

ТОМ 19 АВГУСТ, 1983 ВЫПУСК 3

УДК 524.7+524.6

ПРОСТАЯ ЗВЕЗДНО-ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЛЬЦЕВОЙ СТРУКТУРЫ И ЕЕ УСТОЙЧИВОСТЬ

В. А. АНТОНОВ, С. Н. НУРИТДИНОВ

Поступила 3 января 1983
Принята к печати 25 апреля 1983

Построена фазовая модель кольцевой структуры во внешнем поле. Исследована ее устойчивость по отношению к крупномасштабным возмущениям, сохраняющим ротационную симметрию. Начиная со второй гармоники при определенных соотношениях между параметрами системы может уже возникать неустойчивость. Последняя аналогична неустойчивости, указанной Тоомре для сплошного тонкого диска из звезд. При отсутствии гало модель всегда устойчива и имеет вид бесконечного вытянутого образования (полосы).

1. *Постановка задачи.* Согласно наблюдениям, ряд галактик содержит в себе разнообразные вытянутые образования, в частности, типа колец. В некоторых галактиках кольцо является даже основной структурой при слабо выраженном или вовсе отсутствующем ядре [1—3]. По-видимому, среди этих вытянутых образований существуют и долгоживущие, квазистационарные структуры. Тогда встает вопрос о степени их устойчивости.

Самой простой теоретической моделью вытянутых образований, с которой мы начинаем анализ устойчивости (раздел 2), является плоская прямолинейная полоса с конечной шириной $2b$, но бесконечной длиной. Ее поверхностную плотность задаем в виде $\mu(x)=\mu_0\sqrt{1-x^2/b^2}$, где μ_0 — значение плотности по средней линии. Соответствующий гравитационный потенциал $\Phi(x, \ z=0)=\pi G\mu_0 x^2/b+\text{const}$ можно получить как предельный случай потенциала эллиптического цилиндра [4]. Фазовая плотность, очевидно, должна приниматься постоянной внутри изоэнергетической поверхности $v_x^2/2+\pi G\mu_0 x^2/b=\pi G\mu_0 b$ и быть равной нулю вне этой поверхности. Как следовало ожидать, такая модель оказалась устойчивой.

Формулы, описывающие равновесие указанной плоской модели, отчасти могут быть перенесены на случай кольцевой структуры при условии, что ширина кольца $2b$ существенно меньше радиуса системы r_0 (это как раз соответствует обычной реальной картине). Но, вообще говоря, нужно принимать во внимание еще также эффект наличия внешнего поля. Последнее создается самой галактикой в целом. Тогда для равновесия самогравитирующего кольца необходимо предполагать, что оно вращается с некоторой угловой скоростью Ω (раздел 3). Устойчивость такой модели в предположении достаточной однородности внешнего фона исследуется в разделе 4. Установлено, что при определенных соотношениях между локальными параметрами модели галактики вблизи кольца возникает неустойчивость по отношению к осесимметричным возмущениям. Рассмотрена также усредненная более общая модель кольцевой структуры.

2. *Колебания автономной модели в виде плоской полосы.* В возмущенном состоянии потенциал самогравитирующей полосы выражается несколько более сложным образом, чем исходный потенциал. Поскольку она однородна по оси y, а ниже рассматриваемые колебания также совершаются независимо от y, то мы должны иметь дело с двумерными логарифмическими потенциалами [4]. Для анализа связи между возмущениями плотности и потенциала можно воспользоваться известной формулой [5], которую приведем в форме, проинтегрированной по координате x

$$\int_{-1}^{+1} \frac{T_n(s) \ln|s-x|}{\sqrt{1-s^2}}\, ds = -\pi \int_0^x U_{n-1}(s)\, ds + \text{const}, \qquad (1)$$

где $T_n(s)$ и $U_n(s)$ — многочлены Чебышёва, соответственно, I и II рода степени n.

В исследовании устойчивости ряда моделей звездных систем необходимо использовать полиномиальные потенциалы [6], причем при этом в расчетах достаточно следить за членом наибольшей степени. Из (1) легко найти возмущения плотности μ_n и потенциала Φ_n в полосе $|x| \leqslant b$ и $z=0$,

$$\mu_n = -\frac{nx^n}{2\pi G\sqrt{b^2-x^2}}, \qquad \Phi_n = x^n + \text{члены низшей степени.} \qquad (2)$$

При расчете в (1) осуществлена простая замена для перехода от интегрирования по интервалу $[-1, +1]$ к интегрированию по $[-b, b]$.

С целью анализа устойчивости самогравитирующей равновесной полосы примем нормировку $2\pi\mu_0 G = b$ и напишем линеаризованное уравнение колебаний данной плоской системы

$$D^2X + X = -\frac{\partial\Phi_n}{\partial x} = -nx^{n-1}, \qquad D = -i\omega + v_x\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial v_x}, \qquad (3)$$

где X — лагранжево смещение звезды, а ω — частота возмущения. Тогда решение (3) можно представить в виде [6]

$$X = n \int_0^\infty (x \operatorname{ch} \tau + i v_x \operatorname{sh} \tau)^{n-1} \operatorname{sh} \tau \, e^{\omega\tau} d\tau, \quad (\operatorname{Re} \omega < 0). \tag{4}$$

Чтобы перейти к смещению центроида, произведем усреднение X по v_x в интервале $[-\sqrt{b^2 - x^2}, \sqrt{b^2 - x^2}]$. Получим

$$\overline{X} = -\frac{i}{2} \int_0^\infty \frac{(x \operatorname{ch} \tau + i \sqrt{b^2 - x^2} \operatorname{sh} \tau)^n - (x \operatorname{ch} \tau - i \sqrt{b^2 - x^2} \operatorname{sh} \tau)^n}{\sqrt{b^2 - x^2}} e^{\omega\tau} d\tau. \tag{5}$$

В (5) дробная функция под интегралом является полиномом по x степени $n - 1$. Отсюда находим

$$\overline{X} = -\frac{x^{n-1}}{2} \int_0^\infty [e^{(\omega - n)\tau} - e^{(\omega + n)\tau}] \, d\tau + \ldots = \frac{n x^{n-1}}{\omega^2 - n^2} + \ldots \tag{6}$$

Возмущение плотности равно

$$\mu_n = -\frac{\partial}{\partial x} (\mu \overline{X}) = \frac{\mu_0 n^2}{b(\omega^2 - n^2)} \frac{x^n}{\sqrt{b^2 - x^2}}. \tag{7}$$

Приравнивая вычисленное μ_n с его теоретическим выражением в (2), находим частоту колебаний

$$\omega = \pm \sqrt{n^2 - n}. \tag{8}$$

Видно, что ω вещественна для всякого n и модель самогравитирующей полосы всегда устойчива. Отметим, что, если случай $n = 1$ соответствует тривиальному смещению системы как целого, то при $n \to \infty$ колебания представляют собой смещения отдельных частиц.

3. *Кольцевая структура во внешнем поле.* Рассмотренная выше модель плоской равновесной полосы может удовлетворительно представлять собой кольцевую структуру с достаточно большим радиусом, намного больше $2b$. При этом, однако, гравитационное поле должно создаваться самим кольцом. Аналогичной, но значительно более общей, является следующая постановка задачи.

Предположим, что кольцо помещено в некоторое внешнее по отношению к нему гравитационное поле, которое может создаваться как распределенными массами, так и одиночным центральным телом. Существенно только то, что это внешнее поле считается постоянным во времени и что вблизи кольца нет других неоднородностей, сравнимых с ним по поперечному размеру и массе.

Само кольцо пусть вращается стационарным образом. Пока период вращения значительно больше времени пересечения звездой кольца в радиальном направлении, существенных изменений в сравнении со случаем полосы не происходит. Следовательно, угловую частоту орбитального движения Ω следует считать сравнимой с частотой колебаний поперек кольца, которую по-прежнему приравниваем к 1. Из указанных предположений следует $(d\Phi/dr)_{r=r_0} \ll (d\tilde{\Phi}/dr)_{r=r_0}$

$$\Omega^2 = \left(\frac{1}{r}\frac{d\tilde{\Phi}}{dr}\right)_{r=r_0}, \tag{9}$$

где $\tilde{\Phi}(r)$ — потенциал внешнего поля, r_0 — средний радиус кольца. Что касается упомянутого поперечного, эпициклического движения, то оно управляется отчасти собственным полем кольца, отчасти внешним полем. Итак,

$$\frac{2\pi G\rho_0}{b} + \varkappa^2 = 1, \tag{10}$$

где

$$\varkappa^2 = \left(\frac{d^2\tilde{\Phi}}{dr^2} + \frac{3}{r}\frac{d\tilde{\Phi}}{dr}\right)_{r=r_0} \tag{11}$$

есть не что иное, как эпициклическая частота в отсутствие кольца в точке $r=r_0$ (или на небольшом расстоянии от него). Построим фазовую плотность равновесного кольца. Возьмем ее в виде

$$f = f_0\left[E_0 - E + \Omega(J - J_0) - \frac{k}{2}(J-J_0)^2\right]^{-1/2}, \tag{12}$$

где f_0, E_0 и k — некоторые постоянные, E — интеграл энергии, J — интеграл площадей, а J_0 — значение J на круговой орбите, проходящей по средней линии кольца ($x \equiv r - r_0 = 0$). В дальнейшем введем радиальную v_r и трансверсальную

$$v_t = v_c + v_t' = \Omega r_0 + v_t'$$

компоненты скорости, где v_c — круговая скорость при $x = 0$.

Очевидно, что разность $J - J_0 = r_0 v_t' + (v_c + v_t) x$. Выражение для энергии имеет вид

$$E = \frac{1}{2}(v_r^2 + v_t^2) + \Phi(r) + \tilde{\Phi}(x) = \frac{1}{2}\,[v_r^2 + (\Omega r_0 + v_t')^2] +$$

$$+ \frac{\pi G \mu_0}{b} x^2 + \Omega^2 r_0 x + \frac{1}{2}(\varkappa^2 - 3\Omega^2)\, x^2 + \text{const.}$$

Следовательно,

$$E - \Omega (J - J_0) = \frac{1}{2}(v_r^2 + v_t'^2) + \frac{x^2}{2}(1 - 3\Omega^2) - \Omega v_t' x + \text{const.} \qquad (13)$$

В итоге из (12) получаем

$$f = f_0 \left[C - \frac{v_r^2 + v_t'^2}{2} - \frac{1 - 3\Omega^2}{2} x^2 + \Omega v_t' x - \frac{k}{2}(r_0 v_t' + v_c x)^2 \right]^{-1/2} \qquad (14)$$

с некоторой новой константой C. На основании (14) определяем среднее значение трансверсальной скорости в произвольной точке кольца как

$$v_{0t}' = \frac{1 - kr_0^2}{1 + kr_0^2}\,\Omega x = \frac{2 - \lambda}{\lambda}\,\Omega x, \qquad (15)$$

причем величина

$$\lambda = 1 + kr_0^2 \qquad (16)$$

характеризует собой анизотропию диаграммы скоростей, точнее, отношение радиальной дисперсии скоростей к трансверсальной и подчинена условию $\lambda > 0$. Из (15) видно также, что на средней линии кольца отличие скорости центроида от круговой скорости обращается в нуль. Коэффициент при x в (15) соответствует кинематической формуле Линдблада.

Поскольку в (12) с самого начала подразумевается положительность выражения в квадратных скобках, граница системы $x = \pm b$ должна соответствовать нулевому значению суммы в квадратной скобке в (14) при $v_r = v_t - v_{0t}' = 0$. Отсюда следует, что

$$C = \frac{b^2}{2}\left(1 - \frac{4}{\lambda}\Omega^2\right). \qquad (17)$$

Так как по своему смыслу величина C положительна, то при $\lambda > 0$ параметр Ω ограничен сверху:

$$|\Omega| < \sqrt{\lambda}/2. \qquad (18)$$

При нарушении (18) стационарная модель не существует из-за отсутствия «потенциальной ямы» для звезд, т. е. центробежные силы разрывают кольцо. Согласно нашей нормировке эпициклической частоты, круговая скорость, с учетом тяготения кольца, для произвольного малого x составляет

$$v_c = \Omega r_0 + \left(\frac{1}{2\Omega} - \Omega\right) x. \tag{19}$$

Следовательно, (15) и (18) означают, что вращение кольца отстает от кругового движения на внешнем краю и опережает его на внутреннем.

Теперь (14) с учетом (15)—(18) примет вид

$$f = \sqrt{2} f_0 [l^2 (b^2 - x^2) - v_r^2 - \lambda (v_t' - v_{0t}')^2]^{-1/2}, \tag{20}$$

где

$$l^2 = 1 - \frac{4}{\lambda} \Omega^2 = \frac{2C}{b}. \tag{21}$$

Величина f_0 определяется из условия нормировки

$$f_0 = \frac{\mu_0}{2\pi b l} \sqrt{\frac{\lambda}{2}}. \tag{22}$$

Наконец, можно взять суперпозицию подсистем, заполняющих на плоскости одно и то же кольцо, но отличающихся величиной параметра анизотропии λ. Тогда полная усредненная фазовая плотность

$$\bar{f} = \sqrt{2} \int\limits_{4\Omega^2}^{\infty} f_0(\lambda) [(l(\lambda))^2 (b^2 - x^2) - v_r^2 - \lambda (v_t' - v_{0t}'(\lambda))^2]^{-1/2} \rho(\lambda)\, d\lambda, \tag{23}$$

где в явном виде отмечена зависимость f_0, l и v_{0t} от λ и введена неотрицательная весовая функция $\rho(\lambda)$, удовлетворяющая условию нормировки

$$\int\limits_{4\Omega^2}^{\infty} \rho(\lambda)\, d\lambda = 1.$$

4. *Анализ устойчивости кольцевой структуры*. Сопоставим невозмущенное и возмущенное движения звезды с одним и тем же параметром. В стационарном случае

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{\partial (\Phi + \tilde{\Phi})}{\partial r} + \frac{J^2}{r^3}. \tag{24}$$

С помощью уже известной нам линеаризации по x получаем

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -x + \frac{2J_0(J-J_0)}{r_0^3}. \tag{25}$$

Величина $J - J_0$, инвариантная по отношению к любым ротационно-симметричным вращениям, не варьируется при учете колебаний системы. Чтобы привести уравнение движения к стандартной форме осциллятора, введем обозначение

$$\xi = x - \frac{2J_0(J-J_0)}{r_0^3} = x - 2\Omega(v_t' + \Omega x),$$

и имеем в отсутствие возмущения

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \xi = 0 \tag{26}$$

Переход к возмущенному состоянию, когда $r = r_0 + x + X$ (X мало), совершается обычным образом, и мы приходим к основному уравнению

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_r\frac{\partial}{\partial\xi} - \xi\frac{\partial}{\partial v_r}\right)^2 X = -X - n\left[\xi + \frac{2\Omega}{r_0}(J-J_0)\right]^{n-1}. \tag{27}$$

По аналогии с (4), но с учетом различия x и ξ, получаем теперь

$$\overline{X} = n\int_0^\infty \operatorname{sh}\tau e^{\omega\tau} K(x, \tau)\, d\tau, \tag{28}$$

где

$$K(x, \tau) = \overline{\left[\xi\operatorname{ch}\tau + iv_r\operatorname{sh}\tau + \frac{2\Omega}{r_0}(J-J_0)\right]^{n-1}} =$$

$$= \overline{[x\operatorname{ch}\tau - 2\Omega(v_t' + \Omega x)(\operatorname{ch}\tau - 1) + iv_r\operatorname{sh}\tau]^{n-1}}. \tag{29}$$

В (29) выражение под знаком осреднения разложим по степеням x в бином Ньютона. Имеем

$$K(x, \tau) = \sum_{m=0}^{n-1}\frac{(n-1)!\,x^{n-m-1}}{m!\,(n-m-1)!}\left(l^2\operatorname{ch}\tau + \right.$$

$$\left. + \frac{4\Omega^2}{\lambda}\right)^{n-m-1}\overline{[iv_r\operatorname{sh}\tau - 2\Omega(\operatorname{ch}\tau - 1)\,w_t]^m}, \tag{30}$$

где $w_t = v_t' - v_{0t}'$. Тогда по определению

$$\overline{[iv_r \operatorname{sh} \tau - 2\Omega (\operatorname{ch} \tau - 1) w_t]^m} = \frac{1}{\mu(x)} \iint [iv_r \operatorname{sh} \tau - 2\Omega (\operatorname{ch} \tau - 1) w_t]^m \times$$

$$\times f(x, v_r, v_t)\, dv_r dw_t = \frac{\mu_0 \gamma^m}{lb\mu(x)} \frac{(l\sqrt{b^2 - x^2})^{m+1}}{m+1}, \tag{31}$$

если m — четное, а при нечетном m равно нулю. Здесь введено обозначение

$$\gamma(\tau) = \sqrt{(1 - l^2)(\operatorname{ch} \tau - 1)^2 - \operatorname{sh}^2 \tau}. \tag{32}$$

Поскольку в (30) члены с нечетными m равны нулю, можно воспользоваться следующим соотношением для произвольной функции $\psi(m)$:

$$\sum_{\substack{m=0 \\ (\text{по четным } m)}}^{n} \psi(m) = \frac{1}{2} \left[\sum_{m=0}^{n} \psi(m) + \sum_{m=0}^{n} (-1)^m \psi(m) \right]. \tag{33}$$

Подставляя (31) в (30), с учетом (33), получаем

$$K(x, \tau) = \frac{\mu_0}{2nlb\mu(x)\gamma(\tau)} \left\{ \left[\left(l^2 \operatorname{ch} \tau + \frac{4\Omega^2}{\lambda} \right) x + l\gamma(\tau)\sqrt{b^2 - x^2} \right]^n - \right.$$

$$\left. - \left[\left(l^2 \operatorname{ch} \tau + \frac{4\Omega^2}{\lambda} \right) x - l\gamma(\tau)\sqrt{b^2 - x^2} \right]^n \right\}. \tag{34}$$

Выделим в (34) старший член по x. Получим

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x^{n-1}} K(x, \tau) = \frac{1}{2inl} S(\tau), \tag{35}$$

где

$$S(\tau) \equiv \frac{1}{\gamma(\tau)} \left[\left(l^2 \operatorname{ch} \tau + \frac{4\Omega^2}{\lambda} + il\gamma \right)^n - \left(l^2 \operatorname{ch} \tau + \frac{4\Omega^2}{\lambda} - il\gamma \right)^n \right].$$

Из (28) с учетом (35) следует, что

$$\overline{X} = \frac{x^{n-1}}{2il} \int_0^\infty \operatorname{sh} \tau\, e^{\omega \tau} S(\tau)\, d\tau. \tag{36}$$

Далее вычисляем $\mu_n = -\partial(\mu \overline{X})/\partial x$ и результат сравниваем с (2). Так приходим к следующему дисперсионному соотношению.

$$\int_0^\infty \operatorname{sh} \tau\, e^{\omega \tau} S(\tau)\, d\tau = -\frac{ilb}{\pi G \mu_0}. \tag{37}$$

В тривиальном случае $n=1$ имеем $S(\tau)=2il$ и

$$\int\limits_0^\infty \operatorname{sh}\tau\, e^{\omega\tau}d\tau = -\frac{b}{2\pi G\mu_0}. \tag{38}$$

Отсюда находим его решение

$$\omega^2 = 1 - \frac{2\pi G\mu_0}{b} = \varkappa^2, \tag{39}$$

что соответствует частному результату раздела 2 (см. (8)).

Для пульсационных колебаний с $n=2$ имеем дисперсионное уравнение

$$\int\limits_0^\infty \left(\frac{8\Omega^2}{\lambda}\operatorname{sh}\tau + l^2\operatorname{sh}2\tau\right)e^{\omega\tau}\,d\tau = -\frac{b}{2\pi G\mu_0}. \tag{40}$$

Беря интеграл в (40), выражаем это уравнение в форме

$$\frac{l^2}{\omega^2-4} + \frac{1-l^2}{\omega^2-1} + \frac{1}{2(1-\varkappa^2)} = 0 \tag{41}$$

с условием неустойчивости

$$\left(\frac{3l^2}{2}-2\right)(1-\varkappa^2)+1<0. \tag{42}$$

Это условие может выполняться только при $\varkappa^2<1/2$, т. е. когда эпициклические колебания обусловлены в большей степени самогравитацией кольца, чем тяготением фона. В этом случае при фиксированных Ω и $\varkappa$ имеется критическое значение третьего безразмерного параметра λ, ниже которого наступает неустойчивость. Дестабилизирующим фактором таким образом оказывается относительная малость, в среднем, радиальных пекулярных скоростей, т. е. имеет место полная аналогия с известным критерием Томре [7] для сплошного тонкого диска.

Аналогично можно провести выкладки для произвольного n. Будем пользоваться обозначением $U_n(s)$ для полиномов Чебышева второго рода. После некоторых преобразований выражение для $S(\tau)$ сводится к

$$\frac{1}{2il}S(\tau) = U_{n-1}(1+l^2\operatorname{ch}\tau - l^2) =$$

$$= \sum_{\nu=0}^{n-1}\frac{(n+\nu)!}{(2\nu+1)!\,(n-\nu-1)!}\left[2l^2(\operatorname{ch}\tau-1)\right]^{\nu}. \tag{43}$$

При подстановке (43) в (38) нам встретятся интегралы типа

$$L_\nu(\omega) = \int_0^\infty (\operatorname{ch}\tau - 1)^\nu \operatorname{sh}\tau\, e^{\omega\tau} d\tau. \tag{44}$$

После раскрытия функции $(\operatorname{ch}\tau - 1)^\nu \operatorname{sh}\tau$ через экспоненты получается суперпозиция членов типа $\operatorname{sh} j\tau$, $j = 1, 2, \ldots, \nu + 1$. Так как

$$\int_0^\infty \operatorname{sh} j\tau\, e^{\omega\tau} d\tau = \frac{j}{\omega^2 - j^2},$$

то в результате приведения к общему знаменателю приходим к выражению в виде дроби

$$L_\nu(\omega) = \frac{Q_\nu(\omega)}{(\omega^2 - 1)(\omega^2 - 4)\ldots[\omega^2 - (\nu+1)^2]} \tag{45}$$

с некоторым полиномиальным числителем $Q_\nu(\omega)$. Но, с другой стороны, при больших отрицательных ω в (44) имеет существенное значение только малый интервал вблизи начала координат, где можно пользоваться асимптотикой $\operatorname{ch}\tau - 1 \sim \tau^2/2$, $\operatorname{sh}\tau \sim \tau$. Тогда

$$L_\nu(\omega) \sim 2^{-\nu} \int_0^\infty \tau^{2\nu+1} e^{\omega\tau} d\tau = 2^{-\nu} \frac{(2\nu+1)!}{\omega^{2\nu+2}}.$$

Данная асимптотика показывает, что $Q_\nu(\omega)$ сводится просто к постоянной величине. Итак,

$$L_\nu(\omega) = \frac{2^{-\nu}(2\nu+1)!}{(\omega^2 - 1)(\omega^2 - 4)\ldots[\omega^2 - (\nu+1)^2]} \tag{46}$$

и дисперсионное соотношение (37) с учетом (43) приобретает вид

$$\sum_{\nu=0}^{n-1} \frac{(n+\nu)!}{(n-\nu-1)!} \frac{l^{2\nu}}{(\omega^2 - 1)(\omega^2 - 4)\ldots[\omega^2 - (\nu+1)^2]} + \frac{1}{1-x^2} = 0. \tag{47}$$

Для устойчивости во всяком случае необходимо, чтобы левая часть (47) как функция ω^2 не меняла знака между $-\infty$ и 0. Следовательно, необходимым условием устойчивости является

$$\sum_{\nu=0}^{n-1} (-l^2)^\nu \frac{(n+\nu)!}{(n-\nu-1)!\,[(\nu+1)!]^2} < \frac{1}{1-x^2}. \tag{48}$$

В общем случае анализ уравнения (47), как видно, затруднителен, в частности, из-за возможности, наряду с апериодической, также колебательной неустойчивости. Некоторые приближенные оценки показывают, что неустойчивость при больших n должна быть сосредоточена в сравнительно узкой зоне значений произведения nl. Однако с уменьшением роли самогравитации ($\varkappa \to 1$ при заданных n и l) любая неустойчивость подавляется. При $n = 2$ возможна только апериодическая неустойчивость.

5. *Заключение.* Нами построены две фазовые модели вытянутых образований: равновесная полоса конечной ширины и кольцевая модель во внешнем поле (для последней модели несущественно это — гало или центральное ядро). Их можно включить в класс моделей, которые объединяет общее свойство квадратичности гравитационного потенциала и возможность представить возмущение последнего некоторыми полиномами. Равновесная бесконечная полоса оказалась устойчивой всегда. Кольцевая модель устойчива при определенных соотношениях между ее параметрами, причем возможна неустойчивость даже по отношению к простому сжатию или расширению. При применении полученных результатов к кольцевым галактикам мы пока сталкиваемся с почти полным отсутствием численных оценок для их параметров вообще [2].

Следует отметить, что мы построили модель, которая содержит в себе только одно кольцо. Реальные объекты (галактики и околопланетные или околозвездные диски) могут обладать многокольцевой структурой. Наш способ построения равновесной модели пригоден и в этом случае, причем каждое кольцо будет иметь свою фазовую плотность вида (20). Но анализ устойчивости такой системы становится весьма сложным из-за взаимного гравитационного влияния колец. Эта задача требует отдельного, подробного исследования. Кроме того, мы предполагаем изучить изгибные колебания кольцевой модели (20) в ее плоскости и колебания, искривляющие поверхность кольца.

Ленинградский государственный университет
Ташкентский государственный университет

THE SIMPLE STELLAR DYNAMIC MODEL OF THE RING STRUCTURE AND ITS STABILITY

V. A. ANTONOV, S. N. NURITDINOV

A certain phase model of the ring structure in outer field is constructed. Its stability is studied relative to large-scale pertubations, sustaining the rotation symmetry. Since the second harmonic the system

can suffer instability at concrete correlations between parametrs of the model. This instability is an analogue of Toomre's instability in the continuous star disc. In the absence of the halo the model is always stable and outlines infinite stretched formation.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Б. А. Воронцов-Вельяминов*, Астрон. ж., 37, 381, 1960.
2. *Б. А. Воронцов-Вельяминов*, Внегалактическая астрономия, Наука, М., 1978.
3. *C.-Y. Wong*, Ap. J., 190, 675, 1974.
4. *Л. Н. Сретенский*, Теория потенциала, М.—Л., 1946.
5. *Г. Бейтмен, А. Эрдейи*, Высшие трансцендентные функции, т. 2, Наука, М., 1974. стр. 188.
6. *В. А. Антонов*, Труды ЛГУ, 32, 79, 1976.
7. *A. Toomre*, Ap. J., 139, 1217, 1964.