АСТРОФИЗИКА

ТОМ 19 МАЙ, 1983 ВЫПУСК 2

УДК 524.354.6+532.132

О ТЕРМОДИНАМИКЕ СВЕРХТЕКУЧИХ РАСТВОРОВ В «пре»-ФАЗЕ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

Д. М. СЕДРАКЯН, К. М. ШАХАБАСЯН, А. Г. МОВСИСЯН

Поступила 7 июля 1982
Принята к печати 27 января 1983

В лондоновском приближении рассмотрена термодинамика вращающегося сверхтекучего раствора в «пре»-фазе нейтронной звезды. Эффект увлечения сверхтекучих протонов вращающимися сверхтекучими нейтронами приводит к возникновению системы нейтронных вихрей с потоками Φ_1. Неоднородное магнитное поле $\vec{H}(\vec{r})$, созданное этой системой, приводит при $H > H_{c_1}$ к появлению неоднородной вихревой решетки неувлеченных протонов с потоками Φ_0. Магнитный момент звезды, обусловленный этой решеткой, порядка 10^{-1} Гс·см^3. Получены уравнения, определяющие распределение магнитной индукции $\vec{B}$ и средней макроскопической скоорсти $\vec{v}$ сверхтекучих нейтронов. Рассмотрены также условия возникновения нейтронных и протонных вихревых нитей.

1. *Системы, в которых существуют два вида конденсата* и, соответственно, два вида сверхтекучего движения, интенсивно исследуются в последние годы. Такой системой является раствор атомов He^3 в жидком He^4 ниже точки фазового перехода He^3 в сверхтекучее состояние. Уравнения трехскоростной гидродинамики, описывающие свойства этого раствора, были получены в работе [1]. Андреев и Башкин дополнительно учли в этих уравнениях увлечение конденсата He^3 конденсатом He^4 и показали, что каждое из сверхтекучих движений сопровождается переносом обоих компонентов раствора [2].

Другой системой с двумя сверхтекучими конденсатами является «пре»-фаза нейтронных звезд [3]. Эта фаза возникает в моделях нейтронных звезд с жестким уравнением состояния. Так как средняя плотность нуклонов в «пре»-фазе порядка ядерной плотности, то протоны и нейтроны участвуют в сильном ядерном взаимодействии, приводящем к образованию протонных и нейтронных куперовских пар [4—8] и к появлению сверхпроводящего протонного и сверхтекучего нейтронного конденсатов. Электроны же образуют нормальный вырожденный ферми-газ, обеспечивающий локальную нейтральность системы. Фактическая связь конденсатов протонов и нейтронов, обусловленная их сильным взаимодействием, должна быть учтена при рассмотрении протонно-нейтронного сверхтекучего раствора. В работе [7] была впервые выдвинута идея о том, что учет этого взаимодействия приводит к возникновению нового типа нейтронных вихрей, несущих определенный поток магнитной индукции. Корректное рассмотрение этого ядерного раствора посредством обобщения методики Горькова [9] было проделано в работах [10—12], в которых были получены уравнения Гинзбурга—Ландау, из которых следовало наличие токов увлечения протонов нейтронами и нейтронов протонами. Было найдено также уравнение Лондонов, из которого действительно следовала возможность существования сложных нейтронных вихрей с определенным потоком магнитной индукции и обычных протонных вихрей. Если нейтронные вихри появляются из-за вращения нейтронной звезды, то протонные вихри, как показано в работе [13], могут появиться из-за магнитных полей, созданных токами увлечения нейтронных вихрей.

В настоящей работе на основе трехскоростной магнитной гидродинамики изучается вращение «пре»-фазы нейтронной звезды. В частности изучается зависимость генерированного магнитного момента звезды от силы токов увлечения протонов нейтронами.

2. *Рассмотрим вращающуюся нейтронную звезду* с центральной плотностью материи порядка 10^{14} г·см$^{-3}$. В рамках простой модели такая звезда состоит из двух основных частей: «пре»-фазы, имеющей радиус порядка 10 км, и твердой коры, толщиной порядка несколько сот метров [3]. Средняя плотность нейтронов $n_2 = 10^{38}$ см$^{-3}$, средняя плотность протонов и электронов $n_1 = 10^{36}$ см$^{-3}$. Вещество коры, состоящее из ядер и электронов, находится в нормальном состоянии. Вращение коры приводит к вращению двухкомпонентной сверхтекучей жидкости и к твердотельному вращению нормальных электронов со скоростью $\vec{v}_e = [\vec{\Omega}\vec{r}]$, где $\vec{\Omega}$ — угловая скорость вращения звезды.

Плотности потоков массы сверхтекучих протонов и нейтронов $\vec{j}_1'$ и $\vec{j}_2'$ имеют в лабораторной системе координат следующий вид [12]:

$$\begin{aligned} \vec{j}_1' &= \rho_{11}\vec{v}_1 + \rho_{12}\vec{v}_2, \\ \vec{j}_2' &= \rho_{22}\vec{v}_2 + \rho_{12}\vec{v}_1, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ — соответственно сверхтекучие скорости протонов и нейтронов. Электрический ток протонов можно записать в следующем виде:

$$\vec{j}_1 = \frac{e}{m_1}(\rho_{11}\vec{v}_1 + \rho_{12}\vec{v}_2) = \vec{j}_{11} + \vec{j}_{12}, \tag{2}$$

где e и m_1 — заряд и инертная масса протона. Второе слагаемое в формуле (2) представляет собой ток увлечения протонов нейтронами, возникающий из-за взаимодействия протонного и нейтронного сверхтекучих конденсатов. Ток увлечения $\vec{j}_{12}$ является заданным током проводимости, пока не появится достаточное количество нормальной части протонов, приводящей к уменьшению плотности увлечения [13]. Ток $\vec{j}_{11}$ представляет собой обычный мейсснеровский ток протонов.

Магнитное поле, созданное токами увлечения и вращением электронов, определяется из следующего уравнения Максвелла:

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\left(\vec{j}_{12} - \frac{e}{m_1}\rho_1\vec{v}_e\right), \tag{3}$$

где $\rho_1 = \rho_{11} + \rho_{12}$ — полная плотность массы сверхтекучих протонов. Наличие сверхтекучих неувлеченных протонов приводит к отличию напряженности магнитного поля $\vec{H}$ от магнитной индукции $\vec{B}$, которая определяется из уравнения

$$\operatorname{rot}\vec{B} = \frac{4\pi}{c}\left(\vec{j}_{11} + \vec{j}_{12} - \frac{e}{m_1}\rho_1\vec{v}_e\right). \tag{4}$$

Подставляя (1) и (2) в (4) и учитывая, что [12]:

$$\operatorname{rot}\vec{v}_1 = -\frac{e}{m_1 c}\vec{B} + \varkappa_1\vec{i}_1\sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i),$$

$$\operatorname{rot}\vec{v}_2 = \varkappa_2\vec{i}_2\sum_j \delta(\vec{r} - \vec{r}_j),$$

получаем:

$$\vec{B} + \lambda^2 \operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{B} = \Phi_0\vec{i}_1\sum_j \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) + \Phi_1\vec{i}_2\sum_j \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) - \frac{\rho_1 2m_1 c}{\rho_{11} e}\vec{\Omega}, \tag{5}$$

где

$$\Phi_0 = \frac{\pi\hbar c}{e}, \quad \Phi_1 = \frac{m_1\rho_{12}}{m_2\rho_{11}}\Phi_0 \ \text{и}\ \lambda^2 = \frac{m_1^2 c^2}{4\pi e^2\rho_{11}}.$$

Здесь $\vec{i}_1$ и $\vec{i}_2$ — единичные векторы по направлению протонных и нейтронных вихрей, $\vec{r}_i$ и $\vec{r}_j$ — соответственно радиус-векторы центров протонных и нейтронных вихревых нитей, $\hbar$ — постоянная Планка, m_2 — масса нейтрона, $\varkappa_2 = \pi\hbar/m_2$ и $\varkappa_1 = \pi\hbar/m_1$ — соответственно кванты циркуляции для нейтронов и протонов

Для свободной энергии F двухкомпонентной сверхтекучей жидкости имеем следующее выражение в лабораторной системе координат [11]:

$$F=\frac{1}{2}\int(\rho_{11}v_1^2+2\rho_{12}\vec{v}_1\vec{v}_2+\rho_{22}v_2^2)\,dV+\frac{1}{8\pi}\int B^2dV. \tag{6}$$

Подставляя значение $\vec{v}_1$ из уравнения (4) в выражение для свободной энергии (6), получаем

$$\begin{gathered}F=\frac{1}{8\pi}\int\left\{B^2+\lambda^2(\operatorname{rot}\vec{B})^2+\frac{2m_1c\rho_1}{c\,\rho_{11}}[\vec{\Omega}\vec{r}]\operatorname{rot}\vec{B}\right\}dV+\\+\frac{1}{2}\int\left\{\rho_{22}'v_2^2+\frac{\rho_1^2}{\rho_{11}}[\vec{\Omega}\vec{r}]^2\right\}dV,\end{gathered} \tag{7}$$

где

$$\rho_{22}'=\rho_{22}-\frac{\rho_{12}^2}{\rho_{11}}.$$

Момент импульса двухкомпонентной сверхтекучей жидкости выражается через скорость $\vec{v}_2$ и магнитную индукцию $\vec{B}$ следующим образом:

$$\vec{M}=\int\left\{\rho_{22}'[\vec{r}\vec{v}_2]+\frac{m_1c\rho_1}{4\pi e\rho_{11}}[\vec{r}\operatorname{rot}\vec{B}]+\frac{\rho_1^2}{\rho_{11}}[\vec{r}[\vec{\Omega}\vec{r}]]\right\}dV. \tag{8}$$

Введя величину $F_1=F-\vec{M}\vec{\Omega}$, которая есть энергия нашей системы во вращающейся системе координат, получаем:

$$\begin{gathered}F_1=\frac{1}{8\pi}\int\{B^2+\lambda^2(\operatorname{rot}\vec{B})^2\}\,dV+\int\left\{\rho_{22}'\left(\frac{1}{2}v_2^2-\vec{v}_2[\vec{\Omega}\vec{r}]\right)-\right.\\\left.-\frac{1}{2}\frac{\rho_1^2}{\rho_{11}}\Omega^2r^2\right\}dV.\end{gathered} \tag{9}$$

Выражение (9) будет использовано для нахождения средних значений функций $\vec{v}_2(r)$ и $\vec{B}(r)$. Среднее значение $\vec{v}_2(r)$ связано со средней плотностью нейтронных вихрей $N_2(\vec{r})$ и определяется из минимизации свободной энергии:

$$\tilde{F}_1=F_1+\int N_2(r)\,F_{1B}\,dV, \tag{10}$$

где F_{1B} — энергия одного нейтронного вихря. Усреднение проводится на расстояниях гораздо больших размеров нейтронных вихрей. Среднее значение вектора $\vec{B}(\vec{r})$, как увидим ниже, зависит от плотности протонных вихрей $N_1(\vec{r})$ и определяется из минимизации потенциала Гиббса:

$$G = F_1 - \frac{1}{4\pi}\int \vec{H}(\vec{r})\,\vec{B}(\vec{r})\,dV, \tag{11}$$

где $\vec{H}(\vec{r})$— напряженность магнитного поля, созданного заданными токами увлечения. При отыскании $N_1(\vec{r})$ усреднение проводится на расстояниях гораздо больше размеров протонных вихрей. Если b и λ соответственно размеры нейтронных и протонных вихрей, то при разумных угловых скоростях нейтронных звезд всегда $b \gg \lambda$. Это означает, что понятием средней плотности протонных вихрей можно оперировать даже на размерах одного нейтронного вихря.

3. *Предположим, что нейтронная звезда* вращается с угловой скоростью Ω. Для нахождения критической угловой скорости Ω_{c1} возникновения первой нейтронной вихревой нити, обладающей магнитным потоком Φ_1, нужно найти ее свободную энергию F_{1B}. Отбрасывая последнее слагаемое во втором интеграле (9) как не содержащее энергию вихря, используя соответствующее уравнение Лондонов и опуская в нем последнее слагаемое в правой части, подставляя в (9) $v_2 = \varkappa_2/2\pi r$ и интегрируя во втором интеграле в пределах от ξ_2 до b, получим:

$$F_{1B} = \left(\frac{\Phi_1}{4\pi\lambda}\right)^2 \ln\frac{\lambda}{\xi_1} + \rho_{22}'\frac{\varkappa_2^2}{4\pi}\ln\frac{b}{\xi_2} - \frac{1}{2}\rho_{22}'\varkappa_2\Omega\,(b^2 - \xi_2^2), \tag{12}$$

где $\varkappa_2 = \pi\hbar/m_2$ — квант циркуляции для нейтрона, ξ_1 и ξ_2 — длины когерентности протонов и нейтронов, b — внешний радиус нейтронного вихря. Первые два слагаемых в (12) — энергия нейтронной вихревой нити, приходящаяся на единицу длины. Из-за эффекта увлечения нейтронная нить обладает также «магнитной энергией». Отметим, что здесь и далее мы рассматриваем случай цилиндрической симметрии.

Для нахождения критической угловой скорости Ω_{c1} нужно приравнять нулю свободную энергию F_{1B} (12), предварительно положив в ней внешний радиус вихря b равным радиусу «пре»-фазы звезды R. Пренебрегая из-за малости последним слагаемым в (12), получаем:

$$\Omega_{c1} = \frac{\hbar}{2m_2R^2}\ln\frac{R}{\xi_2} + \frac{\hbar}{2m_2R^2}\,\frac{\rho_{12}^2}{\rho_{11}\rho_{22}'}\ln\frac{\lambda}{\xi_1}. \tag{13}$$

Таким образом, эффект увлечения меняет критическую угловую скорость Ω_{c1}, так как подставляя $\rho_{12} = 0$, получаем обычное выражение критической угловой скорости для незаряженной однокомпонентной сверхтекучей жидкости [5, 14]. Однако второе слагаемое в (13) всегда мало по сравнению с первым, и поэтому увлечение мало меняет значение Ω_{c1}. Так как $\Omega_{c1} \approx 10^{-14}$ c^{-1}, а угловая скорость вращения нейтронных звезд намного порядков больше этой величины, то внутри «пре»-фазы должна существовать довольно плотная решетка нейтронных вихревых нитей. Для нахождения плотности нейтронных вихревых нитей $N_2(\vec{r})$, которая связана со средней скоростью сверхтекучих нейтронов соотношением $N_2(\vec{r}) = |\operatorname{rot} \bar{\vec{v}}_2|/\varkappa_2$, минимизируем функционал $\tilde{F}_1$.

Подставляя из формулы (12) энергию нейтронного вихря в (10) и варьируя $\tilde{F}_1$ по v_2 получаем уравнение, определяющее поле усредненной сверхтекучей скорости нейтронов:

$$(\bar{v}_2 - \Omega r) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\vec{v}_2 r) + \frac{\varkappa_2}{8\pi} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\bar{v}_2 r) \right] = 0. \tag{14}$$

Отметим, что это уравнение совпадает с уравнением, определяющим поле скоростей вращающегося сверхтекучего гелия [14]. Оно имеет в основном массиве «пре»-фазы решение $\bar{v}_2 = \Omega r$, соответствующее твердотельному вращению нейтронов с угловой скоростью Ω, а плотность нейтронных вихрей $N_2 = 2\Omega/\varkappa_2$. Таким образом, взаимодействие нейтронов с протонами не меняет усредненную сверхтекучую скорость нейтронов и плотность нейтронной вихревой решетки по сравнению со случаем однокомпонентной вращающейся сверхтекучей жидкости.

При отсутствии протонных вихрей среднюю магнитную индукцию $\bar{\vec{B}}$ можно определить из уравнения (5), если отбросить первое слагаемое с правой стороны уравнения и заменить сумму дельта-функций нейтронных вихрей на $2\Omega/\varkappa_2$. Тогда уравнение (5) примет вид:

$$\bar{\vec{B}}' + \lambda^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{\vec{B}}' = 0, \tag{15}$$

где $\bar{\vec{B}}' = \bar{\vec{B}} + 2m_1 c \vec{\Omega}/e$. В массиве «пре»-фазы это уравнение имеет решение $\bar{\vec{B}}' = 0$ и следовательно $\bar{\vec{B}} = -2m_1 c \vec{\Omega}/e$. Эта однородная индукция, связанная с твердотельным вращением жидкости, имеет чисто инерционное происхождение [15] и даже для быстро вращающихся нейтронных звезд $\Omega = 200$ c^{-1} ничтожно мала: порядка $4 \cdot 10^{-2}$ Гс. Решение уравнения Лондонов при отсутствии протонных вихрей имеет вид [12]

$$\vec{B}=-\frac{2m_1c}{e}\vec{\Omega}+\Phi_1\vec{i}_2\sum_j K_0\left(\frac{|\vec{r}-\vec{r}_j|}{\lambda}\right).$$

В дальнейшем мы можем отбросить первое слагаемое из-за его малости.

Отметим, что из вариации выражения (10) этот результат невозможно получить, так как метод минимизации не может определить постоянную добавку к решению.

Итак, средняя магнитная индукция почти равняется нулю. Вращение создает плотную сеть нейтронных вихрей, и локальное магнитное поле, созданное токами увлечениями нейтронной вихревой нити, почти полностью компенсируется мейсснеровскими токами неувлеченных протонов [16]. Однако такая ситуация реализуется только тогда, когда локальное поле вокруг нейтронного вихря ниже критического поля H_{c1}, необходимого для создания протонного вихря. Как увидим ниже, это не всегда так, и возможно наличие сверхплотной сети протонных вихрей, окружающих нейтронную нить, что приведет к увеличению средней магнитной индукции нейтронной звезды.

4. *Причиной возникновения протонных вихревых нитей*, сопровождающегося переходом части плотности неувлеченных протонов в нормальное состояние, могут быть локальные сильные магнитные поля, имеющиеся вокруг нейтронного вихря. Это поле можно получить интегрированием уравнения (3), заранее переходя в систему движения вихревой нити как целого, то есть в систему твердотельного вращения. В этой системе отсчета уравнение (3) примет вид:

$$\mathrm{rot}\vec{H}=\frac{4\pi}{c}\vec{j}_{12}. \tag{16}$$

Подставляя скорость вращения нейтронов вокруг центра вихря в уравнение (16) и интегрируя его, получим

$$H(\zeta)=\frac{\Phi_1}{2\pi\lambda^2}\ln\frac{b}{\zeta}, \tag{17}$$

где ζ — расстояние точки наблюдения от центра вихревой нити. Найдем радиус r_1 той области вокруг вихря, где напряженность $H>H_{c1}$ и где, следовательно, возможно образование протонных вихревых нитей. Для этого заранее определим H_{c1}.

Найдем потенциал Гиббса для системы, состоящей из одного нейтронного и одного протонного вихря. Решение соответствующего уравнения Лондонов представляет суперпозицию индукций [17], создаваемых обеими нитями:

$$\vec{B}=\frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2}\vec{i}_1K_0\left(\frac{|\vec{r}-\vec{r}_1|}{\lambda}\right)+\frac{\Phi_1}{2\pi\lambda^2}\vec{i}_2K_0\left(\frac{|\vec{r}-\vec{r}_2|}{\lambda}\right), \tag{18}$$

где $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$— цилиндрические координаты центров протонного и нейтронного вихря, K_0 — функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента. Здесь также пренебрегаем индукцией, созданной твердотельным вращением, которая как отметили выше ничтожно мала. Подставляя в (11) решение (18) и $v_2=\varkappa_2/2\pi r$ и интегрируя, находим следующее выражение для потенциала Гиббса системы двух вихрей:

$$G_{1B}=F_{1B}-\frac{\Phi_1H}{4\pi}+\left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda}\right)^2\ln\frac{\lambda}{\xi_1}+\frac{\Phi_0\Phi_1}{8\pi^2\lambda^2}K_0\left(\frac{|\vec{r}_1-\vec{r}_2|}{\lambda}\right)-\frac{\Phi_0H}{4\pi}, \tag{19}$$

где F_{1B}— свободная энергия нейтронного вихря. Три последних слагаемых в (19) связаны с появлением протонного вихря, следовательно $(G_{1B}-F_{1B}+$ $+\Phi_1H/4\pi)$ есть изменение энергии системы при образовании протонного вихря. Вихрь возникнет, если $G_{1B}-F_{1B}+\Phi_1H/4\pi=0$ [17], следовательно:

$$H_{c1}=\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2}\ln\frac{\lambda}{\xi_1}+\frac{\Phi_1}{2\pi\lambda^2}K_0\left(\frac{|\vec{r}_1-\vec{r}_2|}{\lambda}\right). \tag{20}$$

Так как глубина проникновения $\lambda=10^{-11}$ см, а расстояние между протонным вихрем и нейтронным вихрем $|\vec{r}_1-\vec{r}_2|\gg\lambda$, то вторым слагаемым в (20) можно пренебречь. Это приближение верно и в более общем случае, когда протонный вихрь возникает в развитой нейтронной вихревой решетке. Так как расстояния между нейтронными вихрями порядка $10^{-3}-10^{-2}$ см, а протонный вихрь удален от них на расстояние $d\gg\lambda$, то энергию взаимодействия протонного вихря с нейтронными можно вычислить, учитывая лишь вклад от ближайших пар соседей [17]. Зависимость энергии взаимодействия от расстояния d имеет прежний вид, и при выполнении условия $d\gg\lambda$ ею опять можно пренебречь. Поэтому второе слагаемое в (20) всегда меньше первого и, следовательно.

$$H_{c1}=\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2}\ln\frac{\lambda}{\xi_1}. \tag{21}$$

Вернемся к определению радиуса r_1 той области, где возникнут протонные вихри. Подставляя в (17) $\zeta=r_1$ и требуя $H\gg H_{c1}$, получаем

$$r_1=b\left(\frac{\lambda}{\xi_1}\right)^{-1/2k}, \tag{22}$$

где $k = \rho_{12}/\rho_{11}$. Как видно из (22), размеры области, где возникнут протонные вихри, довольно сильно зависят от коэффициента увлечения k.

Таким образом, токи увлечения нейтронных вихревых нитей создают магнитное поле $\vec{H}(\vec{r})$, которое является внешним полем для системы сверхтекучих неувлеченных протонов. Если напряженность этого поля $\vec{H}(\vec{r})$ повсюду меньше H_{c1}, то протонные вихревые нити с потоком Φ_0 не возникают, и мейсснеровские токи неувлеченных протонов компенсируют магнитную индукцию внутри звезды и создают снаружи ее магнитный момент, пропорциональный объему поверхностного слоя толщиной λ [16]. В противном случае это поле приведет к появлению системы протонных вихрей с потоком Φ_0. Поэтому в равновесном состоянии минимальной будет свободная энергия Гиббса (11) для протонной вихревой структуры. Принимая во внимание, что в области радиусом r_1 плотность образовавшихся протонных вихрей достаточно велика, $r_1 \gg \lambda$, и максимальное значение напряженности поля в центре нейтронного вихря $H_{c1} < H(\xi_1) < H_{c2}$, можно ввести непрерывную плотность распределения протонных вихрей $N_1(\vec{r})$ для отдельного нейтронного вихря. Запишем свободную энергию Гиббса системы протонных вихревых нитей в следующем виде:

$$G = \int N_1(\vec{r})\,\varepsilon\, dV + 2\left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda}\right)^2 \iint N_1(\vec{r})\, N_1(\vec{r}')\, K_0\left(\frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{\lambda}\right) dV dV' - \\ - \frac{1}{4\pi}\int \vec{B}(\vec{r})\,\vec{H}(\vec{r})\, dV, \tag{23}$$

где

$$\varepsilon = \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda}\right)^2 \ln\frac{\lambda}{\xi_1}, \quad \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2}\,\vec{i}_1 \int N_1(\vec{r}')\, K_0\left(\frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{\lambda}\right) dV'. \tag{24}$$

За начало отсчета потенциала Гиббса (23) принято его значение в отсутствие протонных вихрей $N_1(\vec{r}) = 0$. Мы не учли в (23) взаимодействия протонных вихрей с центральным нейтронным вихрем, так как оно пренебрежимо мало по сравнению со взаимодействием протонных вихревых нитей друг с другом. Варьируя (23) по δN_1, находим равновесную плотность:

$$N_1(\vec{r}) = \frac{H(\vec{r}) - H_{c1}}{\Phi_0}. \tag{25}$$

Зная $N_1(\vec{r})$, можем найти среднюю индукцию $\bar{\vec{B}}$, усредненную уже по всей «пре»-фазе нейтронной звезды:

$$\bar{\vec{B}} = \vec{i}_1 \frac{\int\limits_0^{r_1} \Phi_0 N_1 (\vec{r})\, 2\pi r dr}{\pi b^2}. \tag{26}$$

Используя формулы (17), (21), (22), (25) и (26), получим для $\bar{\vec{B}}$ следующее выражение.

$$\bar{\vec{B}} = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} \vec{i}_1 k \left(\frac{\lambda}{\xi_1}\right)^{-1/k} = \frac{\Phi_0 k}{4\pi\lambda^2 (1+k)} \vec{i}_1 \left(\frac{\lambda_0 \sqrt{1+k}}{\xi_1}\right)^{-1/k}, \tag{27}$$

где

$$\lambda_0^2 = \frac{m_1 c^2}{4\pi e^2 n_1},$$

n_1 — плотность протонов в «пре»-фазе звезды. Полный магнитный момент звезды выражается через среднюю индукцию следующим образом:

$$\bar{\vec{M}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \bar{\vec{B}}. \tag{28}$$

Как видно из (27) и (28), значение средней индукции $\bar{\vec{B}}$ и магнитного момента $\vec{M}$ зависят от коэффициента увлечения k. Значение этого коэффициента для температур вблизи критической температуры нейтронов T_{cn} определяется следующим образом [11]:

$$k = \frac{4}{1 + \dfrac{122\, T/T_{cn}}{1 - T/T_{cn}}}, \tag{29}$$

где $T_{cn} = 1.23 \cdot 10^9$ K. Для температуры $T = 1.23 \cdot 10^8$ K, коэффициент увлечения $k = 0.28$ и становится равным единице для температуры $T = 2.5 \cdot 10^7$ K. Для холодной „пре"-фазы нейтронной звезды по оценкам работы [18] k порядка единицы, что согласуется с экстраполяцией формулы (29) до температур $T = 2.5 \cdot 10^7$ °K, что, конечно, ниже температуры вырождения как для нейтронов, так и для протонов. Отметим, что для раствора He^3 в сверхтекучем He^4 значение коэффициента увлечения, полученное в эксперименте, $k = 1.3$ [2].

В табл. 1 приведены значения λ_0/ξ_1, λ/ξ_1, r_1/b, поля в центре нейтронного вихря $H(\xi_1)$, нижнего и верхнего критических полей H_{c1} и H_{c2}, средней индукции магнитного поля $\bar{B}$ и полного магнитного момента M для трех значений коэффициента увлечения $k = 0.25$, 0.5 и 1 и для двух значений длины когерентности протонов $\xi_1 = 2.2 \cdot 10^{-12}$ см и $4.4 \cdot 10^{-12}$ см. Все величины, приведенные в таблице, вычислены для следующих значений параметров рассмотренной модели нейтронной звезды: $\Omega = 200$ с$^{-1}$, $b = 1.25 \cdot 10^{-3}$ см, $\lambda_0 = 2.2 \cdot 10^{-11}$ см и $n_1 = 10^{36}$ см$^{-3}$.

Таблица 1

$k = \frac{\rho_{12}}{\rho_{11}}$	ξ_1 (см)	λ_0/ξ_1	λ/ξ_1	H_{c1} (Гс)	$H(\xi_1)$ (Гс)	H_{c2} (Гс)	r_1/b	$\overline{B}$ (Гс)	M (Гс·см^3)
0.25	$2.2 \cdot 10^{-12}$	10	11.18	$5.8 \cdot 10^{13}$	$2.4 \cdot 10^{14}$	$6.5 \cdot 10^{13}$	0.008	$3.8 \cdot 10^{8}$	$1.6 \cdot 10^{27}$
0.25	$4.4 \cdot 10^{-12}$	5	5.59	$4.1 \cdot 10^{13}$	$2.3 \cdot 10^{14}$	$1.6 \cdot 10^{15}$	0.032	$6.1 \cdot 10^{9}$	$2.6 \cdot 10^{28}$
0.5	$2.2 \cdot 10^{-12}$	10	12.24	$5 \cdot 10^{13}$	$4 \cdot 10^{14}$	$6.5 \cdot 10^{15}$	0.082	$6.7 \cdot 10^{10}$	$2.8 \cdot 10^{29}$
0.5	$4.4 \cdot 10^{-12}$	5	6.12	$3.6 \cdot 10^{13}$	$3.9 \cdot 10^{14}$	$1.6 \cdot 10^{15}$	0.16	$2.6 \cdot 10^{11}$	$1.1 \cdot 10^{30}$
1	$2.2 \cdot 10^{-12}$	10	14.14	$3.9 \cdot 10^{13}$	$6.1 \cdot 10^{14}$	$6.5 \cdot 10^{15}$	0.27	$1.1 \cdot 10^{12}$	$4.6 \cdot 10^{30}$
1	$4.4 \cdot 10^{-12}$	5	7.07	$2.9 \cdot 10^{13}$	$5.8 \cdot 10^{14}$	$1.6 \cdot 10^{15}$	0.38	$2.2 \cdot 10^{12}$	$9.2 \cdot 10^{30}$

Как видно из таблицы, с увеличением коэффициента увлечения k увеличивается площадь, занятая протонными вихрями, а, следовательно, и средняя магнитная индукция и полный магнитный момент. Так, если для $k = 0.25$ вихрями занято только 0.1% экваториальной площади звезды и полный магнитный момент порядка 10^{28} Гс см^3, то для $k = 1$ эта площадь составляет 20% общей площади и полный магнитный момент порядка 10^{31} Гс см^3. Для заданного значения k уменьшение параметра λ_0/ξ_1 увеличивает площадь, занятую протонными вихрями. При увеличении k зависимость полного магнитного момента от λ_0/ξ_0 ослабляется. Магнитное поле вблизи центров нейтронных вихрей слабо зависит от параметров k и λ_0/ξ_1 и меняется всего в три раза от $2 \cdot 10^{14}$ Гс до $6 \cdot 10^{14}$ Гс.

Таким образом, в «пре»-фазе нейтронной звезды сверхтекучеее и сверхпроводящее вращение нейтронов и протонов с учетом их взаимодействия приводит к появлению довольно плотной протонной вихревой сети. Эти вихри распределены по всей звезде довольно неоднородно, концентрируясь в основном вокруг центров нейтронных вихрей, занимая (скажем, при $k = 1$) всего 20% общей площади звезды. Но этого уже достаточно для того, чтобы средняя индукция магнитного поля в нейтронной звезде достигла значений $2 \cdot 10^{12}$ Гс.

В заключение авторы выражают благодарность профессору Г. С. Саакяну за полезные обсуждения.

Ереванский государственный
университет

ON THE THERMODYNAMICS OF THE SUPERFLUID SOLUTIONS IN THE "npe"—PHASE OF THE NEUTRON STAR

D. M. SEDRAKIAN, K. M. SHAHABASSIAN, A. G. MOVSESSIAN

The thermodynamics of the rotating superfluid solution in the "npe"-phase of the neutron star is considered. The effect of entrainment of superfluid protons by the rotating superfluid neutrons leads to the occurence of the array of quantized neutron vortices, which have the magnetic flux Φ_1. The nonhomogeneous magnetic field $\vec{H}(\vec{r})$, which has been created by this array, leads to the occurence of the nonhomogeneous vortex array of superfluid protons if $H > H_{c1}$. Each of the proton vortices carries the magnetic flux Φ_0. The magnetic moment of the star, created by the proton array, is of the order of 10^{31} Gs cm^3. The equations defining the magnetic induction $\vec{B}$ and the mean macroscopic velocity $\vec{v}$ of the superfluid neutrons, are derived. The conditions of the appearance of the neutron and proton vortex lines are also considered.

ЛИТЕРАТУРА

1. *И. М. Халатников*, ЖЭТФ, 32, 653, 1957.
2. *А. Ф. Андреев, Е. П. Башкин*, ЖЭТФ, 69, 319, 1975.
3. *Г. С. Саакян*, Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, Наука, М., 1972.
4. *А. Б. Мигдал*, ЖЭТФ, 37, 249, 1959.
5. *В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц*, ЖЭТФ, 47, 2006, 1964.
6. *В. Л. Гинзбург*, УФН, 97, 601, 1969.
7. *Д. М. Седракяч, К. М. Шахабасян*, Астрофизика, 8, 557, 1972.
8. *Д. Пайнс*, УФН, 131, 479, 1980.
9. *Л. П. Горьков*, ЖЭТФ, 34, 735, 1958.
10. *Д. М. Седракян, К. М. Шахабасян, Г. А. Варданян*, Уч. зап. ЕГУ, № 2, 72, 1979.
11. *Д. М. Седракян, К. М. Шахабасян*, Уч. зап. ЕГУ, № 1, 46, 1980.
12. *Д. М. Седракян, К. М. Шахабасян*, Астрофизика, 16, 727, 1980.
13. *Д. М. Седракян*, Астрофизика, 18, 417, 1982.
14. *И. М. Халатников*, Теория сверхтекучести, Наука, М., 1971.
15. *Б. И. Веркин, И. О. Кулик*, ЖЭТФ, 61, 2067, 1971.
16. *Г. С. Мкртчян, Д. М. Седракян*, Астрофизика, 19, 135, 1983.
17. *П. Де Жен*, Сверхпроводимость металлов и сплавов, Мир, М., 1968.
18. *I. Easson, C. J. Pethick*, Ap. J., 227, 995, 1979,