

УДК 524.7—42—327

ПЕРЕНОС УГЛОВОГО МОМЕНТА В ГАЛАКТИЧЕСКОМ ДИСКЕ  
ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ОБЛАКОВ МЕЖЗВЕЗДНОГО ГАЗА

В. Г. ГОРБАЦКИЙ, В. М. СЕРБИН

Поступила 15 апреля 1982

Обмен количеством движения при столкновениях межзвездных облаков приводит к эффектам, аналогичным действию вязкости в «газе облаков». Рассчитывается перенос углового момента во вращающемся диске, состоящем из газовых облаков, в предположении, что облака движутся в заданном гравитационном поле звездного диска. Найдено, что характерное время перераспределения углового момента в случае спиральной галактики с массой  $10^{11} M_{\odot}$  порядка  $10^9$  лет. За это время значительные количества газа и углового момента уходят далеко за границы звездного диска.

1. *Введение.* Вращение спиральных галактик является хорошо установленным фактом. Относительно происхождения вращения имеются различные взгляды. Большинство исследователей сходится в том, что угловой момент приобретен галактиками при их образовании. Если в галактике существует эффективный механизм переноса углового момента, то современное распределение момента может сильно отличаться от первоначального. В связи с этим решение проблемы происхождения вращения галактик требует рассмотрения процессов переноса углового момента в галактиках.

Среди механизмов переноса углового момента в звездно-газовом диске в настоящее время наиболее часто предполагаются волны плотности. Другим, более обычным механизмом может служить вязкость. Вязкость «звездного газа» в настоящих условиях не является существенной за времена  $\approx 10^{10}$  лет — это было показано еще в 1948 г. [1]. Однако до сих пор не исследовалась роль, которую играет в переносе момента в галактиках газовая среда. Содержание газа в спиральных галактиках достигает 10% и более, причем газ имеет облачную структуру. При взаимодействии облаков происходит обмен угловым моментом и, таким образом, создается вязкость. Понятие «облачной вязкости» было использовано в работе [2], где выяснялось ее влияние на устойчивость галактических дисков. В данной работе более детально рассматривается вопрос о вязкости, создаваемой «газом облаков» и рассчитывается перенос углового момента в газе.

спиральных галактик при посредстве такой вязкости. При этом предполагается, что в диске содержание газа по отношению к звездам  $\mathfrak{M}_{\text{газ}}/\mathfrak{M}_{\text{зв}} \ll 1$  и не меняется со временем. Тогда в первом приближении можно не учитывать вклад газовой составляющей в гравитационный потенциал галактики и рассматривать динамику газовых облаков не привлекая уравнения Пуассона, что существенно упрощает расчеты. Потенциал в диске задается и считается не зависящим от времени. На основе численного решения уравнений динамики «газа облаков» определяется время, требуемое для существенного перераспределения углового момента газа вдоль радиуса диска.

2. *Оценка коэффициента вязкости.* Поскольку основным фактором, вызывающим перераспределение углового момента, является, по предположению, вязкость, создаваемая взаимодействием газовых облаков, то начнем с оценки соответствующего коэффициента вязкости. Как нетрудно показать, роль межоблачного газа в переносе момента незначительна по сравнению с ролью облаков.

Вследствие значительных размеров облаков, помимо их гравитационно-го взаимодействия, нужно учитывать и контактные столкновения. При таких столкновениях должно происходить «слипание» облаков, и некоторая часть составляющего их газа затрачивается на звездообразование. Вместе с тем, из газа, выбрасываемого звездами, могут возникать новые облака. Будем считать, что имеет место динамическое равновесие облаков, то есть скорость их уничтожения при столкновениях равна скорости образования.

В качестве характерного среднего размера облака ( $d_{\text{обл}}$ ) примем 5 пс и соответствующее значение его массы  $\mathfrak{M}_{\text{обл}} = 100 \mathfrak{M}_{\odot}$ . При учете только контактных столкновений таких облаков (считая их общее число в галактике  $N \approx 6 \cdot 10^7$ ) средняя длина свободного пробега  $l_{\text{с.п.}}$  составит около 500 пс. Соответственно, число Кнудсена для галактики с радиусом  $R_{\text{гала}}$ , равным 15 кпс,

$$Kn \approx \frac{l_{\text{с.п.}}}{2R_{\text{гала}}} \lesssim 0.02, \quad (1)$$

и «газ облаков» можно рассматривать как столкновительный. При средней «тепловой скорости» облака  $\approx 10$  км/с время между столкновениями составит около  $5 \cdot 10^7$  лет, что по порядку величины соответствует существующим оценкам времени жизни облаков (которое определяется рядом обстоятельств и, в частности, скоростью испарения при контакте с горячей межзвездной средой). Таким образом, облака указанных размеров должны испытывать, в среднем, одно столкновение за время их жизни. Заметим, что более массивные облака существуют дольше —  $10^8 \div 10^9$  лет.

Оценка длины ( $l_{гр}$ ) свободного пробега облаков указанной массы, обусловленной гравитационными взаимодействиями, приводит к величинам порядка 10 кпс, что намного превосходит полученное выше значение  $l_{с.п.}$ . Следовательно, при определении коэффициента вязкости такими взаимодействиями можно пренебречь. Однако для очень массивных облаков ( $M_{обл} > 10^4 M_{\odot}$ ) положение иное. Если  $M_{обл} \approx 10^4 M_{\odot}$ , то  $l_{гр} \approx l_{с.п.}$ ; и при достаточном количестве массивных облаков вклад гравитационных взаимодействий в коэффициент вязкости может быть значительным.

Для среды, состоящей из одинаковых облаков, коэффициент вязкости  $\eta$  по порядку величины определяется выражением:

$$\eta \approx \rho l_{с.п.} \bar{v}, \quad (2)$$

где  $\bar{v}$  — средняя скорость облаков и  $\rho$  — отношение суммарной массы облаков к объему содержащего их пространства («размазанная» плотность газа). Принимая значения входящих в (2) величин соответствующие окрестностям Солнца,

$$\rho \approx 0.9 \cdot 10^{-24} \text{ г/см}^{-3}, \quad l_{с.п.} \approx 1.6 \cdot 10^{21} \text{ см}, \quad \bar{v} \approx 10^6 \text{ см с}^{-1},$$

получаем значение  $\eta \approx 1.5 \cdot 10^3 \text{ г см}^{-1} \text{ с}^{-1}$ . Вклад в коэффициент вязкости от учета взаимодействий массивных облаков друг с другом гораздо меньше. Что же касается взаимодействий малых облаков с большими, то для выяснения их роли можно использовать формулу, выражающую коэффициент вязкости газа, состоящего из частиц двух видов — легких и тяжелых [3]. Поскольку масса газа, содержащегося в легких облаках и тяжелых, — одного порядка, то число первых велико по сравнению с количеством вторых. В этом случае из указанной формулы можно получить, что

$$\eta \approx \eta_1 + \alpha \eta_2, \quad (3)$$

где  $\alpha$  — величина, выражающаяся сложным образом, но  $0 < \alpha \leq 1$ . Даже если значения коэффициентов вязкости  $\eta_1$  и  $\eta_2$  для легких и тяжелых частиц отличаются мало, то для  $\eta$  получим величину, не более чем в два раза превосходящую наибольшую из  $\eta_1$  и  $\eta_2$ . Поэтому мы не допустим большой погрешности, приняв в качестве оценочного значение  $\eta \approx 3 \cdot 10^3 \text{ г см}^{-1} \text{ с}^{-1}$ , соответствующее современному состоянию «газа облаков» Галактики.

3. Уравнения задачи. В соответствии со сказанным выше, галактика моделируется как звездный диск с включением газовых облаков. Предполагается, что диск однороден в направлении, перпендикулярном его плоскости, и толщина  $H$  диска мала по сравнению с его радиусом  $R$ . Если имеет место динамическое равновесие «газа облаков», то удельный угловой момент для газа, составляющего вновь образующиеся облака, равен

угловому моменту газа, содержавшегося в распавшихся в том же месте перед этим облаках. Тогда, используя известные уравнения в цилиндрических координатах, определяющие распределение скорости и плотности в диске (см. например, [4]), можно записать следующие уравнения, для «газа облаков», содержащие поверхностную плотность  $\sigma(r)$ , «поверхностную вязкость»  $\tilde{\eta} = \eta H$  и соответствующую давлению величину  $\tilde{p} = pH$ :

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} - \frac{\partial \varphi_g}{\partial r} + \quad (4)$$

$$+ 2 \frac{\tilde{\eta}}{\sigma} \left( \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} \right) + \frac{2}{\sigma} \frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial r} \frac{\partial v_r}{\partial r};$$

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + \frac{v_r v_\varphi}{r} = \frac{\tilde{\eta}}{\sigma} \left( \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r^2} \right) + \quad (5)$$

$$+ \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial r} \left( \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r} \right);$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\tau_r v_r), \quad (6)$$

Здесь  $\varphi_g$  — гравитационный потенциал, определяемый звездной компонентой. Он считается известной функцией от  $r$ .

Определение величины  $\tilde{p}$  для «газа облаков» затруднительно. Однако должно выполняться приближенное равенство

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} \approx \frac{\langle \Delta u^2 \rangle}{r}, \quad (7)$$

где  $\langle \Delta u^2 \rangle$  — среднее значение квадрата скорости «теплового» движения облаков. Так как  $|\Delta u| \ll v_\varphi$ , то

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} \ll \frac{v_\varphi^2}{r}, \quad (8)$$

и пренебрежение членом, содержащим градиент давления, не внесет существенной погрешности в дальнейшие результаты\*.

\* В самых центральных частях диска неравенство (8) может не выполняться, но к этим областям уравнения (4)—(6) не применяются.

Введем вместо переменной  $v_\varphi$  величину  $j = rv_\varphi$  — удельный момент количества движения, а также лагранжеву переменную  $s$  в виде

$$s = \int_0^r r' \sigma(r', t) dr'. \quad (9)$$

Величина  $s$  представляет собой массу газа, содержащегося в пределах сектора с углом в один радиан от начала координат до  $r$ . В этих переменных вместо системы (4)—(6) получаем следующую:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = \frac{j^2}{r^3} - \frac{\partial \varphi}{\partial r} + 2\tilde{\eta}r \frac{\partial}{\partial s} \left[ \sigma \frac{\partial}{\partial s} (rv_r) \right] + 2\sigma r^2 \frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial s} \frac{\partial v_r}{\partial s}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial j}{\partial t} = \tilde{\eta} r^2 \frac{\partial}{\partial s} \left[ \dot{\sigma} \frac{\partial j}{\partial s} \right] + \frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial s} \left[ \sigma r^2 \frac{\partial j}{\partial s} - 2j \right]; \quad (11)$$

$$\frac{\partial(1/\sigma)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial s} (rv_r); \quad \frac{\partial r}{\partial t} = v_r. \quad (12)$$

Здесь  $\partial/\partial t$  означает лагранжеву производную по времени, то есть взятую для данной частицы.

Градиент потенциала  $\partial \varphi_g / \partial r$  в соответствии со сказанным выше задается. В расчетах использовались два варианта:

$$a) \quad \frac{\partial \varphi_g}{\partial r} = G \mathfrak{M}_{\text{гала}} (r^2 + a^2)^{-3/2}. \quad (13)$$

Это соответствует потенциалу в модели Кузмина — Тумре [5]. Здесь  $a = r_{\text{max}} / \sqrt{2}$  и  $r_{\text{max}}$  — расстояние от центра, на котором величина  $v_\varphi$  достигает наибольшего значения,  $\mathfrak{M}_{\text{гала}}$  — полная масса звезд в диске.

б) Потенциал выбирается так, чтобы моделировалась плоская кривая вращения для звезд галактики. При  $r < r_{\text{max}}$  принимается

$$\frac{\partial \varphi_g}{\partial r} = \frac{\sum_{i=0}^5 A_i \left( \frac{r}{r_{\text{max}}} \right)^i}{\sum_{i=0}^5 B_i \left( \frac{r}{r_{\text{max}}} \right)^i} \frac{4v_{\varphi \text{max}}^2}{r}; \quad (14)$$

что соответствует потенциалу в модели Фримена [6]. Коэффициенты  $A_i$  и  $B_i$  приведены в [7]. При  $r > r_{\text{max}}$

$$\frac{\partial \varphi_g}{\partial r} = \frac{v_{\varphi \text{max}}^2}{r}. \quad (15)$$

В соответствии с данными наблюдений выбираем следующие значения параметров:

$$\mathcal{M}_{\text{гала}} = 10^{11} \mathcal{M}_{\odot}; r_{\text{max}} = 0.5 R_{\text{гала}}, v_{\text{гала}} = 250 \text{ км/с.}$$

Теперь следует задать условия, при которых будет производиться численное решение системы (10)—(12).

4. *Начальные и граничные условия.* В начальный момент  $t = 0$  газ предполагается находящимся в равновесии, то есть выполняется условие

$$\frac{\partial \varphi_g}{\partial r} = \frac{v_c^2}{r}. \quad (16)$$

Вязкость включается при  $t > 0$ , поэтому в начальный момент и  $v_r = 0$ . Однако, если даже принять, что и при  $t = 0$  значения  $v_r \neq 0$ , но малы во всех точках, то результаты расчетов оказываются очень слабо зависящими от величины и направления  $v_r$ . За время порядка  $10^8$  лет начальное распределение  $v_r$  практически „забывается“.

При вычислениях с потенциалом в случае а) начальное распределение плотности  $\sigma(r, 0)$  считалось пропорциональным звездной плотности:

$$\sigma(r; 0) = \frac{a \mathcal{M}_i}{1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + R_{\text{гала}}^2}}} (r^2 + a^2)^{-3/2}. \quad (17)$$

Здесь  $\mathcal{M}_i$  — полная масса газа в единичном секторе диска. В тех случаях, когда для градиента потенциала использовались выражения (14) и (15), начальная плотность газа принималась постоянной,

$$\sigma(r, 0) = \sigma_0. \quad (18)$$

Расчеты производились для такого интервала значений

$$0.05 \mathcal{M}_i \leq s \leq \mathcal{M}_i. \quad (19)$$

Внутренняя граница области считается фиксированной — на ней остаются постоянными угловой момент и радиальная скорость (очень малая — порядка 0.1 км/с). Предположение о наличии слабого источника (или стока) углового момента при  $s = 0.05 \mathcal{M}_i$  приводит к изменению полного момента  $J_0$  за время  $T$ , равному  $\delta J_0$ :

$$\delta J_0 = j(r_0) v(r_0) \int_0^T r_0(t) \sigma(r_0, t) dt, \quad (20)$$

не превосходящему  $0.05 J_0$  за рассматриваемые времена  $T$ . Следовательно, этот источник не может существенно сказаться на окончательном распределении углового момента.

Значение  $j$  на внешней границе определяется из условия сохранения полного момента,

$$J_{\text{tot}}(t) = \int_{0.05 \mathfrak{M}_t}^{\mathfrak{M}_t} j(s; t) ds = J_0 + \delta J_0. \quad (21)$$

Величина  $\sigma(\mathfrak{M}_t; t) = \sigma(\mathfrak{M}_t; 0)$ . Характер решения оказывается практически не зависящим от значения  $\sigma(\mathfrak{M}_t; 0)$ .

Значения  $v_r$  на внешней границе зависят от величины коэффициента вязкости во всем интервале изменения  $r$ . Поэтому граничное значение  $v_r$  должно определяться следующим интегральным соотношением:

$$\begin{aligned} \frac{v_r^2(\mathfrak{M}_t; t)}{2} - \frac{v_r^2(0.05 \mathfrak{M}_t; t)}{2} = & \int_{0.05 \mathfrak{M}_t}^{\mathfrak{M}_t} \left( \frac{j^2}{r^3} - \frac{\partial \varphi_g}{\partial r} \right) ds + \\ & + 2 \int_{0.05 \mathfrak{M}_t}^{\mathfrak{M}_t} \bar{\eta} r \frac{\partial}{\partial s} \left[ \sigma \frac{\partial}{\partial s} (r v_r) \right] ds + 2 \int_{0.05 \mathfrak{M}_t}^{\mathfrak{M}_t} \sigma r^2 \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial s} \frac{\partial v_r}{\partial s} ds. \end{aligned} \quad (22)$$

Решаемая задача не является самосогласованной, поскольку  $\bar{\eta}$  задается, а не получается из уравнения, связывающего ее с другими искомыми функциями. В качестве выражений  $\bar{\eta}$  выбирались простейшие из таких, при которых выполняются условия

$$\bar{\eta}(\mathfrak{M}_t) = 0; \quad \frac{\partial \bar{\eta}(\mathfrak{M}_t)}{\partial s} = 0, \quad (23)$$

означающие, что на внешней границе газового диска вязкость перестает быть существенной. Эти выражения имеют вид:

$$\bar{\eta} = \bar{\eta}_0 e^{r/R} \left( 1 - \frac{r}{R} \right)^b; \quad (24)$$

$$\bar{\eta} = \bar{\eta}_0 e^{s/\mathfrak{M}_t} \left( 1 - \frac{s}{\mathfrak{M}_t} \right)^b, \quad (25)$$

где  $R$  — радиус, соответствующий массе  $\mathfrak{M}_t$ , то есть краю газового диска,  $\bar{\eta}_0$  и  $b$  — параметры. При  $b > 1$  удовлетворяются условия (23). Заметим, что функциями типа (24) и (25) можно аппроксимировать—

по крайней мере на начальных этапах — ход зависимости  $\tilde{\eta}(r)$ , который можно ожидать для газовой среды реальных галактик.

Кроме вычислений с указанными выражениями  $\tilde{\eta}$  производились также расчеты при  $\tilde{\eta} = \text{const}$ . Значение  $\tilde{\eta}_0$  полагалось равным  $4.5 \times 10^{34} \text{ г с}^{-1}$ , в соответствии с полученной выше оценкой  $\tilde{\eta}$  и толщиной диска  $\approx 0.5$  кпс.

5. Метод численного решения. Уравнения (10)—(12) приводятся к безразмерным переменным  $t/t_0$ ;  $r/r_0$ ;  $s/s_0$ . Характерные значения величин  $t_0$ ,  $r_0$ ,  $s_0$  определяются параметрами задачи — размерами диска, массой содержащегося в нем газа и периодом обращения облаков в поле тяготения звезд. В соответствии с этим принимаем:

$$t_0 = 3 \cdot 10^{16} \text{ с}; \quad r_0 = 3 \cdot 10^{22} \text{ см}; \quad s_0 = 1.6 \cdot 10^{62} \text{ г}$$

и для обезразмеривания других, входящих в решаемые уравнения величин, имеем:

$$v_r^{(0)} = 10^8 \text{ см с}^{-1}; \quad \sigma_0 = 1.8 \cdot 10^{-4} \text{ г см}^{-2}; \quad j_0 = 3 \cdot 10^{28} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$$

$$\tilde{\eta}^{(0)} = 4.5 \cdot 10^{34} \text{ г с}^{-1}; \quad \varphi_g^{(0)} = 10^{12} \text{ см}^2 \text{ с}^{-2}.$$

Вводится неравномерная по времени разностная сетка с шагом по массе, равным  $h$ . Шаг по времени выбирался в соответствии с критерием устойчивости [8]

$$\tau_j < \min \left\{ \frac{h^2}{4\sigma_{ij} r_{ij}^2 \tilde{\eta}_{ij}}; \quad \frac{h}{4\sigma_{ij} r_{ij}^2 \left| \frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial s} \right|_{ij}} \right\}; \quad (26)$$

Использовалась явная разностная схема. Значения  $h$  менялись от 0.025 до 0.07. Вычисления проведены на ЭВМ ЕС-1033.

6. Результаты расчетов. Вычисления проводились при различных значениях параметров, начальных распределениях плотности и формах потенциала. На рис. 1—3 приведены графически зависимости скорости и плотности газа от расстояния до центра в различные моменты для определенных наборов параметров. Общий характер этих зависимостей сохраняется и в других вариантах. Наиболее характерными особенностями полученных решений являются следующие:

а) Скорость газа во внутренних областях диска направлена к его центру, а во внешних — наружу. Это обусловлено передачей углового момен-

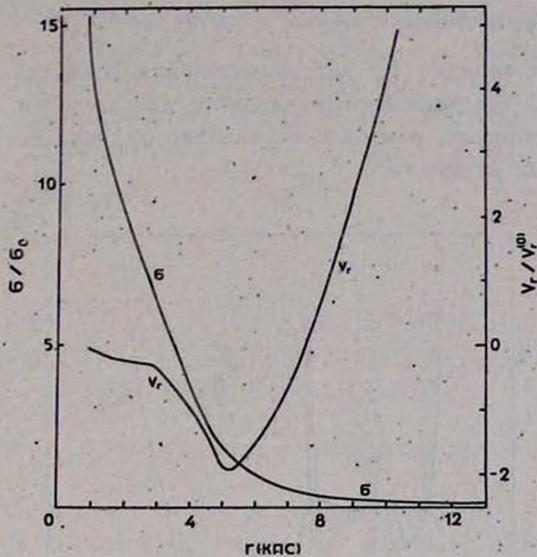


Рис. 1. Распределение поверхностной плотности ( $\sigma$ ) и скорости радиального движения ( $v_r$ ) в газовом диске к моменту  $t = 4 \cdot 10^8$  лет. Потенциал задан в виде (13) (см. в тексте). Величина  $\tilde{\eta} = \tilde{\eta}_0$ .

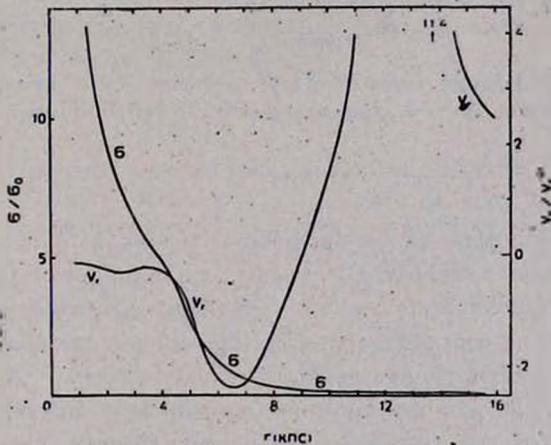


Рис. 2. Распределение поверхностной плотности ( $\sigma$ ) и скорости радиального движения ( $v_r$ ) в газовом диске к моменту  $t = 5 \cdot 10^8$  лет. Потенциал задан в виде (14)–(15) (см. в тексте). Величина  $\tilde{\eta} = \tilde{\eta}_0^s \frac{s/\Sigma \chi_t}{\left(1 - \frac{s}{\Sigma \chi_t}\right)^{1.1}}$ .

та от внутренних слоев диска к внешним благодаря вязкости. Характерное время перераспределения момента составляет  $5 \cdot 10^8 - 10^9$  лет.

б) За время порядка  $10^9$  лет значительная доля газа (несколько десятых) уходит за границы первоначального диска, унося с собой угловой момент. Таким образом, в плоскости звездного диска образуется газовая оболочка больших размеров.

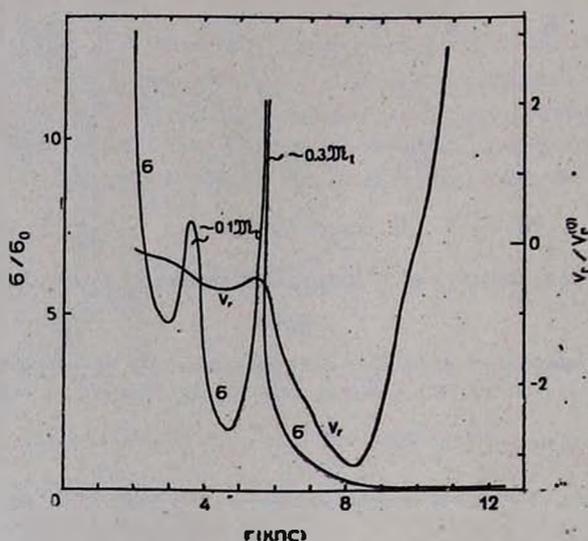


Рис. 3. Распределение поверхностной плотности ( $\sigma$ ) и скорости радиального движения ( $v_r$ ) в газовом диске к моменту  $t = 1.5 \cdot 10^9$  лет. Потенциал задан в виде б) (см. в тексте). Величина  $\eta = \eta_0$ .

в) В случае б), когда кривая вращения плоская, на расстоянии 5—6 кпс от центра возникает сравнительно узкая (шириной несколько сотен парсек) область повышенной плотности — «кольцо». Плотность в кольце на порядок выше, чем в соседних областях. На возможность образования такой структуры указывалось ранее [1].

Возникновение сложного профиля плотности и другой кольцеобразной структуры при  $r \approx r_0$  обусловлены, по-видимому, постановкой задачи, которая не предусматривает перехода газа, движущегося внутрь, через границу рассматриваемой области.

Хотя указанные результаты, вследствие сделанных упрощающих предположений, нужно рассматривать лишь как качественные, они дают основание считать, что вязкость «облачного газа» является существенным фактором в крупномасштабной динамике межзвездной среды в спираль-

ных галактиках. Возможно, что она играет роль в создании кольцеобразных структур, состоящих из массивных облаков, а также в образовании внешних областей нейтрального газа вокруг галактик.

Авторы выражают признательность И. Г. Колеснику и С. А. Силичу за полезное обсуждение работы.

Ленинградский государственный  
университет

## THE TRANSFER OF ANGULAR MOMENTUM IN THE GALACTIC DISK DUE TO INTERACTION OF INTERSTELLAR CLOUDS

V. G. GORBATSKY, V. M. SERBIN

Effects of momentum exchange in processes of collisions between interstellar clouds may be described as viscosity of "gas of clouds". The transfer of angular momentum in the rotating disk consisting of gaseous clouds is calculated on the assumption that the clouds move in the given gravity field of the stellar disk. Time scale for angular momentum transfer is found to be of the order of  $10^9$  years in the case of spiral galaxy having mass  $10^{11} M_{\odot}$ . During this period considerable quantities of gas and of angular momentum have gone far beyond the limits of the stellar disk.

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Чандрасекар, Принципы звездной динамики, ИЛ, М., 1948.
2. Ю. Н. Мишуров, В. М. Пейтисв, А. А. Сучков, Астрон. ж., 53, 268, 1976.
3. С. Чепмен, Д. Энског, Математическая теория неоднородных газов, ИЛ, М., 1962.
4. В. Г. Горбацкий, Космическая газодинамика, Наука, М., 1977.
5. Г. Г. Кузмин, Публ. Тартуской обш., 32, 311, 1952.
6. К. С. Фреетан, Ар. J., 160, 811, 1970.
7. К. Рольфс. Лекции по теории волн плотности, Мир, М., 1980.
8. А. А. Самарский, Теория разностных схем, Наука, М., 1977.