

УДК 52—332.5—55—333

ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ЗВЕЗДНЫЕ ДИСКИ: РАВНОВЕСНЫЕ РЕШЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ГАЛО И В ПАРАХ

Г. С. БИСНОВАТЫЙ-КОГАН

Поступила 11 июня 1982

Исследованы свойства равновесных решений для эллиптических звездных дисков с квадратичным гравитационным потенциалом, находящихся в поле приливных сил соседней галактики в двойной системе или в однородном сфероидальном гало. Построены области существования таких решений. Показано, что эти области ограничиваются либо уравновешенными дисками, где по одной из осей гравитация уравнивается центробежной силой, либо пылевыми дисками, в которых отсутствуют разбросы скоростей звезд в каждой точке. Диски в двойных системах могут быть вытянутыми вдоль оси, соединяющей центры галактик, или сжатыми по этой оси. Пылевые решения возможны только для сжатых дисков в парах. Показано, что карликовые галактики в поле приливных сил гигантской галактики в сжатой форме могут располагаться гораздо ближе к компаньону, чем в вытянутой, из-за большей сопротивляемости к разрыву. Указан способ приближенной оценки верхнего предела отношения масс галактик в парах по их относительным геометрическим параметрам.

Введение. Большое количество теоретических работ посвящено изучению звездных систем, имеющих форму дисков. На их основе строятся модели спиральных галактик, которые содержат значительную часть материи во Вселенной. Спиральные галактики, как правило, состоят из двух или нескольких подсистем: наряду с дисковой подсистемой в них имеется сферическая, имеющая массу, сравнимую или большую, чем масса диска. Большинство галактик входят в состав пар или групп, где они находятся в поле приливных сил соседних галактик. Под действием приливных сил звездные диски могут принять форму, отличную от круговой.

Исследование свойств некруговых звездных дисков, окруженных гало или находящихся в паре, представляет собой сложную проблему, связанную с решением уравнения Больцмана без столкновений с самосогласованным гравитационным полем. Наиболее простыми моделями таких систем являются звездные скопления с гравитационным потенциалом в виде квадратичной функции координат (КГП). Учет приливных сил, а также однородного гало эллипсоидальной формы не нарушает квадратичности потенциала.

Аналогом КГП систем среди моделей газовых звезд являются фигуры несжимаемой жидкости, также обладающие КГП. Равновесие и устойчивость таких фигур весьма подробно исследованы теоретически. Многие результаты этих исследований представлены в книге Чандрасекара [1].

КГП модели одиночных звездных систем в виде эллиптических дисков, цилиндров, а также двух и трехосных эллипсоидов впервые были получены в [2—4]. В работах [5, 6] получены некоторые новые равновесные КГП решения; в [7] проведено исследование свойств равновесных решений указанного типа. Заметим, что некруговые звездные диски в рамках КГП моделей всегда имеют форму эллипсов.

В работе [8] были получены КГП решения для звездных дисков, входящих в двойные системы. Влияние второго компонента учитывалось в приливном приближении. В настоящей работе исследованы свойства равновесных КГП решений для звездных дисков в парах. Получены КГП решения для звездных дисков, окруженных однородным гало, и изучены свойства этих решений для гало сфероидальной формы. Найдены области существования КГП решений для дисков в сфероидальных гало и в парах.

В двойных системах возможно существование сжатых и вытянутых дисков. В первом случае компаньон лежит на продолжении меньшей оси эллипса, а во втором — на продолжении большей. Пылевые решения отсутствуют для вытянутых дисков и имеют место только для сжатых [8]. Свойство замкнутых орбит сжиматься в двойной системе сохраняется и в случае предельной концентрации массы в центре — в модели Роша [9]. В сильном приливном поле возможно существование только сжатых дисков, достаточно большой сплюснутости, так как для них возможность разрыва галактики приливными силами минимальна. Таким образом, карликовые галактики вблизи гигантских должны быть сжаты вдоль соединяющей их оси. Это справедливо как для дисковых, так и для эллиптических галактик, в последнем случае они примут форму, близкую к форме сжатого сфероида. Наблюдаемая форма спутников гигантской галактики NGC 4435 (см. [10]) должна быть связана с их реальным сжатием в поле приливных сил, а не является результатом случайной проекции кругового диска на картинную плоскость. Указан метод оценки верхнего предела отношения масс галактик в паре по геометрическим характеристикам пары.

1. *Силы и потенциалы в эллиптических дисках.* В моделях с КГП некруговой диск имеет форму эллипса с распределением плотности

$$\sigma = \sigma_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}. \quad (1.1)$$

Гравитационный потенциал такого диска Φ_d есть (нормировка несущественна):

$$\Phi_d = a_0 x^2 + b_0 y^2. \quad (1.2)$$

Коэффициенты a_0 , b_0 выражаются через параметры диска с помощью эллиптических интегралов [4]:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{3}{2} \frac{GM}{\alpha(\alpha^2 - \beta^2)} [F(k) - E(k)], \\ b_0 &= \frac{3}{2} \frac{\alpha GM}{\beta^2(\alpha^2 - \beta^2)} [E(k) - (1 - k^2)F(k)], \\ k^2 &= 1 - \beta^2/\alpha^2, \quad \alpha > \beta, \quad M = \frac{2\pi}{3} \sigma_0 \alpha \beta, \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} E(k) &= \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} d\varphi, \\ F(k) &= \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{-1/2} d\varphi. \end{aligned}$$

а) *Эллиптические диски в однородном гало эллипсоидальной формы.* Если диск погружен в однородное гало эллипсоидальной формы, так что центр диска совпадает с центром эллипсоида, а оси эллипса совпадают с двумя из главных осей эллипсоида, то помимо собственного гравитационного поля с потенциалом (1.2) на диск действует сила притяжения гало с потенциалом

$$\Phi_h = h_x x^2 + h_y y^2 + h_z z^2. \quad (1.4)$$

Будем, кроме того, считать, что диск вращается с угловой скоростью Ω . Если гало является сферическим или сфероидальным, так что $h_x = h_y$, то в стационарном состоянии скорость вращения гало Ω_h может отличаться от Ω . Везде учитывается только гравитационное воздействие гало на диск. Таким образом, равновесное состояние эллиптического диска при наличии гало определяется следующими параметрами:

$$\begin{aligned} \alpha, \beta, M, h_x, h_y, \Omega, \\ \Omega^2 < 2(\alpha_0 + h_x), \quad \Omega^2 < 2(b_0 + h_y). \end{aligned} \quad (1.5)$$

б) *Эллиптические диски в паре.* Пусть эллиптическая галактика массы M находится в паре с другой галактикой массы M_1 . Расстояние между центрами галактик r_{12} считается много большим, чем размеры каждой из них. В стационарном состоянии галактики вращаются вокруг общего центра тяжести с угловой скоростью

$$\Omega = \left[\frac{G(M + M_2)}{r_{12}^3} \right]^{1/2}. \quad (1.6)$$

При этом скорость собственного вращения совпадает с орбитальной (см. рис. 1). Вторая галактика с массой M_2 представлена в виде точки. В приближении приливных сил детали ее строения не влияют на галактику M . Расстояния от общего центра масс до центра каждой из галактик (см. рис. 1) связаны с массами соотношениями:

$$\frac{r_1}{r_{12}} = \frac{M_2}{M + M_2}, \quad \frac{r_2}{r_{12}} = \frac{M}{M + M_2}, \quad r_{12} = r_1 + r_2. \quad (1.7)$$

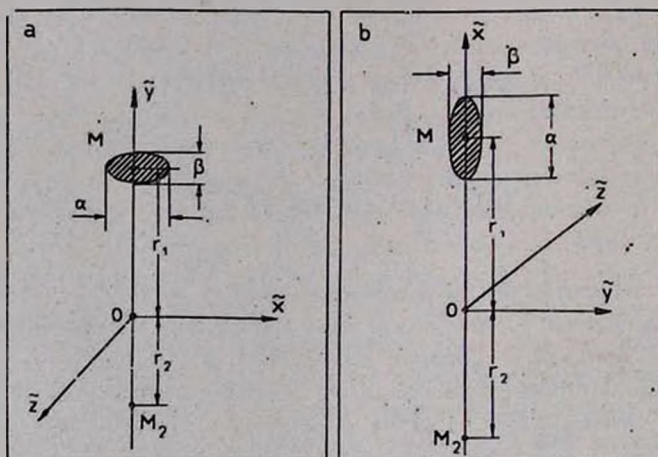


Рис. 1. Возможные стационарные состояния дисковой галактики в двойной системе при учете влияния второй галактики в приливном приближении.

С учетом приливной силы, суммарный потенциал диска Φ_0 имеет вид [8]:

$$\Phi_0 = ax^2 + by^2, \quad \vec{F} = \nabla \Phi_0. \quad (1.8)$$

Для случая рис. 1а (сжатый диск) имеем

$$a = a_0 + \frac{1}{2} \frac{GM_2}{r_{12}^3}, \quad b = b_0 - \frac{GM_2}{r_{12}^3}, \quad (1.9)$$

а для случая рис. 1б (вытянутый диск) имеем:

$$a = a_0 - \frac{GM_2}{r_{12}^3}, \quad b = b_0 + \frac{1}{2} \frac{GM_2}{r_{12}^3}. \quad (1.10)$$

В двойной системе равновесие диска определяется параметрами:

$$\alpha, \beta, M, M_2, r_{12} \quad (1.11)$$

2. *Кинетическое уравнение и его решение.* Во вращающейся системе координат кинетическое уравнение для КГП моделей диска имеет вид

$$\begin{aligned} v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \frac{\partial f}{\partial y} + (\Omega^2 x + 2\Omega v_y - 2ax) \frac{\partial f}{\partial v_x} + \\ + (\Omega^2 y - 2\Omega v_x - 2by) \frac{\partial f}{\partial v_y} = 0. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Величины a и b при наличии однородного гало равны

$$a = a_0 + h_x, \quad b = b_0 + h_y. \quad (2.2)$$

Равновесная функция распределения зависит от интегралов движения и должна приводить к распределению поверхностной плотности (1.1). Интегралы движения удовлетворяют уравнениям характеристик (2.1) и, согласно [6], могут быть записаны в виде:

$$E = \frac{1}{2} (v_x^2 + v_y^2) + ax^2 + by^2 - \frac{\Omega^2}{2} (x^2 + y^2), \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} T = (a - b) [-(\Omega^2 - 2a)x^2 + (\Omega^2 - 2b)y^2] + [4\Omega^2 - (a - b)]v_y^2 + \\ + [4\Omega^2 + (a - b)]v_x^2 + 4\Omega [(\Omega^2 - 2a)v_y x - (\Omega^2 - 2b)v_x y]. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Согласно [4] рассмотрим комбинацию интегралов E и T :

$$2d_1 E + d_2 T = A \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\beta^2} \right) + \lambda_1 (v_x + \lambda_1 y)^2 + \lambda_2 (v_y - \lambda_2 x)^2. \quad (2.5)$$

В соответствии с [6], выбираем A в виде

$$A = d_1^2 + 4\Omega^2 d_1 d_2 - d_2^2 [4\Omega^2 (a + b - \Omega^2) + (a - b)^2]. \quad (2.6)$$

Тогда решение для эллиптического диска записывается в виде [6, 8]:

$$\begin{aligned} f = \frac{\sigma_0 a \beta}{2\pi \sqrt{A}} \sqrt{(2a - \Omega^2)(2b - \Omega^2)} (A - 2d_1 E - d_2 T)^{-1/2} = \\ = \frac{\sigma_0 a \beta}{2\pi \sqrt{A}} \sqrt{(2a - \Omega^2)(2b - \Omega^2)} \left[A \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2} \right) - \right. \\ \left. - (2b - \Omega^2) \beta^2 \left(v_x + \frac{2\Omega d_2}{\beta^2} y \right)^2 - (2a - \Omega^2) a^2 \left(v_y - \frac{2\Omega d_2}{a^2} x \right)^2 \right]^{-1/2}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Функция $f = 0$, когда выражение под корнем отрицательно. Здесь

$$d_2 = - \frac{a^2 (2a - \Omega^2) - \beta^2 (2b - \Omega^2)}{2(a - b)}, \quad (2.8)$$

$$A = (2a - \Omega^2)(2b - \Omega^2) \left\{ \alpha^2 \beta^2 - \Omega^2 \frac{a^2 - \beta^2}{(a - b)^2} [\alpha^2(2a - \Omega^2) - \beta^2(2b - \Omega^2)] \right\}.$$

Очевидно, что решение (2.7) имеет физический смысл только при $A > 0$.

3. *Предельные и изотропное решения.* В пределе $A = 0$ общее решение (2.7) неприменимо, и такие случаи рассматриваются отдельно. Обращение в нуль величины A происходит при обращении в нуль одного из сомножителей. Если $\Omega^2 = 2a$ или $\Omega^2 = 2b$, то по одной из осей центробежная сила уравнивает гравитационную и получается уравновешенный диск. Если обращается в нуль выражение в фигурных скобках из (2.8), то в каждой точке диска скорость определяется однозначно и получается пылевой диск с траекториями звезд в виде подобных эллипсов. Если $a = b$ и $\Omega^2 = 2a = 2b$, такой диск может быть пылевым, являясь уравновешенным по обоим осям.

а) *Пылевые диски.* Если $A = 0$, но $\Omega^2 < (2a, 2b)$, то

$$\alpha^2 \beta^2 (a - b)^2 - \Omega^2 (\alpha^2 - \beta^2) [\alpha^2(2a - \Omega^2) - \beta^2(2b - \Omega^2)] = 0, \quad (3.1)$$

$$\Omega^2 = \frac{a\alpha^2 - b\beta^2}{\alpha^2 - \beta^2} \pm \sqrt{\frac{a^2\alpha^2 - \beta^2b^2}{\alpha^2 - \beta^2}}, \quad d_2 = -\frac{a - b}{\alpha^2 - \beta^2} \frac{\alpha^2\beta^2}{2\Omega^2}.$$

При этом функция распределения имеет вид

$$f = \frac{2\sigma_0\alpha\beta}{\pi} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2}} \sqrt{(2a - \Omega^2)(2b - \Omega^2)} \times$$

$$\times \delta \left[(2b - \Omega^2)\beta^2 \left(v_x + \frac{2\Omega d_2}{\beta^2} y \right)^2 + (2a - \Omega^2)\alpha^2 \left(v_y - \frac{2\Omega d_2 x}{\alpha^2} \right)^2 \right], \quad (3.2)$$

$$\int_0^\infty \delta(x) dx = 1/2.$$

В одиночном диске, согласно (1.3), имеет место $a_0\alpha < b_0\beta$. Решение (3.2) для одиночного диска не существует, хотя и имеется тривиальное решение для пылевого кругового диска с $\Omega^2 = 2a_0 = 2b_0$, одновременно являющегося и уравновешенным [4, 7]:

$$f = \sigma_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2}} \delta(v_y + 2\Omega x) \delta(v_x - 2\Omega y). \quad (3.3)$$

При наличии сфероидального гало с $h_x \approx h_y = h$ пылевое решение типа (3.1)–(3.2) появляется при $h = a_0/2$, $\Omega^2 = (3/4)\alpha_0$. При этом использована формула разложения эллиптических интегралов [11]. При $h > a_0/2$ пылевое решение для кругового диска имеет место при

$$\Omega^2 = h + \frac{a_0}{4} \pm \sqrt{\left(h + \frac{a_0}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} a_0^2}. \quad (3.4)$$

В двойных системах пылевые решения существуют только для сжатых дисков (рис. 1а), у которых a увеличивается, а b уменьшается по сравнению с одиночными. В пределе кругового диска $k^2 \rightarrow 0$ и далекой пары $GM_2/r_{12}^3 \rightarrow 0$ получаем связь между k^2 и $GM_2/r_{12}^3 a_0$ в пылевом сжатом диске:

$$k^2 = 2 \frac{GM_2}{r_{12}^3 a_0} \left(1 \pm \frac{4}{3} \sqrt{2 \frac{GM_2}{r_{12}^3 a_0} \left(1 + \frac{M}{M_2}\right)}\right). \quad (3.5)$$

При этом в пределе получается решение

$$f = \frac{2\sigma_0}{\pi} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2}} \delta[(v_x \pm \sqrt{2a_0} y)^2 + (v_y \mp \sqrt{2a_0} x)^2]. \quad (3.6)$$

Если двигаться в точку с $k=0$, $GM_2/r_{12}^3=0$ не по линии пылевых решений, а вдоль серии одиночных дисков с $\Omega = 0$, то из (2.7) получим решение

$$f = \frac{\sigma_0}{2\pi a \sqrt{2a_0}} \left[2a_0 a^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right) - v_x^2 - v_y^2 \right]^{-1/2}. \quad (3.7)$$

В пылевых дисках звезды движутся по подобным сжатым эллипсам. Замкнутые орбиты тел, вращающихся вокруг одной из звезд в паре, оказываются сжатыми и в модели Роша, когда вместо диска с распределением (1.1) вся масса сконцентрирована в центре [9]. Видимо, это свойство сохраняется и для дисков с произвольным распределением поверхностной плотности, если они оказываются пылевыми в двойной системе. В противоположность этому звезда в двойной системе вытягивается по направлению к компаньону в паре. Тем же свойством, как будет показано ниже, обладает и бесстолкновительная система, которая описывается изотропной функцией распределения.

В двойной системе данным параметрам пары соответствуют два пылевых диска с разной сплюснутостью. Эти диски отличаются направлением вращения звезд. При $k^2 \rightarrow 0$ из (3.5) получаем для d_2 из (3.1)

$$d_2 \Omega = \pm a^2 \left(\frac{a_0}{2}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{GM}{r_{12}^3 a_0}\right). \quad (3.8)$$

6) Уравновешенные диски. Уравновешенные решения существуют для одиночных дисков, дисков в гало и в парах. Решения для одиночных дисков получены в [6]. Центробежная сила уравновешивает гравитацию по большей оси эллипса. Это свойство сохраняется для диска в сфероид-

дальном гало и для вытянутого диска в паре, для которых всегда $a < b$. Для сжатого диска в паре в зависимости от сочетания параметров возможны как случай $\Omega^2 = 2a < 2b$, так и противоположные ему $\Omega^2 = 2b < 2a$. При наличии эллипсоидального гало также возможны оба варианта в зависимости от соотношения параметров гало и диска.

Интегралы движения для случая $\Omega^2 = 2a$ имеет вид [6]:

$$E = \frac{1}{2} (v_x^2 + v_y^2) + (b-a)y^2, \quad (3.9)$$

$$I_1 = v_x - 2\Omega y, \quad I_2 = x + \frac{\Omega v_y}{3a + b}.$$

При этом интеграл I_2 получен при равном нулю интеграле I_1 . Равновесная функция распределения для КГП диска с плотностью (1.1) имеет вид:

$$f = \frac{\sigma_0 a \delta(I_1)}{2 \sqrt{2} \beta [(3a + b) \alpha^2 - 4a\beta^2]^{1/2}} \theta \left[1 - \frac{E}{\beta^2 (3a + b)} - \frac{(3a + b) I_2^2}{(3a + b) \alpha^2 - 4a\beta^2} \right] = \frac{\sigma_0 \alpha}{2 \sqrt{2} \beta} \frac{\delta(v_x - 2\Omega y)}{[(3a + b) \alpha^2 - 4a\beta^2]^{1/2}} \times \quad (3.10)$$

$$\times \theta \left\{ 2 \frac{\beta^2}{\alpha^2} \left(1 - \frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} \right) [(3a + b) \alpha^2 - 4a\beta^2] - \left(v_y + \frac{2\Omega \beta^2}{\alpha^2} x \right)^2 \right\}.$$

Здесь

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \geq 0 \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases} \quad (3.11)$$

Если в сжатом диске $\Omega^2 = 2b < 2a$, то равновесная функция распределения имеет вид:

$$f = \frac{\sigma_0 \beta \delta(v_y + 2\Omega x)}{2 \sqrt{2} \alpha [(3b + a) \beta^2 - 4b\alpha^2]^{1/2}} \theta \left[2 \frac{\alpha^2}{\beta^2} \left(1 - \frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} \right) \times \right. \quad (3.12)$$

$$\left. \times [(3b + a) \beta^2 - 4b\alpha^2] - \left(v_x - \frac{2\Omega \alpha^2}{\beta^2} y \right)^2 \right].$$

Для существования решений (3.10) и (3.12) необходимо выполнение, соответственно, условий:

$$(3a + b) \alpha^2 - 4a\beta^2 > 0 \quad \text{и} \quad (3b + a) \beta^2 - 4b\alpha^2 > 0. \quad (3.13)$$

Отметим, что равенство $(3b + a) \beta^2 - 4b\alpha^2 = 0$ в сочетании с условием $\Omega^2 = 2b < 2a$ приводит к выполнению соотношения (3.1) для пылевого диска, т. е. уравновешенный диск одновременно является пылевым. Функции (3.2) и (3.12) сводятся к

$$f = \sigma_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2}} \delta(v_x + 2\Omega x) \delta\left(v_x - 2\Omega \frac{a^2}{\beta^2} y\right). \quad (3.14)$$

Это решение характеризуется соотношением между параметрами

$$a = \left(4 \frac{a^2}{\beta^2} - 3\right)b, \quad d_2 = -a^2. \quad (3.15)$$

При $a > b$ и нарушении второго условия (3.13) решения для сжатых уравновешенных дисков не существуют.

При $\Omega^2 = 2a = 2b$ получается дважды уравновешенный диск. В этом случае выполняется только первое неравенство (3.13) и справедливо решение (3.10). Соотношения (3.1) для пылевого диска также удовлетворяются и имеет место другое решение:

$$f = \frac{2\sigma_0}{\pi} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2}} \delta(v_x^2 + v_y^2), \quad (3.16)$$

которое является одновременно изотропным. Таким образом, решение для дважды уравновешенного диска, так же, как для кругового невращающегося, является неоднозначным при заданных параметрах (1.13).

в) *Изотропные диски.* Если в общем решении (2.7) величина $d_2 = 0$, то, согласно (2.5), решение зависит только от интеграла энергии и называется изотропным. При этом средние квадраты хаотических скоростей звезд одинаковы по обеим осям. Имеем [6]:

$$f = \frac{\sigma_0}{2\pi \sqrt{2}} \frac{(a^2 - \beta^2)^{1/2}}{a\beta(b-a)^{1/2}} \left[2a^2\beta^2 \frac{b-a}{a^2 - \beta^2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2}\right) - v_x^2 - v_y^2 \right]^{-1/2} \quad (3.17)$$

Из (3.17) следует, что существование изотропного решения возможно только в условиях $b > a$. При наличии сфероида гало угловая скорость вращения Ω_i изотропного диска определяется соотношением

$$\Omega_i^2 = 2h + 2 \frac{a_0 a^2 - b_0 \beta^2}{a^3 - \beta^3}. \quad (3.18)$$

Для вытянутых дисков в паре изотропное решение имеет место при

$$\frac{GM_2}{r_{12}^3} = 2a_0 \left(1 - \frac{\beta^2 b_0}{a^2 a_0}\right) \left(3 + \frac{M}{M_2} - \frac{\beta^2 M}{a^2 M_2}\right)^{-1}. \quad (3.19)$$

Это решение существует при всех β/a . Для сжатых дисков в парах изотропное решение имеет место при

$$\frac{GM_2}{r_{12}^3} = 2a_0 \left(1 - \frac{\beta^2 b_0}{a^2 a_0}\right) \left| \frac{M}{M_2} - \frac{\beta^2}{a^2} \left(3 + \frac{M}{M_2}\right) \right|^{-1}. \quad (3.20)$$

При малых k^2 в сжатом диске $b < a$, поэтому изотропные решения появляются в точке $b = a$. С учетом (1.11) и (3.20) получаем, что изотропные решения появляются при

$$\frac{b_0}{a_0} = 3 \frac{M_2}{M} + 1, \quad \frac{GM_2}{r_{12}^3} = 2 \frac{M_2}{M} a_0, \quad a = b = a_0 \left(1 + \frac{M_2}{M} \right), \quad \Omega^2 = 2a = 2b. \quad (3.21)$$

Отсутствие изотропных решений в окрестности круговых дисков для сжатого случая и наличие таковых для вытянутого показывает, что в результате действия приливных сил изотропные диски вытягиваются по направлению к компаньону, так же, как и звезды.

4. *Области существования решений для КГП дисков.* Решение для КГП диска при наличии сфероида гало или в паре определяется пятью параметрами (1.5) или (1.11). Для построения областей существования этих решений удобно перейти к безразмерным параметрам, число которых сокращается до трех:

$$l = \beta/a \text{ (или } k = \sqrt{1-l^2}), \quad \theta = \Omega^2/a_0, \quad \chi = h/a_0 \text{ для гало,} \quad (4.1)$$

$$l, f = \frac{GM_2}{r_{12}^3 a_0} \text{ и } m = \frac{M}{M_2} \text{ для пары.} \quad (4.2)$$

Введем также величину $B_0 = b_0/a_0$, которая однозначно связана с l . Условие $A > 0$ выполняется для неврашающихся дисков: одиночных, с гало и в парах. Для одиночных и вытянутых дисков в парах угловая скорость имеет предельное значение $\Omega^2 = 2a$. Для одиночного диска решение существует в прямоугольнике на плоскости (l, f) :

$$0 \leq l \leq 1, \quad 0 \leq \Omega^2 \leq 2a_0, \quad 0 \leq \theta \leq 2. \quad (4.3)$$

Для вытянутых дисков в парах для каждого значения m решение существует в прямоугольнике:

$$0 \leq l \leq 1, \quad 0 \leq f \leq \frac{2}{3+m}. \quad (4.4)$$

Для дисков в сфероида гало с ростом скорости вращения (параметра θ) возможно появление как уравновешенного, так и пылевого решения. При $\chi < 1/2$ пылевых решений нет, и на плоскости (l, θ) решение лежит в прямоугольнике $0 \leq l \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2(1+\chi)$. При $\chi > 1/2$ область существования КГП дисков приведена на рис. 2 на плоскости (l, θ) для значений $\chi = 1; 3$ и 10 . Кривая arb является линией пылевых решений и удовлетворяет уравнению (3.1), записанному в безразмерных переменных. Кривая пылевых решений вырезает на пло-

скости (l, θ) область, где решения отсутствуют. Чем больше λ , тем больше относительный размер этой области (см. рис. 2 а, в, с). При больших λ (большая масса гало) решение для КГП диска существует в узких полосах вблизи линий $\Omega^2 = \theta = 0$ и $\theta = 2(1 + h)$, ($\Omega^2 = 2a$), а также для сильно сплюснутых дисков (см. рис. 2с). На рис. 2 нанесена также кривая cd , соответствующая изотропным решениям (3.18). Отметим, что в случае сфероидального гало КГП решения (2.7) везде однозначно определяются заданием параметров (1.5).

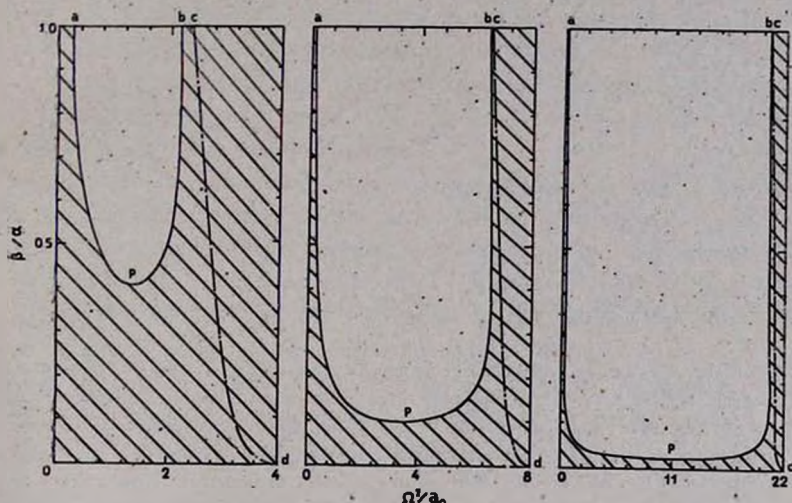


Рис. 2. Области существования КГП решений для дисков, окруженных сфероидальным гало (заштрихованы). Кривая arb соответствует пылевым решениям, штрихпунктирная кривая cd соответствует изотропным дискам. На рис. 2а, в, с, соответственно $\lambda=1, 3, 10$.

Области существования КГП решений сжатых дисков в парах представлены на рис. 3 на плоскости (l, f) для значений $m = 0.1; 1; 10$. Для таких дисков всегда существуют пылевые решения, которые выходят из точки $f = 0, l = 1$ по асимптотическому закону (3.5). Кривые cb и cd на рис. 3 соответствуют пылевым решениям и построены по формулам (3.1). На кривой ad имеет место равенство $\Omega^2 = 2b$, что соответствует соотношению

$$f = \frac{2B_0}{3+m}. \quad (4.5)$$

В точке b пылевое решение (3.2) пересекается с уравновешенным (3.10). В этой точке имеют место соотношения (3.15). Решение (3.14) в точке b однозначно. В точке d , где имеет место $\Omega^2 = 2a = 2b$, происходит слияние трех решений: пылевого (3.2), уравновешенного (3.10) и изотропного

(3.17). Для сильно сплюснутых дисков достигается предельное вращение $\Omega^2 = 2a$ в точке

$$f \approx 2/m. \quad (4.6)$$

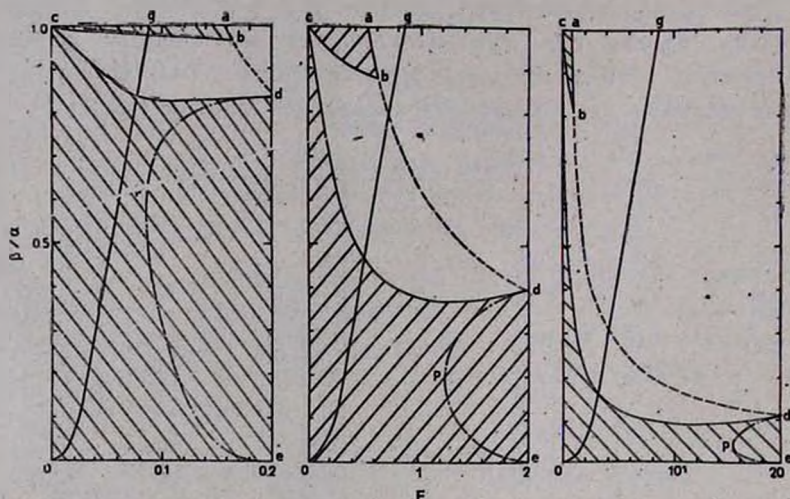


Рис. 3. Области существования КГП решений для сжатого звездного диска в паре (заштрихованы). Кривые cb и cd соответствуют пылевым дискам, кривая ab соответствует уравновешенным дискам с $\Omega^2 = 2b$, а на прямой de имеет место $\Omega^2 = 2a$. Штрих-пунктирная кривая dre соответствует изотропным дискам. На штриховой кривой формально $\Omega^2 = 2b$, но $A < 0$ и решения не существуют. Кривая go отделяет физически допустимые решения, для которых выполняется условие применимости приливного приближения (слева от кривой) от физически нереальных с $\alpha > r_{12}$ (справа от кривой). На рис. 3а, б, с, соответственно, $m = 10, 1, 0.1$.

Формально КГП решение для дисков существует при выполнении условий $A > 0$, $\Omega^2 < (2a, 2b)$. Однако существует еще физическое требование выполнения условий применимости приливного приближения (см. (4.2) и (1.3))

$$\alpha \ll r_{12}, \quad \frac{3}{2} m f \frac{F(k) - E(k)}{1 - k^2} = \left(\frac{\alpha}{r_{12}} \right)^3 \ll 1, \quad (4.7)$$

которое ограничивает область существования реалистических решений. На кривой go на рис. 3 имеет место $\alpha = r_{12}$, поэтому имеют смысл только решения, расположенные слева от этой кривой.

5. Оценка верхнего предела отношения масс галактик в парах. При рассмотрении карликовых галактик в приливном поле гигантских имеет место существенное различие в областях существования решений для сжатых и вытянутых дисков. Сравнивая (4.5) и (4.6) для малых m видно, что

величина f для сжатых дисков формально может быть в $3/m$ раз больше, чем для вытянутых. При выполнении условий (4.7) различие уменьшается. Например, для $m = 0.1$ сжатый диск может располагаться на расстоянии от компаньона в 4 раза меньшем, чем вытянутый (см. рис. 3b). Таким образом, галактика в форме сжатого диска или сжатой трехмерной фигуры равновесия может существовать на таких близких расстояниях от гигантской галактики, где вытянутые галактики были бы разорваны приливными силами. Причина этого очевидна: в вытянутых дисках приливная сила, наряду с центробежной, стремится разорвать галактику вдоль большой оси, а в сжатом диске приливная сила сжимает галактику вдоль этой оси, где сила гравитации минимальна, и компенсирует часть центробежной силы, позволяя существование карликовых галактик в непосредственной близости от гигантской. С ростом f увеличивается сплюснутость допустимых к существованию галактик.

Отражение этой закономерности должно проявиться в том, что карликовые галактики вблизи гигантских должны быть видны на фотографиях в виде сжатых дисков. Это видно, например, на форме спутников галактики NGC 4435 на рис. 5 работы [10]. Данное свойство сохраняется и для эллиптических галактик, которые в поле мощных приливных сил должны существовать в виде только сжатых сфероидов.

Если из наблюдений известны геометрические параметры пары гигантская галактика M_2 — карликовая M в виде сжатого диска:

$$l = \beta/2 \quad \text{и} \quad a/r_{12}, \quad (5.1)$$

то, задаваясь КГП моделью диска, из условия ее существования можно оценить верхний предел отношения масс M_2/M . Согласно (4.7)

$$mf = \frac{2}{3} \left(\frac{a}{r_{12}} \right)^3 \left| \frac{F(k) - E(k)}{1 - l^2} \right|^{-1}. \quad (5.2)$$

При данных l и a/r_{12} правая часть известна и находим mf . Принимая грубо для NGC 4435 и ее спутника сверху $l = 0.25$; $a/r_{12} = 0.4$, получим $mf = 2.5 \cdot 10^{-2}$. Для малых m предельным решением при $l = 0.25$ является пылевой диск. При данном l вторая связь f и m для пылевого диска находится из (3.1). Эта связь не выражается аналитически, поэтому мы примем приближенно (см. рис. 3b), что для пылевого диска величина f составляет ~ 0.3 от f уравновешенного диска из (4.5). Тогда $f \approx 0.6 B_0 / (3 + m) \approx 0.2 B_0 = 1.77$, учитывая $B_0 = 8.85$ при $l = 0.25$ и $m \ll 1$. Окончательно получаем верхний предел для отношения масс этой системы $M_2/M \lesssim 77$.

ELLIPTICAL STELLAR DISKS: EQUILIBRIUM SOLUTIONS IN THE PRESENCE OF HALO AND IN BINARY SYSTEMS

G. S. BISNOVATYI-KOGAN

The properties of the equilibrium solutions for the elliptical stellar disks with quadratic gravitational potential are investigated when the disks are in the field of the tidal forces of the companion galaxy or in the uniform spheroidal halo. The regions of the existence of these solutions are found. It is shown that these regions are restricted either by the balanced disks, where the centrifugal force balance the gravitation along one of the axis, or by the cold dust disks, where the dispersion of the velocities of the stars in each point is absent. The disks in binary systems may be elongated along the axis, connecting the centers of the galaxies, or compressed along this axis. The solutions for the cold dust disk are possible only for the compressed disks. It is shown that the dwarf galaxies in the field of the tidal forces of the giant galaxy in the compressed form may be situated much closer to the companion than in the elongated form. This is explained by the greater resistance to tearing for the compressed galaxies. The approximate method is given for the estimation of the upper limit of the ratio of the masses of the galaxies in pairs using their relative geometrical parameters.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Чандрасекар, Эллипсоидальные фигуры равновесия, Мир, М., 1973.
2. R. S. Freeman, M. N. RAS, 133, 47, 1966.
3. R. S. Freeman, M. N. RAS, 134, 1, 1966.
4. R. S. Freeman, M. N. RAS, 134, 15, 1966.
5. Г. С. Бисноватый-Коган, Я. Б. Зельдович, *Астрофизика*, 6, 387, 1970.
6. Г. С. Бисноватый-Коган, Я. Б. Зельдович, в сб. «Динамика и эволюция звездных систем», ВАГО ГАО, М.—Л., 1975, стр. 138.
7. C. Hunter, M. N. RAS, 166, 633, 1974.
8. G. S. Bisnovatyi-Kogan, M. N. RAS, 174, 203, 1976.
9. B. Pacynski, *Ap. J.*, 216, 822, 1977.
10. J. Kormendy, J. Bahcall, *A. J.*, 79, 671, 1974.
11. Н. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Физматгиз, М., 1962.