АСТРОФИЗИКА

ТОМ 18 МАЙ, 1982 ВЫПУСК 2

УДК 524.8.882

ПРЕДЕЛЬНО-ЖЕСТКАЯ ВСЕЛЕННАЯ И СПЕКТР МАСС ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР

Н. А. ЗАБОТИН, П. Д. НАСЕЛЬСКИЙ

Поступила 27 января 1981

Принята к печати 18 марта 1982

В работе рассчитан спектр масс первичных черных дыр (ПЧД), формирующихся во Вселенной с предельно-жестким уравнением состояния материи, с учетом влияния мелкомасштабных неоднородностей на динамику развития крупномасштабных возмущений. Основным объектом рассмотрения является поле начальных отклонений плотности $\delta(x, y, z)$, характеризуемых нормальным законом распределения и дисперсией $\sigma \sim M^{-n}$. Показано, что при «плоском» спектре начальных возмущений метрики функция распределения ПЧД по массам обладает ярко выраженным максимумом. Оценивается влияние аккрецирующей материи на спектр масс образующихся объектов. Отмечается, что диссипация мелкомасштабных возмущений не меняет качественных и количественных выводов работы.

1. *Введение.* Возникновение структуры в расширяющейся Вселенной связывается обычно с эволюцией первичных неоднородностей, наложенных на фридмановское расширение мира. В простейшем варианте, когда в спектре возмущений отсутствуют вихревые и энтропийные моды, коллапс адиабатических неоднородностей может приводить к образованию первичных черных дыр (ПЧД) [1, 2]. Сам факт обособления возмущенной области в черную дыру означает наличие значительного отклонения метрики пространства-времени от фридмановской. Однако не исключено, что вблизи сингулярности существовал «хаос» первичных возмущений, обладающих нормальным законом распределения с дисперсией $\sigma^2 \ll 1$. В этом случае отклонение плотности $\rho(\vec{r}, t)$ в любой пространственно-временной точке от средней $\rho_0(t)$ является мерой адиабатических неоднородностей и, в силу их случайного характера, существует отличная от нуля вероятность появления значительного ($\delta > 1$) выброса поля $\delta(\vec{r}, t) = \dfrac{\rho(\vec{r}, t) - \rho_0(t)}{\rho_0(t)}$. К сожалению, в настоящее время отсутствуют определенные представления о природе возникновения начальных воз-

мущений, поэтому нормальность случайного поля флуктуаций плотности и их спектр $g(k) = b_0 k^m$ ($b_0 = \mathrm{const}$) мы рассматриваем как одно из начальных условий расширения мира. Возможно, что анализ поведения Вселенной вблизи экстремальных планковских параметров $\rho_g \sim 5 \cdot 10^{93}$ г/см^3 и $t_g \sim 5 \cdot 10^{-44}$ с позволит придать этой гипотезе более аргументированный характер (см., например, [3]).

Задание спектра возмущений $g(k)$ и критерия образования отдельной черной дыры, на котором мы подробнее остановимся в разделе 2, позволяет рассчитать число высокоамплитудных выбросов в единице пространственного объема, эволюционирующих в черные дыры в диапазоне масс $M \div M + dM$. При этом характеристики спектра начальных возмущений (b_0, m) определяют спектр масс ПЧД и могут быть ограничены из анализа наблюдательных следствий существования последних.

Отметим, что впервые вопрос о связи функции распределения первичных черных дыр с параметрами спектра начальных неоднородностей был сформулирован Карром [4], а количественный аспект проблемы был рассмотрен в [5]. Как следует из [4], в моделях ранней Вселенной с уравнением состояния материи $P = \gamma \rho c^2$ $(0 < \gamma < 1)$, отличающимся от предельно-жесткого $(\gamma = 1)$, плотность «газа» первичных черных дыр практически не изменяется под влиянием аккреции окружающего вещества. Для того, чтобы динамическая роль ПЧД в том или ином диапазоне спектра масс была сколь-нибудь существенна в температурной истории ранней Вселенной, дисперсия поля начальных возмущений должна быть тем больше, чем выше упругость среды в период формирования ПЧД. При ультрарелятивистском уравнении состояния материи $(\gamma = 1/3)$ амплитуда «плоского» спектра возмущений метрики $|h| \sim 3 \cdot 10^{-2}$ уже достаточна, чтобы инициировать образование ПЧД с $M \sim 10^9 \div 10^{15}$ г, влияющих на первичный химсостав [6, 7], кинетику рекомбинации водорода [8] и ряд других важных этапов эволюции горячей Вселенной.

Однако описание поведения материи вблизи космологической сингулярности представляет известную проблему, поэтому $\gamma = 1/3$ является не более чем промежуточной асимптотикой по отношению к «пылевой» и «предельно-жесткой» моделям.

В настоящей работе мы ограничимся анализом механизмов образования первичных черных дыр в «предельно-жесткой» Вселенной, интересуясь характером их распределения по массам и связью с параметрами спектра начальных адиабатических возмущений. В такой постановке настоящая работа является естественным продолжением исследований, начатых в [5].

Как будет показано ниже, эволюцию потенциальных возмущений в «предельно-жесткой» Вселенной и процесс образования первичных черных дыр нельзя рассматривать независимым образом. Присутствие в спектре неоднородностей мелкомасштабных некоррелированных гармоник может оказывать стабилизирующее влияние на динамику развития крупномасштабных возмущений вследствие перенормировки упругости среды. Конкретный расчет этого эффекта показывает, что независимо от типа возмущений (потенциальные, вихревые или тензорные моды по классификации Лифшица), их уравнение состояния соответствует ультрарелятивистскому пределу $P_k = (1/3)\, W_k$ [9]. В этом случае смесь материи и «турбулентности» характеризуется меньшей, чем $P = \rho c^2$ упругостью. Отметим, что эффективное смягчение уравнения состояния материи в присутствии коротковолновых возмущений приводит не только к более обильному образованию ПЧД, но и определенным образом видоизменяет режим аккреции окружающего вещества на формирующиеся черные дыры [10]. В отличие от обсуждаемого в литературе режима катастрофической аккреции в «предельно-жесткой» Вселенной [11, 12], в рассматриваемой модели она приводит хотя и к значительному, но не катастрофическому росту массы черной дыры.

Любопытной особенностью рассматриваемой модели является наличие ярко выраженного максимума функции распределения ПЧД при плоском спектре начальных возмущений метрики. Его появление связано с перестройкой модели от предельно-жесткого динамического режима расширения к ультрарелятивистскому, определяемому плотностью энергии и давлением коротковолновых возмущений или продуктов их диссипации. Масса вещества в размере горизонта в этот момент является тем характерным параметром, начиная с которого спектр ПЧД степенным образом убывает в область больших масс.

2. *Критерий образования первичных черных дыр в «предельно-жесткой» Вселенной.* Рассмотрим фридмановскую модель «предельно-жесткой» Вселенной с потенциальными движениями вещества, определяющими в каждой пространственно-временной точке превышение локальной плотности над средней $\delta(\vec{r}, t) = (\rho(\vec{r}, t) - \rho_0(t))/\rho_0(t)$, где $\delta(\vec{r}, t)$ представляет собой нормальное поле возмущений. Предположим, что в момент времени t_0 задан пространственный спектр неоднородностей

$$g(k) = \begin{cases} b_0 k^m & \text{при} \quad k \leq R_0^{-1} \\ 0 & \text{при} \quad k > R_0^{-1}, \end{cases} \tag{1}$$

где b_0 — амплитуда спектра (const); $R_0 = ct_0$.

В процессе расширения Вселенной минимальный масштаб, соответствующий $k_{max} = R_0^{-1}$, уходит под горизонт частиц и возмущения с $k = k_{max}$ при $t > t_0$ проявляют себя как мелкомасштабная рябь на фоне сглаженных характеристик материи и гравитационого поля.

При показателе спектра (1) $m > 1$ основное энергосодержание приходится на возмущения минимальной длины k_{max}^{-1}, поэтому влияние этой гармоники на темп расширения Вселенной и эволюцию крупномасштабных ($k \ll k_{max}$) мод будет определяющим.

Наличие у коротковолновых возбуждений плотности кинетической энергии $W_k = \rho_0 \langle v^2 \rangle$ и давления $P_k = (1/3)\, W_k$ приводит к перенормировке эффективной скорости звука в смеси предельно-жесткой материи и возмущений [10]:

$$u^2_{эф} = \frac{dP_{эф}}{d\rho_{эф}} = c^2 \frac{1 + \frac{2}{27}\xi \frac{a^2}{a_0^2}}{1 + \frac{2}{9}\xi \frac{a^2}{a_0^2}}, \tag{2}$$

где $\rho_{эф} = \rho_0 + W_k/c^2$, $P_{эф} = P_0 + (1/3)\, W_k$, $\xi = W_k(t_0)/\rho_0 c^2 \ll 1$, $a_0 = a(t_0)$, a — масштабный фактор фридмановской модели. Отметим, что при $\xi(a^2/a_0^2) \sim 1$ нарушается приближение малости амплитуды возмущений $\Delta\rho/\rho < 1$, соответствующих минимальному масштабу k_{max}^{-1}. Это обстоятельство имеет существенное значение и отсутствие процессов диссипации мелкомасштабных неоднородностей, ограничивая во времени область применимости (2). Однако, если в ранней Вселенной существуют механизмы диссипации коротковолновых возмущений, то образующееся при этом излучение характеризуется ультрарелятивистским уравнением состояния $P_\gamma = (1/3)\rho_\gamma c^2$, вследствие чего (2) приобретает характер точного решения.

Как видно из (2), весь диапазон изменения эффективной скорости звука в смеси материи и возмущений можно разделить на две области. При $\xi(a^2/a_0^2) \ll 1$ плотность энергии W_k является малой добавкой к $\rho_0 c^2$ и в этом случае

$$\frac{u^2_{эф}}{c^2} \simeq 1 - \frac{4}{27}\xi \frac{a^2}{a_0^2}. \tag{3}$$

В противоположном приближении ($\xi(a^2/a_0^2) \gg 1$) смесь характеризуется ультрарелятивистским уравнением состояния $u^2_{эф} = (1/3)\, c^2$, отражающим простой факт доминирования плотности энергии продуктов распада мелкомасштабных гармоник.

Зависимость скорости звука от времени является определяющей особенностью динамики образования первичных черных дыр в модели, состоящей из двух подсистем, $\rho_0 c^2$ и W_k.

Введенное ранее нормальное случайное поле неоднородностей $\delta(\vec{r}, t_0) = \delta(\vec{r})$ содержит в себе полную информацию о распределении материи на ранних фазах расширения Вселенной. Однако при анализе процесса образования первичной черной дыры существенным является глобальное распределение материи в возмущенной области. Поэтому, как и в [5], при рассмотрении этого эффекта мы будем описывать распределение плотности в пространстве усредненной характеристикой

$$f(\vec{x}, R) = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int e^{-\frac{|\vec{r}-\vec{x}|^2}{R^2}} \delta(\vec{r})\, d^3\vec{r}, \tag{4}$$

где: R, $\vec{x}$ — радиус и положение центра сферической области усреднения, а интегрирование формально распространено на все пространство. Быстро спадающая при $|\vec{r} - \vec{x}| > R$ функция $\exp\left[-\left(\frac{\vec{r}-\vec{x}}{R}\right)^2\right]$ введена в (4) с целью устранения влияния случайного положения мелкомасштабных неоднородностей вблизи границы области усреднения на статистические свойства величины $f(\vec{x}, R)$. Подробное обсуждение этой процедуры см. в [5, 14].

Определенная выше функция $f(\vec{x}, R)$ имеет наглядный смысл усредненного контраста плотности $\Delta \equiv \langle \Delta\rho/\rho \rangle$ в объеме радиуса R. Как известно, для однородной сферической области, обладающей превышением плотности над средней, параметр Δ определяет ее последующую эволюцию [4, 15]. Если возмущение таково, что в момент остановки расширения t_c радиус области R_c удовлетворяет условию

$$R_J(t_c) < R_c < ct_c, \tag{5}$$

где R_J — радиус Джинса, то происходит коллапс возмущения в первичную черную дыру [15]. В противном случае неоднородность формирует замкнутый мир или трансформируется в звуковую волну. Момент времени t_c и размеры области, коллапсирующей в черную дыру, зависят от величины Δ, заданной в начальный момент t_0, следующим образом:

$$t_c \simeq t_0 \Delta^{-\frac{3(1+\beta)}{2(1+3\beta)}}; \qquad R_c \simeq R\Delta^{-\frac{1}{1+3\beta}}. \tag{6}$$

Как известно, в «предельно-жесткой» Вселенной радиус Джинса и горизонт частиц совпадают, поэтому для формирования ПЧД необходим весьма специальный выбор начальных условий [11]. Однако учет нелинейных добавок к тензору энергии — импульса материи в присутствии коротковолновых возмущений или продуктов их распада приводит к перенормировке джинсовской длины:

$$R_J(t) = ct\left[1 - \frac{2}{27}\xi\left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3}\right], \quad t \ll t_k \sim t_0\xi^{-3/2}, \tag{7}$$

что влечет за собой следующую модификацию критерия образования ПЧД в указанный период:

$$a(R) = \alpha^2\left(\frac{R}{R_0}\right)^{-2}\left(1 - \frac{2}{27\alpha}\xi\frac{R}{R_0}\right) < \Delta < \alpha^2\left(\frac{R}{R_0}\right)^{-2} = b(R), \tag{8}$$

где α^2 — постоянная порядка единицы. Следует отметить, что условие (6), использованное при получении (8), справедливо, строго говоря, лишь при постоянстве скорости звука в среде. В нашей модели аффективное уравнение состояния смеси материи и возмущений плавно изменяется во времени от $P \simeq \rho c^2$ при $t \ll t_k$ до $P = (1/3)\rho c^2$ при $t \gtrsim t_k$. Однако в рамках применимости рассмотренной выше схемы характерное время изменения уравнения состояния $t_1 \sim [d/dt \ln \gamma]^{-1} \sim t\xi^{-1}(t/t_0)^{-2/3} \gg t$ оказывается много больше космологического, и, следовательно, в (6) можно положить $\gamma = 1$.

Как и в [5], совокупность (5), (8) будет рассматриваться нами как необходимое, но не достаточное условие формирования первичной черной дыры. При этом основным параметром, определяющим эволюцию возмущенной области, является усредненная величина $f = \Delta$, для которой должен выполняться критерий (8), позволяющий связать параметры спектра масс ПЧД со статистическими характеристиками случайного поля $f(\vec{x}, R)$. В моделях с $P \neq \rho c^2$ эта взаимосвязь была подробно исследована в [5], поэтому ниже мы кратко остановимся лишь на особенностях предельно-жестких моделей.

3. *Функция распределения возмущенных областей по радиусам.* Случайное поле $f(\vec{x}, R)$ сохраняет свойства нормальности, однородности и изотропии по пространственным координатам $\vec{x}$, но оно неоднородно по переменной R. Как показано в [5], дисперсия случайной величины f определяется заданием спектра (1) и имеет вид:

$$\sigma_1 = \varepsilon\left(\frac{R}{R_0}\right)^{-n}. \tag{9}$$

Параметры $\varepsilon = \mathrm{const}$ и $n = (m+3)/2$ мы в дальнейшем будем называть амплитудой и показателем спектра возмущений. Введенный ранее параметр ξ выражается через ε следующим образом: $(2/27)\xi = \varphi_0\varepsilon^2$, φ_0 — постоянная порядка единицы. В настоящей работе мы рассматриваем космологическую модель с низким уровнем начальных возмущений, что означает $\varepsilon \ll 1$.

Как показано в [5], при низком уровне начальных неоднородностей ПЧД образуются в областях, содержащих высокоамплитудные сферически симметричные выбросы случайного поля $f(\vec{x}, R)$, центр которых совпадает с точкой максимума $\vec{x}_{max}$ функции $f(\vec{x}, R)$ по пространственным координатам. Профиль такого выброса $f(\vec{x}_{max}, R)$ должен пересекать нижнюю границу $a(R)$ критерия (8). Основное отличие модели с предельно-жестким уравнением состоянием вещества от моделей, рассмотренных в [5], заключается в особом поведении нижней границы $a(R)$ критерия образования ПЧД (8).

В [5] была предложена классификация точек пересечения профиля неоднородности с уровнем $a(R)$. Точка типа А — это радиус, на котором происходит пересечение снизу, то есть выполняется совокупность условий $f = a(R)$, $f'_R > a'_R$; точка типа В соответствует пересечению сверху или совокупности условий $f = a(R)$, $f'_R < a'_R$ (см. рис. 1). В зависимости от конкретных представлений о динамике коллапса границе будущей черной дыры может соответствовать либо радиус R_A, либо радиус R_B.

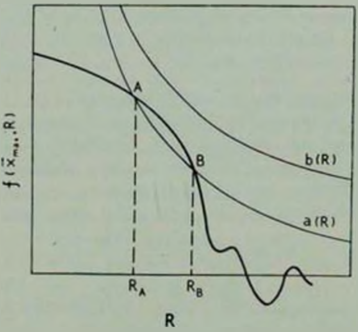

Рис. 1. Типичный вид профиля неоднородности, коллапсирующей в черную дыру.

Расчет частоты появления возмущений с требуемыми параметрами, проводимый с использованием формул, полученных в [5], и $a(R)$ из (8), приводит к следующим результатам. При $n = 2$ («плоский» спектр возмущений) функция распределения областей А-и В-типов имеет следующий вид:

$R_0 < R \ll R'$:

$$N_A = N_B \simeq C_2 2^6 R_0^{-4} \varepsilon^{-3} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-6} \exp\left\{-\frac{\alpha^4}{2\varepsilon^2}\left(1 - \frac{\varphi_0}{\alpha}\varepsilon^2 \frac{R}{R_0}\right)^2\right\}. \qquad (10)$$

$R' \ll R \ll R_k$:

$$N_A \simeq C_2 \sqrt{\pi}\, \alpha^2 \varphi_0 R_0^{-4} \varepsilon^{-2} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-3} \exp\left\{-\frac{\alpha^4}{2\varepsilon^2}\left(1 - \frac{\varphi_0}{\alpha}\varepsilon^2 \frac{R}{R_0}\right)^2\right\}, \qquad (11)$$

$$N_B \simeq C_2 \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^{3/2} \alpha^4 \varphi_0^2 R_0^{-4} \varepsilon \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-2} \exp\left\{-\frac{\alpha^4}{2\varepsilon^2}\left(1 - \frac{\varphi_0}{\alpha}\varepsilon^2 \frac{R}{R_0}\right)^2\right\}, \qquad (12)$$

где $R' = R_0 \varepsilon^{-1}$; $C_2 = 6/5\,\pi^{-3/2}$.

Формулы (10)—(12) получены без учета возможности пересечения функцией $f(\vec{x}_{max}, R)$ верхнего уровня критерия (8) $b(R)$*. Однако, используя (10)—(12), можно показать, что число реализаций, в которых $f(\vec{x}_{max}, R) > b(R)$, приходящихся на интервал $R \div R + dR$, в $\exp(\alpha^2\varphi_0(R/R_0)) \gg 1$ раз меньше, чем $N_{A,B}\,dR$. Поэтому указанный эффект не оказывает существенного влияния на функцию распределения $N_{A,B}$ областей, эволюционирующих в черные дыры. В случае $n > 2$ подобные рассуждения несправедливы. Это связано с тем, что пересечение одной реализацией уровней $a(R)$ и $b(R)$ происходит при различных значениях R, а функции распределения $N_{A,B}$, рассчитанные в соответствии с общей теорией [5], сильно (экспоненциальным образом) зависят от размера области R. Анализ наиболее вероятного (при условии пересечения с $a(R)$) профиля $f(\vec{x}_{max}, R)$ показывает, что при $n > 2$ возможностью образования замкнутых миров можно пренебречь только для областей типа А. Функция распределения N_B, рассчитанная аналогично [5], дает сильно завышенную оценку для числа областей В-типа, эволюционирующих в черные дыры. Функция распределения областей А-типа при $n > 2$ имеет вид ($R_0 < R \ll R_k$):

$$N_A \simeq R_0^{-4} \varepsilon^{-1} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-3(n-1)} \times$$

$$\times \exp\left\{-\left[\frac{1}{2} + \frac{(n-2)^2}{2n} - \left(1 + \frac{n^2 - 4n + 4}{n} + \frac{2}{n-2}\right) \times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times \frac{\varphi_0}{\alpha}\varepsilon^2 \frac{R}{R_0}\right] \frac{\alpha^4}{\varepsilon^2} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{2(n-2)}\right\}. \qquad (13)$$

Необходимо отметить, что выражения (10)—(13) получены с использованием асимптотической при $\varepsilon^2(R/R_0) \ll 1$ зависимости джинсовской длины от

* Согласно [15], области, в которых $f > b(R)$, формируют замкнутые миры.

времени (7). При этом в области $R > R'$ выражения (10)—(13) описывают поведение функции распределения лишь качественно и соответствуют приближению, в котором учитываются только наиболее быстро меняющиеся члены.

4. *Аккреция и спектр масс первичных черных дыр в «предельно-жесткой» Вселенной.* Процесс формирования спектра масс первичных черных дыр определяется не только коллапсом неоднородностей, изначально присутствовавших во Вселенной. С течением времени возможно изменение массы образовавшихся черных дыр за счет поглощения ими окружающего вещества. Отметим, прежде всего, два крайних режима аккреции, характерных для модельной ситуации, когда черная дыра окружена однородным фоном, поведение плотности которого описывается фридмановским законом [1, 15]. Параметром, определяющим последующую судьбу черной дыры, является отношение ее радиуса в момент образования R_e к горизонту ct_e. Если $R_e/ct_e < 1$, масса черной дыры меняется незначительно осуществляется режим стационарной аккреции. Если $R_e/ct_e = 1$, масса черной дыры растет «катастрофически» быстро, с той же скоростью, что и масса под горизонтом [1, 11]. В случае неоднородного распределения вещества, когда отклонение плотности от среднего значения является случайной величиной, определяемой спектром первичных возмущений, процесс формирования ПЧД и последующей аккреции на них может протекать сложным образом, включая возникновение ударных волн и другие гидродинамические эффекты [16, 17]. Особенностью процесса аккреции в этом случае является то, что его темп определяется не только потенциалом центрального тела, но и начальным распределением возмущений. В частности, вследствие особого характера распределения вещества в окрестности черной дыры, процесс поглощения ею окружающей материи может протекать нестационарно в течение некоторого промежутка времени, приводя к значительному изменению ее массы, и переходить затем в стационарную фазу. Пример такого режима, промежуточного по сравнению со стационарным и катастрофическим, рассмотрен в [18].

Как показано в [10] и в разделе 2 настоящей работы, нелинейное влияние мелкомасштабных неоднородностей приводит к эффективному «смягчению» предельно-жесткого уравнения состояния вещества. При этом режим катастрофической аккреции на сформировавшиеся черные дыры отсутствует [11]. Однако, ввиду того, что радиус черной дыры в момент образования оказывается близок к горизонту частиц ($R_e \lesssim ct_e$), аккреция может сильно повлиять на результирующий спектр масс ПЧД. Не вдаваясь в обсуждение конкретного механизма аккреции и интересуясь лишь качественной стороной проблемы, будем моделировать этот эффект следующим образом [15]:

$$\frac{r_s(t)}{R_c} = \frac{\dfrac{t}{t_c}}{\dfrac{R_c}{ct_c} + \left(1 - \dfrac{R_c}{ct_c}\right)\dfrac{t}{t_c}}, \tag{14}$$

где $r_s(t)$ — шварцшильдовский радиус черной дыры. Поскольку в случае коллапса типа А и типа В $R_c \simeq R_j(t_c)$, используя (7), (6) и (14), можно оценить конечную массу черной дыры следующим образом:

$$m = m_c\left(1 - \frac{R_j(t_c)}{ct_c}\right)^{-1} \simeq 2\alpha^{5/2}\varphi_0^{-1}\varepsilon^{-2}\left(\frac{R}{R_0}\right)^{10} m_0, \tag{15}$$

$R_0 < R < R_k$, где m_c — масса черной дыры в момент образования, $m_0 \simeq \rho_0 R_0^3$. Подставляя (15) в полученные ранее выражения (10)—(13), получаем функции распределения ПЧД по массам в виде:

$n = 2$, $m_{min} < m < m'$:

$$\begin{gathered}\Phi_A(m) = \Phi_B(m) \simeq F\frac{\rho_0}{m_0^2}\varepsilon^{-15}\left(\frac{m}{m_0}\right)^{-7} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{\alpha^4}{2\varepsilon^2}\left[1 - \frac{1}{2}\alpha^{-6}\varphi_0^3\varepsilon^6\left(\frac{m}{m_0}\right)^2\right]\right\},\end{gathered} \tag{16}$$

$n = 2$, $m' < m < m_k$:

$$\Phi_A(m) \simeq F\frac{\rho_0}{m_0^2}\varepsilon^{-10}\left(\frac{m}{m_0}\right)^{-3}\exp\left\{-\frac{\alpha^4}{2\varepsilon^2}\left[1 - \frac{1}{2}\alpha^{-6}\varphi_0^3\varepsilon^6\left(\frac{m}{m_0}\right)^2\right]\right\}, \tag{17}$$

$$\Phi_B(m) \simeq F\frac{\rho_0}{m_0^2}\varepsilon^{-3}\left(\frac{m}{m_0}\right)^{-3}\exp\left\{-\frac{\alpha^4}{2\varepsilon^2}\left[1 - \frac{1}{2}\alpha^{-6}\varphi_0^3\varepsilon^6\left(\frac{m}{m_0}\right)^2\right]\right\}, \tag{18}$$

$n > 2$, $m_{min} < m < m_k$:

$$\begin{gathered}\Phi_A(m) \simeq F\frac{\rho_0}{m_0^2}\varepsilon^{3(5-6n)}\left(\frac{m}{m_0}\right)^{7-6n} \times \\ \times \exp\left\{-\left[\frac{1}{2} + \frac{(n-2)^2}{2n} - \left(1 + \frac{n^2 - 4n + 4}{4} + \frac{2}{n-2}\right) \times \right.\right. \\ \left.\left. \times \frac{1}{4}\alpha^{-6}\varphi_0^3\varepsilon^6\left(\frac{m}{m_0}\right)^2\right] 2^{-4(n-2)}\alpha^{16-6n}\left(\frac{\varphi_0}{\alpha}\right)^{4(n-2)}\varepsilon^{8n-18}\left(\frac{m}{m_0}\right)^{4(n-2)}\right\},\end{gathered} \tag{19}$$

где $m_{min} \simeq 2\alpha^{5/2}\varphi_0^{-1}\varepsilon^{-2}m_0$ — минимальная масса в спектре; $m' \simeq \varepsilon^{-5/2}m_0$; $m_k \simeq 2\alpha^{5/2}\varphi_0^{-3/2}\varepsilon^{-3}m_0$ — максимальная масса ПЧД, формирующихся на стадии преобладания плотности вещества с предельно-жестким уравнением состояния; $F = \left[\frac{a(t_k)}{a(t)}\right]^2$, $a(t)$ — масштабный фактор Вселенной Фридмана. $\Phi(m)$ представляет собой концентрацию черных дыр в единичном интервале масс при $t > t_k$, когда аккреция уже не существенна.

Как было отмечено в [10], наличие в ранней Вселенной процессов диссипации коротковолновых возмущений может привести при $t \simeq t_k$ к перестройке космологической модели на режим, когда ее динамика определяется материей с уравнением состояния $P = (1/3)\rho c^2$. При этом образование ПЧД в диапазоне масс $m > m_k$ протекает по сценарию обычной динамической модели, описываемой параметром $\gamma = 1/3$. В этом случае аккрецией материи на ПЧД можно пренебречь, и конечная масса черной дыры $m \simeq m_e$. В области $m > m_k$ оказываются справедливыми результаты [5], согласно которым функции распределения черных дыр по массам для различных значений показателя спектра имеют вид:

$n = 2$:

$$\Phi_A(m) = \Phi_B(m) \simeq F\frac{\rho_0}{m_0^2}\,\varepsilon^{-3/2}\left(\frac{m}{m_0}\right)^{-5/2}\exp\left(-\frac{\alpha^4}{18\varepsilon^2}\right). \tag{20}$$

$n > 2$:

$$\Phi_A(m) \simeq F\frac{\rho_0}{m_0^2}\,\varepsilon^{\frac{15-n}{2}}\left(\frac{m}{m_0}\right)^{\frac{n-7}{2}} \times$$
$$\times \exp\left\{-\left[\frac{1}{18} + \frac{(n-2)^2}{18n}\right] 2^{2(2-n)}\,\alpha^{14-5n}\,\varphi_0^{n-2}\,\varepsilon^{2(n-3)}\left(\frac{m}{m_0}\right)^{2(n-2)}\right\}. \tag{21}$$

Максимальной массой в спектрах всех типов является масса $m_{max} \simeq \simeq m_0(t/t_0)$.

5. *Заключение.* Из результатов настоящей работы следует, что процесс образования ПЧД в «предельно-жесткой» Вселенной обладает рядом важных особенностей. Исследование этого процесса, предпринятое в рамках подхода, не учитывающего нелинейного влияния мелкомасштабных возмущений [15, 11], приводит к выводу о необходимости весьма специфических начальных условий, приводящих к формированию черных дыр (см. (5)). Однако мелкомасштабные возмущения, обладая кинетической энергией, могут оказывать влияние на динамику космологической модели и скорость роста крупномасштабных возмущений. Как показано в разделе 2 настоящей работы, это влияние приводит к эффективному смягчению уравнения состояния, снимая «вырождение» с начальных условий, необходимых для формирования черных дыр в динамической Вселенной с $P = \rho c^2$. Изменение уравнения состояния с течением времени, а также пе-

рестройка космологической модели на режим, когда ее динамика определяется энергией ультрарелятивистского газа частиц, возникшего вследствие диссипации мелкомасштабных неоднородностей, приводят к важной особенности спектра масс ПЧД. В случае «плоского» ($n = 2$) спектра первичных неоднородностей полученная нами функция распределения черных дыр по массе имеет ярко выраженный максимум в окрестности $m_* \simeq m_0 \varepsilon^{-3}$, где m_0 — масса вещества в объеме неоднородности минимального масштаба в момент ее выхода на горизонт. В области $m \ll m_*$ спад функции распределения носит экпоненциальный характер, а в области $m \gg m_*$ — степенной.

Эффект смягчения уравнения состояния вещества вследствие нелинейного влияния мелкомасштабных неоднородностей оказывает воздействие также и на процесс аккреции окружающей материи сформировавшимися ПЧД. При этом изменение массы черных дыр оказывается хотя и значительным, но не катастрофическим. Процесс аккреции «выедает» маломассивную часть спектра ПЧД, вплоть до массы $m_{min} \propto m_0 \varepsilon^{-2}$. Последнее обстоятельство имеет существенное значение при расчете аффектов, связанных с квантовым испарением ПЧД.

Ростовский государственный
университет

"STIFF" UNIVERSE AND THE MASS SPECTRUM OF PRIMORDIAL BLACK HOLES

N. A. ZABOTIN, P. D. NASELSKY

In the paper the mass spectrum of primordial black holes (PBH) created in the Universe with the stiff equation of state of matter is calculated. It is shown that the existence of small-scale inhomogeneities leads to the renormalization of the effective speed of sound in the matter affecting the dynamic of the development of the large-scale modes. The main object of investigation is the field of the initial perturbations $\delta(x, y, z)$ having the Gaussian distribution and the dispersion $\sigma \sim M^{-n}$. It is shown that in the case of flat spectrum of the initial distortions of metric the distribution function of PBH in mass has a sharp maximum. The influence of matter accretion on the mass spectrum of creating objects is estimated. It is pointed out that the dissipation of small-scale perturbations does not affect the quantitative and qualitative conclusions of the paper.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков.* Релятивистская астрофизика. Наука, М., 1967
2. *S. W. Hawking.* M. N., 152, 75, 1971.
3. *В. Н. Лукаш.* Препринт ИКИ АН СССР, Пр-559, 1980.
4. *B. J. Carr.* Ap. J., 201, 1, 1975
5. *Н. А. Заботин, А. С. Марочник, П. Д. Насельский.* Препринт ИКИ АН СССР. Пр-564, 1980.
6. *Б. В. Вайнер, О. А. Дрыжакова, П. Д. Насельский.* Письма АЖ, 4, 344, 1978.
7. *Я. Б. Зельдович, А. А. Старобинский, М. Ю. Хлопов, В. М. Чечеткин.* Письма АЖ, 3, 208, 1977.
8. *П. Д. Насельский.* Письма АЖ, 4, 387, 1978.
9. *А. С. Марочник, П. Д. Насельский.* Препринт ИКИ АН СССР, Пр-565, 1980.
10. *Н. А. Заботин, П. Д. Насельский.* Письма АЖ, 6, 14, 1980.
11. *D. N. C. Lin, B. J. Carr, S. M. Fall.* M. N., 177, 51, 1976.
12. *G. V. Bicknell, R. N. Henriksen.* Ap. J., 219, 1043, 1978.
13. *И. З. Фишер, М. Ф. Широков.* Астрон. ж., 39, 899, 1962.
14. *Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков.* Строение и эволюция Вселенной. Наука, М., 1975.
15. *B. J. Carr, S. W. Hawking.* M. N., 168, 399, 1974.
16. *Д. К. Надежин, И. Д. Новиков, А. Г. Полнарев.* Астрон. ж., 55, 216, 1978.
17. *И. Д. Новиков, А. Г. Полнарев.* Препринт ИКИ АН СССР, Пр-452, 1979.
18. *G. V. Bicknell, R. N. Henriksen.* Ap. J., 232, 670, 1979.