ЛИТЕРАТУРА

1. *P. W. Merrill*, Ap. J., 110, 59, 1949.
2. *V. L. Trimble, K. S. Thorne*, Ap. J., 156, 1013, 1969.
3. *J. B. Hutchings, P. S. Laskarides*, M. N., 155, 357, 1972.
4. *Н. Л. Иванова, А. Н. Хотнянский*, Сообщ. Бюраканской обс., 50, 33, 1978.

УДК 52—846

О НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКЕ ПАКЕТОВ СПИРАЛЬНЫХ ВОЛН ПЛОТНОСТИ

Рядом авторов показано, что нелинейные эффекты являются важным фактором в динамике спиральных волн плотности [1—5]. В частности, в работах [1—5] рассматривалась модуляционная неустойчивость плоских и тугозакрученных волн во вращающемся диске в предположении малости дисперсии скоростей плоской подсистемы. Однако влияние нелинейности, связанной с возмущенным давлением, может оказаться существенным*. В настоящем сообщении получено нелинейное уравнение для огибающей тугозакрученных спиральных волн плотности без предположения о малости дисперсии скоростей плоской подсистемы. Отказ от этого предположения не изменяет принципиально условий модуляционной неустойчивости в модели [7], однако оказывается существенным, если в качестве модели плоской подсистемы выбрать диск с распределением плотности, полученным из модели Шмидта, как это делается в теории спиральной структуры Лина и др. [6].

Рассмотрим дифференциально вращающийся диск, в котором возбуждена тугозакрученная спиральная волна плотности с малой, но конечной амплитудой. Система динамических уравнений для отклонений от фона имеет в предположении изотермического уравнения состояния вид:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \Omega_0 \frac{\partial}{\partial \varphi}\right) v_r + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - 2\Omega_0 v_\varphi + \frac{\partial \Phi}{\partial r} + c^2 (1 - \sigma + \sigma^2) \frac{\partial \sigma}{\partial r} = 0, \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \Omega_0 \frac{\partial}{\partial \varphi}\right) v_\varphi + (2\Omega_0 + r\Omega_0') v_r + v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} = 0, \quad (2)$$

---

* Нелинейность, связанная с возмущенным давлением, является определяющей при медленном изменении возмущенных величин по сравнению с характерным временем оборота системы [2].

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\Omega_0\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)\sigma+\frac{\partial v_r}{\partial r}+\frac{d}{\partial r}(\sigma v_r)=0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}=2b\sigma\delta(z). \tag{4}$$

Уравнения (1)—(4) приведены в безразмерном виде, где в качестве величины обезразмеривания выбраны невозмущенные параметры плоской подсистемы в окрестности Солнца (см. [5]). Пренебрежем, как и в [5], градиентами фоновых величин в нелинейных членах. Тогда влияние неоднородности диска на поведение амплитуды волны можно учесть в линейном приближении. Фактически оно сводится к медленной зависимости групповой скорости пакета волн от радиуса [8].

Систему уравнений (1)—(4) можно свести к одному уравнению для возмущенной радиальной скорости:

$$\begin{gathered}
\hat{L}^2 v_r+\hat{L}\left(v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)+\varkappa^2 v_r+ib\frac{\partial v_r}{\partial r}+c^2\hat{L}\frac{\partial}{\partial r}\hat{L}^{-1}\left\{-\frac{\partial v_r}{\partial r}+\right.\\
\left.+\frac{\partial}{\partial r}\left[v_r\hat{L}^{-1}\frac{\partial v_r}{\partial r}-v_r\hat{L}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(v_r\hat{L}^{-1}\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)\right]\right\}-\\
-c^2\hat{L}\left[\hat{L}^{-1}\left(\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)\hat{L}^{-1}\left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2}\right)\right]+\\
+c^2\hat{L}\frac{\partial}{\partial r}\left[\hat{L}^{-1}\left(\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)\hat{L}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(v_r\hat{L}^{-1}\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)\right]-\\
-c^2\hat{L}\left[\left(\hat{L}^{-1}\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)^2\hat{L}^{-1}\left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2}\right)\right]+v_r\frac{\partial}{\partial r}\left[\hat{L}v_r+v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}\right]-\\
-ib\frac{\partial v_r}{\partial r}\left[\hat{L}^{-1}\frac{\partial v_r}{\partial r}-\hat{L}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(v_r\hat{L}^{-1}\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)\right]+\\
+c^2 v_r\frac{\partial^2}{\partial r^2}\left[-\hat{L}^{-1}\frac{\partial v_r}{\partial r}+\hat{L}^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(v_r\hat{L}^{-1}\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)\right]-\\
-c^2 v_r\frac{\partial}{\partial r}\left[\hat{L}^{-1}\left(\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)\hat{L}^{-1}\left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2}\right)\right]=0.
\end{gathered} \tag{5}$$

В уравнении (6) $\hat{L}\equiv\left(\frac{\partial}{\partial t}+\Omega_0\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)$. Представим решение (5) в виде $v_r=v_0+v_1 e^{i\theta}+v_2 e^{2i\theta}+$ к. с., где $v_i(r, t)$ — медленно меняющиеся комплексные амплитуды, $v_1(r, t)$ — амплитуда основной гармоники,

$\theta = \omega t + m\theta + \psi(r)$ — фаза спиральной волны. Аналогично [5] можно получить уравнение для амплитуды основной гармоники:

$$i\frac{\partial v_1}{\partial t} - iu_g\frac{\partial v_1}{\partial r} - \frac{i}{2}\frac{\partial u_g}{\partial r}v_1 - \frac{1}{2}\frac{\partial u_g}{\partial k}\frac{\partial^2 v_1}{\partial r^2} + (\bar{\alpha} + \tilde{\alpha})|v_1|^2 v_1 = 0. \qquad (6)$$

Здесь через u_g обозначено выражение для групповой скорости пакета спиральных волн. В параболическом уравнении (6), описывающем пространственно-временную эволюцию огибающей тугозакрученной спиральной волны плотности, $\bar{\alpha}$ и $\tilde{\alpha}$ — нелинейные коэффициенты, соответственно равные:

$$\bar{\alpha} = \frac{k^2}{\omega + m\Omega_0}\left\{-1 - \frac{4bk + 3\varkappa^2}{2bk - 3\varkappa^2}\frac{(\omega + m\Omega_0)^2}{\varkappa^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{3bk}{2bk - 3\varkappa^2}\left(1 + \frac{3k^2c^2 - 2bk}{6(\omega + m\Omega_0)^2}\right)\right\}, \qquad (7)$$

$$\tilde{\alpha} = \frac{c^2k^4}{(\omega + m\Omega_0)^3}\left\{\frac{2(\omega + m\Omega_0)^2}{\varkappa^2} - \frac{1}{2} + \frac{4k^2c^2 + 6(\omega + m\Omega_0)^2 - 3bk}{2(2bk - 3\varkappa^2)}\right\}. \qquad (8)$$

Коэффициент $\tilde{\alpha}$ появляется в результате учета нелинейности, связанной с возмущенным давлением. На рис. 1а, б показана зависимость нелинейных коэффициентов от расстояния r до галактического центра в моделях с постоянной поверхностной плотностью плоской подсистемы (1а) и распределением плотности, взятым из модели Шмидта (15). Дисперсия скоростей выбиралась в обоих случаях маржинальной. Из рис. 1 видно, что учет нелинейности, связанной с давлением, стабилизирует модуляционную неустойчивость. Если принять в качестве модели плоской подсистемы диск с постоянной поверхностной плотностью и не учитывать в динамике спиральных волн подсистемы с большими значениями дисперсии скоростей (см., например, [7]), то нелинейность, связанная с возмущенным давлением, оказывается во всем диске не существенной. Так как $\partial u_g/\partial k > 0$ внутри коротационного круга, то волновой пакет в этой модели оказывается неустойчивым относительно роста модуляций в области $r < 8$ кпс. В модели Лина [6], где поверхностная плотность диска определяется всеми подсистемами в Галактике, нелинейность, связанная с возмущенным давлением, оказывается определяющей. Это, очевидно, обусловлено большими значениями дисперсии скоростей, необходимой для стабилизации диска.

В силу неопределенности данных о параметрах плоских подсистем и спиральной структуры в нашей и других галактиках, расчет нелинейных коэффициентов носит скорее иллюстративный характер. Однако необходи-

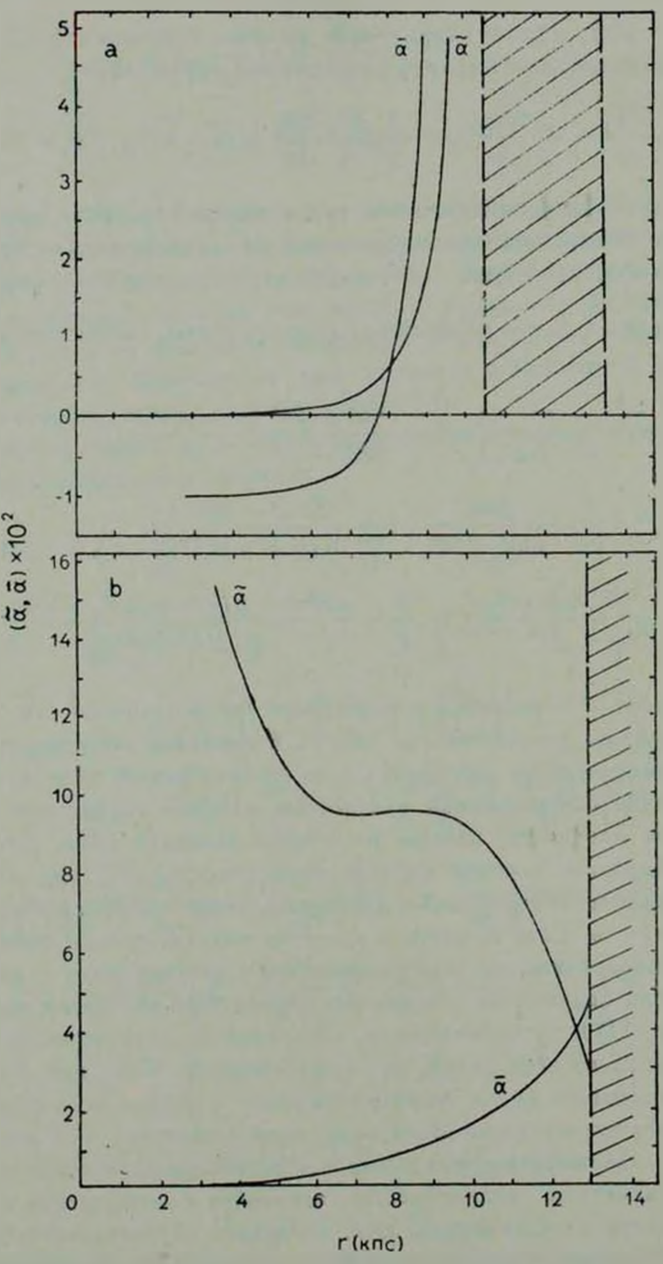

Рис. 1. *a*) Зависимость нелинейных коэффициентов $\tilde{a}$ и $\bar{a}$ для модели с постоянной плотностью $\sigma_0=40/\text{пс}^2$, $\Omega_p=20$ км/с·Кпс, $Q=1$. Область коротации заштрихована. *b*) Зависимость нелинейных коэффициентов $\tilde{a}$ и $\bar{a}$ для параметров, принятых в модели Лина: $\Omega_p=13.5$ км/с·Кпс, $Q=1$.

мость учета нелинейных эффектов в динамике волн плотности представляется достаточно очевидной.

On the Nonlinear Equations for the Amplitude of Density Waves. The nonlinear equation for the amplitude of tightly wounded spiral density [waves is obtained without the approach of low velocity dispersion of flat subsystem of galaxy. The values of nonlinear coefficient are calculated for the parameters of spiral structure admitted in Lin et. al. [1] and Marochnik and Suchkov [2] models, and the regions of modulation instability are determined.

3 февраля 1981
Ростовский государственный университет

В. И. КОРЧАГИН
П. И. КОРЧАГИН

ЛИТЕРАТУРА

1. *S. Ikeuchi, T. Nakamura*, Progr. Theor. Phys., 55, 1419, 1976.
2. *А. Б. Михайловский, В. И. Петвиашвили, А. М. Фридман*, Астрон. ж., 56, 279, 1979.
3. *В. Л. Поляченко, С. М. Чурилов, И. Г. Шухман*, Астрон. ж., 75, 497, 1980.
4. *В. Г. Лапин, М. А. Раевский*, Астрон. ж., 57, 991, 1980.
5. *В. И. Корчагин, П. И. Корчагин*, Астрофизика, 16, 273, 1980.
6. *К. Рольфс*, Лекции по теории волн плотности, Мир, М., 1980.
7. *Л. С. Марочник, А. А. Сучков*, УФН, 112, 275, 1974.
8. *Дж. Уизем*, Линейные и нелинейные волны, Мир, М., 1977.