АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 17 НОЯБРЬ, 1981 ВЫПУСК 4

УДК 524.35

О МАГНИТОДРЕЙФОВОМ ИЗЛУЧЕНИИ НА ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛНАХ В МАГНИТОСФЕРЕ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

В. Е. ШАПОШНИКОВ

Поступила 12 декабря 1980

Рассмотрен магнитодрейфовый механизм генерации продольных волн с коэффициентом преломления $n \simeq 1$, $|1-n| \ll 1$, обусловленный движением заряженной релятивистской частицы вдоль искривленных силовых линий магнитного поля. Исследована реабсорбция продольных волн потоком заряженных частиц, движущихся по искривленной траектории. Показано, что коэффициент реабсорбции может быть отрицательным как для волн с $n > 1$, так и для волн с $n < 1$. Эффективное усиление возможно при распространении продольных волн как в нерелятивистской, так и в релятивистской плазме. Выяснены условия, когда можно пренебречь искривлением траектории движения заряженных частиц при исследовании реабсорбции продольных волн. Проведена оценка оптической толщины для магнитодрейфового поглощения в условиях, характерных для магнитосферы пульсара. Указан критерий применимости проведенного рассмотрения для плазмы, дисперсионные свойства которой меняются вдоль траектории потока.

1. Проблема происхождения мощного радиоизлучения пульсаров до настоящего времени остается далекой от своего разрешения. Не ясен не только вид когерентного механизма (антенный или мазерный), обеспечивающий исключительно высокую яркостную температуру пульсаров в радиодиапазоне, но и сам тип излучения частиц. Большое внимание в настоящее время уделяется магнитодрейфовому механизму генерации излучения (curvature radiation), обусловленному движением заряженных релятивистских частиц вдоль искривленных силовых линий магнитного поля в магнитосферах нейтронных звезд. Мазерный вариант когерентного магнитодрейфового механизма был исследован в [1—3]. Антенный вариант, рассмотренный в ряде работ (см., например, [4—6]), предполагает существование в магнитосфере пульсара заряженных сгустков частиц, движущихся вдоль искривленных силовых линий магнитного поля со скоростью, близ-

кой к скорости света, $v \simeq c$. В качестве механизма, приводящего к образованию сгустков, обычно привлекается черенковская неустойчивость на плазменных волнах, возникающая при движении в магнитосферной плазме релятивистского пучка заряженных частиц вдоль силовых линий магнитного поля. При этом влиянием на излучении продольных волн кривизны траектории частиц пучка пренебрегалось; оставался без внимания тот факт, что при магнитодрейфовом механизме генерируются не только поперечные, но и продольные волны. Заметим, что магнитодрейфовый механизм генерирует продольные волны с фазовой скоростью v_ϕ, близкой к скорости света, эффективнее, чем электромагнитные. Это обстоятельство связано с тем, что волны с $v_\phi \simeq c$ излучаются в узком конусе в направлении движения; поэтому в первом случае частица движется почти параллельно, а во втором случае — перпендикулярно вектору электрического поля $\vec{E}$ в волне.

Излучение продольных волн заряженной релятивистской частицей в плазме (при движении частицы вдоль искривленных силовых линий магнитного поля пульсара) формируется в результате одновременного действия двух механизмов генерации: собственно магнитодрейфового и черенковского. Кроме того, искривление траектории движения релятивистской частицы, диаграмма направленности излучения которой мала, $\Delta\theta_д \ll 1$, приводит к ограничению длины эффективного взаимодействия $l_э$ частиц и волны с заданным направлением волнового вектора $\vec{k}$: $l_э \simeq \Delta\theta_д \cdot R_B$ ($\Delta\theta_д$ — ширина диаграммы направленности излучения, R_B — радиус кривизны траектории частицы). Не исключено, что именно этот факт определяет размеры области усиления продольных волн в магнитосфере пульсара.

В настоящей работе рассмотрено магнитодрейфовое излучение релятивистской частицы в продольные волны, исследованы условия, при которых возможно мазерное усиление этого излучения потоком заряженных частиц, движущихся вдоль искривленных силовых линий магнитного поля, вычислена оптическая толщина системы. Выяснены условия, при которых можно пренебречь искривлением траектории потока при исследовании реабсорбции продольных волн. Приведены оценки эффективности усиления продольных волн магнитодрейфовым механизмом в условиях, характерных для магнитосферы пульсара.

2. Магнитодрейфовое излучение можно представить как излучение релятивистской частицы, вращающейся в некотором эффективном магнитном поле

$$B_* = \frac{p_\parallel c}{R_B e}, \tag{1}$$

направленном перпендикулярно плоскости орбиты* [7]. В (1) R_B — радиус кривизны силовой линии магнитного поля, $p_\parallel$ — компонента импульса частицы вдоль поля (рис. 1), e — заряд частицы. В результате выражение для спектральной мощности магнитодрейфового излучения может быть получено из соответствующего выражения для синхротронного излучения релятивистской частицы, движущейся в однородном магнитном поле $\vec{B}$, путем замены в последнем напряженности магнитного поля $B \to B_э$. Различные аспекты синхротронного излучения на продольных волнах были рассмотрены в работах [8—11]. Однако удобнее найти мощность магнитодрейфового излучения на продольных волнах, проведя последовательное вычисление излучения релятивистской частицы, движущейся по искривленной траектории в анизотропной среде, по методике, изложенной в [8, 12]: в этом случае будет ясна область применимости полученного выражения. В результате несложных вычислений получаем следующее выражение для спектральной мощности $P_{\omega\Omega}$, усредненной по углу

$$\varphi\,(P_{\omega\Omega} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} P_{\omega\Omega}\,d\varphi,$$

где $P_{\omega\Omega}$ — спектральная мощность в единичный телесный угол):

$$P_{\omega\Omega} = \frac{e^2\omega R_B}{\pi^2\left|\dfrac{\partial\,\mathrm{Re}\,\varepsilon_{33}}{\partial k}\right|}\left(\frac{2}{s}\right)^{2/3} V(z), \tag{3}$$

где ω — частота излучения; $V(z)$ — функция Эйри; ε_{33} — компонента тензора диэлектрической проницаемости вдоль $\vec{k}$;

$$z = \left(\frac{s}{2}\right)^{2/3}(1 - \chi^2/s^2); \quad \chi = \frac{sn\beta_\parallel \cos\theta}{1 - n\beta_д \sin\theta}; \quad s = \frac{\omega R_B}{v_\parallel}(1 - n\beta_д \sin\theta), \tag{4}$$

$\beta = v/c$; $v_\parallel$ и $v_д$ — компоненты скорости вдоль и поперек (скорость силовых линий магнитного поля; n — коэффициент преломления продольной волны; θ — угол между волновым вектором и магнитным полем. Из приведенного выражения (3) нетрудно видеть, что для волн, фазовая скорость которых меньше проекции скорости частицы на направление распространения волны $(v_\phi < v_k)$, спектральная мощность имеет осциллирующий характер. Это связано с одновременным действием двух механизмов излучений — черенковского и магнитодрейфового (см. в этой связи [13]).

---

* Ширина диаграммы направленности излучения релятивистских частиц мала ($\Delta\theta_д \ll 1$) и силовые линии магнитного поля можно аппроксимировать окружностями радиуса R_B.

В общем случае эти механизмы разделить нельзя; в пределе $R_B \to \infty$ выражение для полной (т. е. проинтегрированной по телесному углу) спектральной мощности магнитодрейфового излучения переходит при $n\beta > 1$ в выражение для мощности черенковского излучения заряда, движущегося в среде с однородным магнитным полем.

Область применимости полученного выражения (3) определяют неравенства

$$|\varepsilon_{31}(\varepsilon_{22} - n^2)|, \quad |\varepsilon_{32}(\varepsilon_{11} - n^2)|, \quad |\varepsilon_{21}\varepsilon_{23}|, \quad |\varepsilon_{21}\varepsilon_{12}| \ll \Delta,$$
$$|\varepsilon_{13}|, \quad |\varepsilon_{23}| \lesssim 1, \quad \Delta = (\varepsilon_{11} - n^2)(\varepsilon_{22} - n^2) - \varepsilon_{12}\varepsilon_{21}, \tag{5}$$

где $\varepsilon_{\alpha\beta}$ — компоненты тензора диэлектрической проницаемости (индексы α, β пробегают значения 1, 2, 3), записанного в системе координат с осью 3, направленной вдоль волнового вектора $\vec{k}$. В (3)—(5) ω и $\vec{k}$ удовлетворяют приближенному дисперсионному уравнению $\varepsilon_{33}(\omega, \vec{k}) = 0$. Неравенства (5) являются в то же время достаточными условиями существования продольных волн с приближенным дисперсионным уравнением $\varepsilon_{33}(\omega, \vec{k}) = 0$ и определяют область применимости последнего [9].

Если при $n \gg 1$ неравенства (5) выполняются автоматически, то выполнение этих условий для продольных волн с фазовыми скоростями, близкими к скорости света, $v_\phi \simeq c\,(|1 - n| \ll 1)$, возможно лишь при определенных условиях. Так, например, в «холодной» магнитоактивной плазме условия (5) выполняются на частотах $\omega \simeq \omega_L$ (ω_L — плазменная частота) при всех значениях угла θ, если $\omega_L \gg \omega_B$ (ω_B — гирочастота) [9]; условия (5) справедливы только для малых углов $\theta \ll \max\{\omega_L^2/\omega_B^2;\ |1 - n^2|\}$, если выполнено обратное неравенство $\omega_L^2 \ll \omega_B^2$.

Исследуем теперь реабсорбцию магнитодрейфового излучения на продольных волнах с фазовой скоростью, близкой к скорости света $v_\phi \simeq c$. Для этого рассмотрим следующую задачу.

Вдоль искривленных силовых линий магнитного поля (радиус кривизны R_B) движутся заряженные релятивистские частицы, дрейфуя в то же время в направлении, ортогональном к плоскости, касательной к силовой линии (рис. 1). Дрейфовая компонента импульса электрона $p_д$ связана с компонентой импульса вдоль силовой линии магнитного поля $p_\parallel$ соотношением [7]

$$p_д = \frac{p_\parallel^2}{mR_B\omega_B}, \tag{6}$$

где m — масса покоя заряда. Следуя [3], указанную траекторию частицы будем называть «дрейфовой орбитой», а угол ψ между «дрейфовой орбитой» и силовой линией магнитного поля — «углом дрейфа».

$$\psi = \frac{p_{\parallel}}{mR_B\omega_B}. \tag{7}$$

В общем случае частица наряду с движением вдоль дрейфовой траектории может вращаться вокруг силовой линии магнитного поля; изменение характера этого вращения связано с переходами между уровнями Ландау.

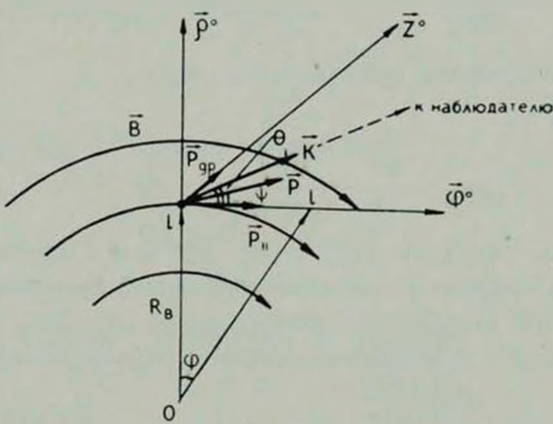

Рис. 1.

Следуя [3], элементарным квантовым методом, основанным на схеме коэффициентов Эйнштейна, получим выражение для оптической толщины магнитодрейфового излучения вдоль луча, ориентированного под углом θ к направлению магнитного поля (рис. 1):

$$\tau = \int \mu dl \simeq \frac{(2\pi)^3 c^2}{n^2\hbar\omega^3} \int P_{\omega\Omega} [f(\vec{p}_n) - f(\vec{p}_m)]\, d\vec{p}dl \tag{8}$$

в приближении широкой диаграммы направленности излучения заряда

$$\psi^3 \ll \frac{c}{2\omega R_B} \sim (\Delta\theta_д)^3. \tag{9}$$

В этом приближении можно пренебречь вращением заряда вокруг силовой линии магнитного поля (переходов между уровнями Ландау нет; см. Приложение) и считать, что все заряды движутся по «дрейфовым орбитам». В (8), (9) μ — коэффициент реабсорбции, $P_{\omega\Omega}$ — спектральная мощность излучения в единичный телесный угол, $\vec{p}_m$, $\vec{p}_n$ — импульсы частиц до и после излучения одного кванта, $\hbar$ — постоянная Планка, $\Delta\theta_д$ — ширина диаграммы направленности излучения заряда на фиксированной частоте.

В цилиндрической системе координат, ось φ которой в каждой точке направлена вдоль силовой линии магнитного поля, а ось z ортогональна плоскости, касательной к силовой линии (рис. 1), функцию распределения по импульсам частиц, движущихся по дрейфовым траекториям, можно представить в виде:

$$f(\vec{p}) = \frac{\delta(p_\perp)}{2\pi p_\perp} F(p_\parallel), \quad \int f(\vec{p})\, d\vec{p} = \int F(p_\parallel)\, dp_\parallel = N, \tag{10}$$

где $p_\perp$ — осцилляторный импульс*.

Согласно (II.9)

$$\Delta p_\parallel = \frac{\hbar\omega}{c^2} \cdot \frac{Ep_\parallel}{p_\parallel^2 + 2p_д^2}, \qquad \Delta p_\perp = 0. \tag{11}$$

Подставляя (3), (4), (10), (11) в (8), получаем следующее выражение для оптической толщины в приближении широкой диаграммы:

$$\tau = -\frac{16\pi^2 e^2 R_B^2}{n^2\omega \left|\dfrac{\partial \operatorname{Re}\varepsilon_{33}}{\partial k}\right|} \left(\frac{2\Omega_c}{\omega}\right)^{2/3} \int V(z) \frac{dF(p_\parallel)}{dp_\parallel} dp_\parallel,$$
$$z = \left(\frac{\omega}{2\Omega_c}\right)^{2/3} \left[\left(\frac{mc}{p_\parallel}\right)^2 + 1 - n^2 + (\theta - \psi)^2\right], \quad \Omega_c = \frac{c}{R_B}. \tag{12}$$

Выражение (12) описывает оптическую толщину системы для продольных волн, обусловленную поглощением и излучением потока заряженных частиц, движущихся в среде по искривленной траектории. Введем характерный интервал $\delta p_\parallel = |(dF(p_\parallel))/dp_\parallel| / |(d^2F(p_\parallel))/dp_\parallel^2|$, на котором существенно меняется производная функции распределения $(dF(p_\parallel))/dp_\parallel$. Специфика магнитодрейфового механизма излучения проявляется в случае, когда величина $\delta p_\parallel$ удовлетворяет условию

$$\delta p_\parallel \ll L_p. \tag{13}$$

Здесь L_p — характерный интервал по импульсам, на котором существенно меняется мощность излучения $P_{\omega\Omega}$ (или, что то же самое, функция Эйри в (12)). При больших z ($|z| \gg 1$) имеем

* В общем случае концентрация релятивистских частиц N зависит от координат $N = N(\vec{r})$.

$$L_p \sim p_\parallel \left| \frac{\left(\frac{mc}{p_\parallel}\right)^2 + 1 - n^2 + (\theta - \psi)^2}{|z|^{3/2} \left| \left(\frac{mc}{p_\parallel}\right)^2 + (\theta - \psi)\psi \right|} \right|. \tag{14}$$

Предел $\theta p_\parallel \gg L_p$ соответствует черенковскому механизму реабсорбции продольных волн. Искривление траектории движения излучающих частиц сказывается в этом случае только на длине эффективного взаимодействия между волной с заданными частотой ω и направлением волнового вектора $\vec{k}$ и зарядом:

$$l_* \simeq \Delta\theta_A R_B \simeq \left(\frac{c}{\omega R_B}\right)^{1/3} R_B.$$

Заметим, что при выполнении неравенства*

$$\left(\frac{mc}{p_\parallel}\right)^2 \ll |1 - n^2| \tag{15}$$

условие (13) выполняется при $\delta p_\parallel \sim p_\parallel$.

Для исследования магнитодрейфовой реабсорбции перепишем выражение (12) в другой форме, взяв интеграл по частям:

$$\tau \simeq \frac{64\pi^2 e^2 R_B^2}{n^2 \omega \left| \frac{\partial \operatorname{Re} \varepsilon_{33}}{\partial k} \right|} \int F(p_\parallel) V(z) V'(z) \left| \left(\frac{mc}{p_\parallel}\right)^2 + (\theta - \psi)\psi \right|. \tag{16}$$

Возьмем теперь для простоты функцию распределения $F(p_\parallel)$ с максимумом в точке $p_\parallel^*$. Пусть $F(p_\parallel)$ отлична от нуля лишь в узком интервале $\Delta p_\parallel \ll p_\parallel^*$, величина которого много меньше характерного интервала по импульсам, на котором существенно меняется функция $\Phi(z) = V(z) V'(z) \left| \left(\frac{mc}{p_\parallel}\right)^2 + (\theta - \psi)\psi \right|$. При подстановке такого „моноэнергетического“ спектра в выражение для оптической толщины (16) из-под знака интеграла можно вынести со значением $p_\parallel = p_\parallel^*$ все, за исключением $F(p_\parallel)$. Кроме того, при исследовании реабсорбции удобно разделить продольные волны на волны, распространяющиеся внутри черенковского конуса и вне его. Положение лучей относительно черенковского конуса, который находится из равенства $n\beta \cos(\theta - \psi) = 1$ $(z = 0)$, определяет способ представления функции Эйри либо через

* Условие (15) аналогично условию сильного влияния среды $(mc^2/E)^2 \ll |1 - n^2|$ в теории синхронного излучения.

функцию Макдональда порядка 1/3 ($z > 0$), либо через сумму функций Бесселя порядка $\pm 1/3$ ($z < 0$). Для релятивистских частиц и волн с фазовой скоростью $v_\phi \simeq c$ ($|1 - n| \ll 1$) равенство $n\beta \cos(\theta - \psi) = 1$ можно переписать следующим образом: $(mc/p_\parallel)^2 + 1 - n^2 + (\theta - \psi)^2 = 0$.

В первой области ($z > 0$) оптическая толщина, описываемая выражением

$$\tau = \frac{8c}{\omega \left| \dfrac{\partial \operatorname{Re} \varepsilon_{33}}{\partial k} \right|} \cdot \frac{\Omega_L^2}{\Omega_c^2} \left(\frac{mc}{p_\parallel^*} \right) \left| \left(\frac{mc}{p_\parallel^*} \right)^2 + (\theta - \psi^*) \psi^* \right| q^* K_{1/3}(q^*) K_{2/3}(q^*),$$

$$q^* = \frac{2}{3}(z^*)^{3/2}, \quad \Omega_L^2 = \frac{4\pi e^2 N}{m}, \tag{17}$$

может стать отрицательной для волн, распространяющихся под углом $\theta \lesssim \psi^*$, если импульсы излучающих частиц удовлетворяют условию

$$\left(\frac{mc}{p_\parallel^*} \right)^2 \lesssim \Omega_c / \omega_B. \tag{18}$$

Здесь звездочкой отмечены величины, взятые при значении $p_\parallel = p_\parallel^*$.

Для волн, распространяющихся внутри черенковского конуса ($z < 0$),

$$\tau = \frac{16\pi c}{\omega \left| \dfrac{\partial \operatorname{Re} \varepsilon_{33}}{\partial k} \right|} \cdot \frac{\Omega_L^2}{\Omega_c^2} \left(\frac{mc}{p_\parallel^*} \right) \left[\left(\frac{mc}{p_\parallel^*} \right)^2 + (\theta - \psi^*) \psi^* \right] V(z^*) V'(z^*). \tag{19}$$

В этом случае оптическая толщина τ описывается осциллирующей функцией* и существуют интервалы по z, в которых τ отрицательна. Характерный масштаб осцилляций оптической толщины по импульсам при больших значениях z ($|z| \gg 1$) можно оценить по формуле (14).

Исследование реабсорбции продольных волн в приближении широкой диаграммы направленности излучения было проведено выше для «моноэнергетического» спектра излучающих частиц. С увеличением дисперсии $\Delta p_\parallel$ частиц по импульсам полученные результаты остаются справедливыми пока ширина спектра меньше или порядка характерного интервала изменения функции $\Phi(z)$. Дальнейшее увеличение дисперсии частиц $\Delta p_\parallel$ приведет к сглаживанию колебаний оптической толщины τ, к уменьшению ее величины для волн, распространяющихся внутри черенковского конуса, и к изменению условий, при которых возможно усиление.

---

* Осциллирующий характер оптической толщины τ связан с осцилляциями мощности излучения $P_{\omega\Omega}$.

3. В предыдущем разделе было показано, что искривление траектории заряженных частиц, движущихся вдоль силовых линий магнитного поля, приводит к появлению нового (магнитодрейфового) механизма усиления продольных волн, возможности которого для пульсаров ранее не исследовались. Здесь мы оценим эффективность усиления плазменных волн этим механизмом в условиях, характерных для магнитосферы пульсара. Пусть в области источника напряженность магнитного поля $B \simeq 10^6$ гс и кривизна силовых линий $R_B \simeq 10^9$ см. Если частоты усиливаемых волн лежат в радиодиапазоне, то, как следует из неравенства (9), в очень широком интервале энергий излучающих частиц $E \lesssim 10^9\ mc^2$ реализуется приближение широкой диаграммы направленности.

Усиление плазменных волн с фазовой скоростью больше скорости света мало ($|\tau| \ll 1$), если плазма в магнитосфере пульсара релятивистская и $\theta > 1$. Действительно, в этом случае выражение для оптической толщины (17) можно переписать следующим образом*:

$$\tau \simeq -\frac{1}{2} D \gamma_0^{-2} K(q^*), \tag{20}$$

где через $K(q^*)$ обозначена функция $K(q^*) = q^* K_{1/3}(q^*) K_{2/3}(q^*)$, величина которой не превышает единицы: $\gamma_0 = E_0/mc^2 \gg 1$ — релятивистский фактор основной плазмы, $D = (8\pi EN)/B^2$ — отношение плотности энергии излучающих частиц к плотности энергии магнитного поля. Последняя величина много меньше единицы ($D \ll 1$), так как только в этом случае магнитное поле определяет направление движения излучающих частиц. Продольные волны с $v_ф > c$ могут эффективно усиливаться только в магнитосфере с нерелятивистской основной плазмой. Необходимым условием для этого является существование в магнитосфере пульсара потока частиц с продольными импульсами $p_\parallel^* > 10^6\ mc$ (см. (18)) и концентрацией $N \gtrsim 3 \cdot 10^7 T\, (mc/p_\parallel^*)$ (T — температура основной плазмы). Последнее неравенство следует из требования, чтобы оптическая толщина (17) по модулю превышала единицу ($|\tau| > 1$). Приведенные здесь оценки справедливы в области углов $\theta > 0$. В области $\theta < 0$ величина $|\tau|$ может достигать единицы для волн с $v_ф > c$, распространяющихся в релятивистской плазме, при $D < 1$.

---

* Для релятивистской плазмы в (17) можно положить $\left|\frac{\partial \operatorname{Re} \varepsilon_{33}}{\partial k}\right| \simeq \left|\frac{\partial \operatorname{Re} \varepsilon_{\parallel}}{\partial k}\right| \simeq 8\frac{c}{\omega}\gamma_0^2$, где $\varepsilon_\parallel$ — компонента тензора диэлектрической проницаемости вдоль магнитного поля (см. в этой связи [14]).

Эффективное усиление продольных волн с фазовой скоростью меньше скорости света может происходить в магнитосфере как с нерелятивистской, так и релятивистской основной плазмой. Для этого необходимо, чтобы концентрация заряженных частиц в потоке N превышала величину $N \gtrsim 10^{-7}\, T\left(\frac{p^*_\parallel}{mc}\right)^3$ в первом случае и $N \gtrsim 8\cdot 10^{-8}\gamma_0^2\left(\frac{p^*_\parallel}{mc}\right)^3$ — во втором. Например, для $\gamma_0 \simeq 70$ и $p^*_\parallel \simeq 3\cdot 10^2\, mc$ (см. в этой связи [5, 6]) концентрация частиц в потоке должна превысить $N \gtrsim 10^4$ см$^{-3}$.

Здесь необходимо сделать несколько замечаний по поводу приведенных выше оценок. В данной работе рассматривается кинетический режим усиления и поглощения продольных волн. Это обстоятельство накладывает ограничение на величину допустимых значений плотности частиц в потоке: увеличение плотности частиц приводит к появлению условий, при которых возможен гидродинамический режим усиления продольных волн. Может оказаться, что коэффициент усиления в этом режиме превысит соответствующий кинетический коэффициент. К сожалению, условия, при которых возникает гидродинамический режим усиления, в рамках используемого в данной работе метода коэффициентов Эйнштейна получить нельзя. В противоположном (черенковском) пределе $\delta p_\parallel \gg L_p$ из условия реализации гидродинамического режима усиления [14] следует, что при указанных выше параметрах источника с релятивистской плазмой гидродинамический режим возникает раньше, чем оптическая толщина достигает единицы в кинетическом режиме.

Следует также заметить, что выражение для оптической толщины (12) магнитодрейфового излучения найдено в предположении малого изменения амплитуды волны на всем интервале взаимодействия между потоком и волной с заданным направлением волнового вектора. Поэтому область применимости полученных формул ограничивается условием $|\tau| < 1$; оценки оптической толщины при $|\tau| > 1$ могут указывать только на возможность большого усиления продольных волн магнитодрейфовым механизмом в магнитосфере пульсара.

Исследование магнитодрейфового излучения выше было проведено в предположении о неизменности дисперсионных свойств среды вдоль траектории движения излучающих частиц. В то же время неоднородность плазмы вдоль траектории может привести как к изменению свойств самого магнитодрейфового излучения отдельной частицы, так и к изменению характера реабсорбции продольных волн, вызванному чередованием интервалов с положительным и отрицательным поглощением на размерах порядка длины эффективного взаимодействия

Выражение для мощности в форме (3) будет описывать излучение релятивистской частицы, движущейся по искривленной траектории в неоднородной плазме, если выполнено условие

$$\left| \frac{\partial n}{\partial l} l_0 \right| \ll 1, \tag{21}$$

где l —координата вдоль траектории заряда, $l_0 = 3R_B(\omega R_B/2c)^{1/2}|z|^{-1/2}$. Смена знака реабсорбции на размерах порядка длины эффективного взаимодействия l_0 не происходит, то есть остается справедливым выражение для оптической толщины в форме (12) при условии

$$\left| \frac{3\pi}{2z \frac{\partial n}{\partial l} l_0} \right| \gtrsim 1. \tag{22}$$

Заметим, что при выполнении условия (21) неравенство (22) справедливо до больших значений z $\left(|z| \sim \frac{1}{\left| \frac{\partial n}{\partial l} l_0 \right|} \gg 1 \right)$.

В магнитосфере с релятивистской плазмой, плотность которой меняется вдоль траектории потока с характерным масштабом L_N, неравенство (21) можно переписать следующим образом:

$$L_N \gg \frac{3\left(\frac{R_B\omega}{2c}\right)^{1/3} R_B}{4\gamma_0^2 |z|^{1/4}} \tag{23}$$

(см. в этой связи работу [14]). Подставляя в (23) $R_B \simeq 10^9$ см, $\omega \simeq 5 \cdot 10^9$ с$^{-1}$, $\gamma_0 \simeq 70$ и считая $|z| \sim 1$, получаем $L_N \gg 7 \cdot 10^7$ см. Характерный масштаб неоднородности плазмы в магнитосфере пульсара можно положить с большой вероятностью равным по порядку величины расстоянию от области усиления до нейтронной звезды. Следовательно, приближение однородного источника справедливо в областях магнитосферы, расположенных высоко над поверхностью нейтронной звезды; вблизи поверхности звезды необходимо учитывать не только искривление траектории потока заряженных частиц (магнитодрейфовое излучение), но и изменение коэффициента преломления вдоль траектории (переходное излучение). Этот учет приведет к тому, что излучение заряженной частицы, обладая чертами черенковского и магнитодрейфового излучения, приобретет при этом также особенности, характерные для переходного излучения.

Таким образом, искривление траектории движения потока заряженных частиц ведет к изменению характера излучения продольных волн в магнитоактивной плазме, в том числе и в магнитосфере пульсара. Появляется новый тип усиления, связанный с магнитодрейфовым механизмом излучения и реабсорбции для продольных волн с фазовой скоростью как меньше ($v_\phi < c$), так и больше ($v_\phi > c$) скорости света. Проведенные здесь оценки показывают, что этот магнитодрейфовый механизм может служить эффективным способом генерации продольных волн в магнитосфере пульсара. Кроме того, эти оценки указывают на возможность существования в магнитосфере областей, где излучение продольных волн релятивистскими частицами происходит в результате одновременного действия трех механизмов излучения — черенковского, магнитодрейфового и переходного.

Автор признателен В. В. Железнякову, В. В. Зайцеву и Е. В. Суворову за постоянный интерес к работе, обсуждение и ценные замечания.

Приложение

Определим уровни энергии релятивистского электрона, движущегося в аксиально-симметричном магнитном поле, которое описывается векторным потенциалом $A_\rho = A_\varphi = 0$, $A_z = -f(\rho)$ (система координат приведена на рис. 1). Силовые линии такого поля представляют собой концентрические окружности с центром на оси z, а величина магнитного поля меняется по закону $B = B_\varphi = df(\rho)/d\rho$.

В пренебрежении спиновыми эффектами уравнение для функции Ψ, описывающее стационарные состояния электрона во внешнем магнитном поле, имеет вид:

$$-\hbar^2\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Psi}{\partial\rho}\right)+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}\right]-2i\hbar\frac{e}{c}f(\rho)\frac{\partial\Psi}{\partial\rho}+$$
$$+\frac{e^2}{c^2}f^2(\rho)\Psi=\left(\frac{E^2}{c^2}-m^2c^2\right)\Psi, \tag{П.1}$$

где E — энергия, m — масса покоя, e — заряд электрона, $\hbar$ — постоянная Планка.

Операторы компонентов импульса $\hat{p}_\varphi$ и $\hat{p}_z$ коммутируют с оператором, стоящим в левой части уравнения (П. 1). Поэтому собственные значения этих операторов являются сохраняющимися величинами и решение этого уравнения можно искать в виде:

$$\Psi=\frac{e^{il\varphi}}{\sqrt{2\pi}}\,e^{ip_z z/\hbar}R(\rho), \tag{П.2}$$

где l — собственные значения оператора проекции момента импульса, измеренного в единицах $\hbar$, на ось z ($l=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$), p_z — собственные значения z — компоненты обобщенного импульса $(-\infty < p_z < +\infty)$.

Сохраняющаяся квантовая величина l соответствует классической величине $p_\varphi l$ — проекции момента импульса электрона на ось z (p_φ — компонента импульса электрона, находящегося на расстоянии ρ от оси симметрии).

Подставив (П.2) в (П.1) и введя новую функцию $u(\rho) = \sqrt{\rho}\,R(\rho)$, получаем

$$u''(\rho) + \frac{1}{\hbar^2}\left[\frac{E^2}{c^2} - m^2c^2 - \left(p_z + \frac{e}{c}f(\rho)\right)^2 - \frac{\hbar^2(l^2 - 1/4)}{\rho^2}\right]u(\rho) = 0. \quad \text{(П.3)}$$

Будем рассматривать такие магнитные поля, размер неоднородности которых вдоль оси $\vec{\rho}_0$ и радиус кривизны ρ много больше характерного масштаба a_B локализации радиальной функции $u(\rho)$: $a_B(dB/d\rho) \ll B$, $\rho \gg a_B$. В этом случае в плоскости, перпендикулярной к магнитному полю, движение заряда мало отличается от движения в однородном магнитном поле. Другими словами, в первом приближении уравнение для радиальной функции $u(\rho)$ должно по форме совпадать с уравнением Шредингера для линейного осциллятора, колеблющегося с частотой ω_B (приближение малых колебаний). Раскладывая выражение, стоящее в квадратных скобках перед $u(\rho)$, в ряд по $\rho - \rho_0$* и ограничиваясь первыми неисчезающими членами разложения, получим для функции уравнение гармонического осциллятора (см. в этой связи [15])

$$u''(\rho) + \frac{1}{\hbar^2}\left[\frac{E^2}{c^2} - m^2c^2 - \frac{\hbar^2 l^2}{\rho_1^2} - \frac{\hbar^4 l^4 c^2}{e^2 B_0^2 \rho_0^6} - \frac{e^2 B_0^2}{c^2}(\rho - \rho_1)^2\right]u(\rho) = 0. \quad \text{(П.4)}$$

Здесь $B_0 = -\left.\dfrac{dA_z}{d\rho}\right|_{\rho=\rho_0}$, $\rho_1 = \rho_0 + \dfrac{\hbar^2 l^4 c^2}{e^2 B_0^2 \rho_0^3}$ — сохраняющаяся квантовая величина, соответствующая ρ — координате центра окружности с учетом кривизны силовых линий магнитного поля. В (П.4) пренебрежено 1/4 по сравнению с l^2, что можно сделать при условии $\rho_1 \gg \lambda_D/2\pi$ (λ_D — длина волны де-Бройля).

Решение уравнения для гармонического осциллятора хорошо известно:

$$u_n(\rho) = \mathrm{const}\cdot e^{-\frac{1}{2a_B^2}(\rho-\rho_1)^2} H_n\left(\frac{1}{a_B}(\rho - \rho_1)\right), \quad \text{(П.5)}$$

---

* В классической механике движение частиц в плоскости, перпендикулярной к направлению однородного магнитного поля, происходит по окружности с неподвижным центром. Сохраняющаяся в квантовом случае величина ρ_0, определяемая равенством $p_z - (e/c)A_z(\rho) = 0$, соответствует классической ρ—координате такого центра.

где $a_B = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_B}}$, $\omega_B = \frac{|e|B}{mc}$, $H_n(x)$ — полином Эрмита. Константу в (П.5) можно найти, нормируя радиальную функцию $R(\rho)$ на единицу. Собственные значения энергии электрона E_n определяются по формуле:

$$E_n^2 = m^2c^4 + p_\parallel^2 c^2 + p_д^2 c^2 + p_\sim^2 c^2, \tag{П.6}$$

где $p_\parallel = \hbar l/\rho_1$ — величина, соответствующая проекции классического импульса частицы, находящейся на расстоянии ρ_1 от оси симметрии, на направление магнитного поля; $p_д = \frac{\hbar^2 l^2 c^2}{|e|B_0\rho_0^3} \simeq \frac{p_\parallel^2 c}{|e|B_0\rho_0}$ соответствует дрейфовой компоненте импульса электрона, а $p_\sim^2 = \frac{\hbar|e|B}{c}(2n+1)$ $(n = 0, 1, 2, 3, \ldots)$ — соответствует квадрату импульса электрона, связанного с вращением вокруг силовой линии магнитного поля.

Если при испускании одного фотона с частотой ω и импульсом $\vec{k}$ изменение квадрата поперечной компоненты импульса электрона много меньше расстояния между уровнями Ландау: $\Delta p_\perp^2 \ll 2m\omega_B$, то излучение происходит без изменения характера вращения электрона вокруг силовой линии (без возбуждения уровней Ландау). Полагая $\Delta p_\perp^2 \simeq \Delta p_д^2$, получаем следующее условие невозбуждения уровней Ландау:

$$\varphi \equiv p_д^3/p_\parallel^3 \ll \frac{c}{2\omega\rho_1}. \tag{П.7}$$

При этом условии закон сохранения энергии можно переписать следующим образом:

$$\Delta E^2 \simeq c^2\Delta\left(p_\parallel^2 + \frac{p_\parallel^4}{m^2\omega_B^2\rho_0^2}\right). \tag{П.8}$$

Отсюда получаем

$$\Delta p_\parallel \simeq \frac{\hbar\omega}{c^2}\cdot\frac{Ep_\parallel}{p_\parallel^2 + 2p_д^2}; \quad \Delta p_\sim = 0. \tag{П.9}$$

При нарушении неравенства (П.7) излучение может происходить с возбуждением уровней Ландау.

Институт прикладной физики
АН СССР

CURVATURE RADIATION ON LONGITUDINAL WAVES IN MAGNETOSPHERE OF A NEUTRON STAR

V. E. SHAPOSHNIKOV

Radiation of longitudinal waves with the refraction index $n \simeq 1$, $|1-n| \ll 1$ from a relativistic charged particle moving along curved magnetic field lines (curved radiation) is discussed. Reabsorption of these waves by curved stream particles is investigated. It is shown that the reabsorption coefficient may be negative for the waves with $n > 1$ and $n < 1$. The effective amplification is possible for propagation of longitudinal waves in nonrelativistic and relativistic plasmas. It is shown when the curvature of the trajectory of charged particles can be neglected for longitudinal wave reabsorption. Optical thickness for curvature absorption in the case of pulsar magnetosphere is estimated. The range of validity of the considered theory is given for plasma with dispersion properties varying along the stream.

ЛИТЕРАТУРА

1. *R. D. Blandford*, M. N. R.A.S., 170, 551, 1975.
2. *D. B. Melrose*, Ap. J., 225, 557, 1978.
3. *V. V. Zheleznyakov, V. E. Shaposhnikov*, Australian J. Phys., 32, 40, 1979.
4. *P. A. Sturrock*, Nature, 227, 465, 1970.
5. *M. A. Ruderman, P. G. Satherland*, Ap. J., 196, 51, 1975.
6. *A. F. Cheng, M. A. Ruderman*, Ap. J., 212, 800, 1917.
7. *Yu. V. Chugunov, V. Ja. Eidman, E. V. Suvorov*, Astrophys. Space Sci., 32, 7, 1975.
8. *В. Я. Эйдман*, ЖЭТФ, 41, 1971, 1961.
9. *Т. А. Горева, Е. В. Суворов*, ЖЭТФ, 62, 2147, 1972.
10. *Е. В. Суворов*, Кандидатская диссертация, ГГУ, Горький, 1973.
11. *С. А. Каплан, В. Ю. Трахтенгерц*, Изв. ВУЗ-ов, Радиофизика, 10, 14, 1967.
12. *В. Д. Шафранов*, Вопросы теории плазмы, вып. 3, Атомиздат, М., 1963.
13. *В. Н. Цытович*, Вестн. МГУ, сер. Физика, 7, 29, 1961.
14. *Д. Г. Ломинадзе, А. Б. Михайловский*, ЖЭТФ, 76, 959, 1979.
15. *А. А. Соколов, Н. П. Клепиков, И. М. Тернов*, ЖЭТФ, 23, 632, 1952.