

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 17

АВГУСТ, 1981

ВЫПУСК 3

УДК 524.3/4—32+524.6

НЕЛИНЕЙНЫЙ РОСТ ВОЗМУЩЕНИЙ ПЛОТНОСТИ В РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

А. М. ШУКУРОВ

Поступила 11 декабря 1979

Принята к печати 6 января 1981

Рассматривается нелинейная стадия эволюции адиабатических возмущений плотности в бесстолкновительной среде при наличии динамического давления, создаваемого хаотическими движениями частиц. Анализируется процесс увеличения крутизны профиля и опрокидывания нелинейных волн. Получена в явном виде функция, приближенно описывающая эволюцию нелинейных возмущений в «горячей» среде. Приводятся соотношения, позволяющие рассчитать плотность, давление вещества и т. д. по начальным параметрам среды. Результаты работы могут быть использованы при рассмотрении совместной эволюции мелкомасштабных ($M \approx M_J \approx (10^3 \div 10^6) M_\odot$) энтропийных и крупномасштабных ($M \approx (10^{13} \div 10^{15}) M_\odot$) адиабатических возмущений и описывают скучивание образовавшихся после рекомбинации плотных газовых облаков $M \sim M_J$ в более крупные объединения — галактики и скопления галактик.

Задача настоящей работы — рассмотрение развития нелинейных адиабатических возмущений плотности в бесстолкновительной самогравитирующей среде. Нелинейная теория гравитационной неустойчивости [1—3] в газодинамической среде предсказывает образование на некотором этапе развития возмущений так называемых «блинов» — уплощенных газовых облаков, в которых вещество сжато и разогрето в ограничивающих их ударных волнах. Образование ударных волн останавливает сжатие вещества, предотвращая достижение бесконечных плотностей. «Блины» (их масса — $10^{13} \div 10^{16} M_\odot$) могут быть отождествлены с протоскоплениями галактик. Решение уравнений гидродинамики с тяготением, приводящее к таким выводам, является точным при возмущениях, зависящих только от одной декартовой координаты, а в общем случае ошибки не превышают 20—30% [4]. Характерным свойством нелинейной теории являет-

ся резко анизотропный характер сжатия вещества в центральных частях «блина», что позволяет использовать результаты, полученные в одномерном приближении. Это обстоятельство широко используется ниже.

В бесстолкновительной среде образования ударных волн не происходит и движение частиц приводит к появлению некоторой области, где плотность вещества бесконечно велика. Однако учет пекулярных движений частиц предотвращает неограниченный рост плотности, делая задачу более реалистической. Процессы, приводящие к образованию «блина» в бесстолкновительной среде, вполне аналогичны процессам опрокидывания нелинейных волн в плазме [5]. Бесстолкновительный «блин» представляет собой систему нескольких взаимопроникающих потоков частиц. В настоящей работе мы не будем рассматривать процессы релаксации в этой системе и взаимодействие потоков друг с другом. Поэтому рассматриваются моменты времени, близкие к моменту опрокидывания, пока движение потоков может считаться независимым.

Отметим, что момент образования «блина» (т. е. опрокидывания волны) — единственный физически выделенный момент времени. До этого момента общая картина развития возмущений одинакова как в бесстолкновительной, так и в газодинамической среде; только после опрокидывания (или образования ударных волн) возникают характерные отличия бесстолкновительного «блина» от газодинамического. Поэтому сравнивать характеристики «блинов» следует именно в момент их образования, хотя опрокидывание волны происходит, при прочих равных условиях, тем позже, чем больше начальная температура среды, определяемая пекулярными движениями частиц.

Кинетическое описание «горячих» и «холодных» систем гравитирующих точечных масс (т. е. систем, частицы которых соответственно обладают или не обладают пекулярными скоростями) обсуждалось в [6—8], однако нелинейная стадия развития возмущений требует дальнейшего рассмотрения.

Выводы настоящей работы представляют интерес при изучении развития нелинейных адиабатических возмущений, сосуществующих с энтропийными возмущениями плотности, причем общий спектр возмущений сразу после рекомбинации имеет два резких максимума на масштабах, соответствующих массе Джинса ($\sim 10^5 M_{\odot}$) и массе Силка ($\geq 10^{13} M_{\odot}$) [2], и амплитуда мелкомасштабных возмущений много больше амплитуды крупномасштабных. В этом случае на раннем этапе эволюции Вселенной ($z \sim 200$) развитие мелкомасштабных возмущений приводит к образованию плотных газовых облаков массой порядка $10^5 M_{\odot}$, в которых может начинаться интенсивное звездообразование, превращающее часть из них в шаровые скопления [2, 3, 9, 10]. Затем развитие крупномасштабных возмущений приводит к формированию скоплений галактик и отдельных га-

ластик в бесстолкновительном [11] «газе», состоящем из протошаровых скоплений и/или уже успевших образоваться звезд.

Кроме того, результаты, полученные ниже, могут оказаться полезными при развитии гипотезы о существовании у нейтрино массы покоя (< 13.5 эВ) [12, 13]. Такие «тяжелые» нейтрино образуют при $z < 10^4$ нерелятивистский бесстолкновительный газ, нарастание малых возмущений в котором приводит к формированию своеобразных «блинов», в которых наряду с веществом уплотнен и нейтринный газ.

Решение задачи о движении частиц, обладающих пекулярными скоростями, проведем методом последовательных приближений. Сначала найдем распределение плотности и средней скорости «холодного» вещества; это распределение разобьем на невозмущенное движение, затухающее и растущее возмущения. Такое разбиение совершается тривиально для малых возмущений [14], после чего растущее возмущение на фоне невозмущенного решения описываем с помощью нелинейной теории гравитационной неустойчивости. Решение этой задачи об образовании «блина» в бесстолкновительной среде, частицы которой не обладают пекулярными скоростями («холодной», бесстолкновительной среде), описывается в разделе 1. Полученные характеристики «холодного блина» (плотность, толщина, поверхностная плотность и т. д.) сопоставляются затем с соответствующими параметрами газодинамического «блина», ограниченного ударными волнами.

При наличии пекулярных скоростей рассматриваем движение частиц в потенциале, заимствованном из предыдущего решения. Такой подход является несамосогласованным, но следующее приближение — изменение потенциала при учете пекулярных скоростей, вызывающих изменение плотности, — слишком громоздко и не вносит качественных изменений; мы отказываемся от этого приближения. Задача об образовании «блина» из бесстолкновительных частиц, обладающих пекулярными скоростями, обсуждается в разделе 2. Получена в явном виде функция, описывающая развитие нелинейных возмущений в такой среде, приведены соотношения, позволяющие рассчитать важнейшие характеристики «горячего бесстолкновительного блина». Раздел 3 посвящен расчету распределения вещества и скоростей частиц в «горячем блине» в зависимости от времени при различных начальных температурах среды и обсуждению полученных результатов.

1. Развитие возмущений в «холодной» бесстолкновительной среде. Допустим, что разброса частиц по скоростям нет и, следовательно, давление и температура среды равны нулю. Согласно нелинейной теории гравитационной неустойчивости движение частиц в этом случае приближенно описывается формулой [2]

$$r = a(t) \xi + b(t) S(\xi), \quad (1.1)$$

где $r = \{x, y, z\}$ — эйлерова координата частицы; $\xi = \{\xi, \eta, \rho\}$ — лагранжева координата, совпадающая с невозмущенной координатой частицы в начальный момент времени; $S(\xi)$ — вектор смещения частицы из невозмущенного положения; $a(t)$ и $b(t)$ — известные функции времени, описывающие хаббловское расширение и эволюцию возмущений соответственно.

Вообще говоря, формула (1.1) справедлива только до начала пересечений траекторий частиц. После этого в области пересечения траекторий возникает многопоточковая конфигурация (см. ниже), для которой характерна многозначность зависимости скорости частиц от эйлеровых координат. Формула (1.1) дает в этом случае неоднозначность также и в зависимости ускорения частиц от эйлеровых координат и в этой области неверна. Однако ее можно экстраполировать на моменты времени сразу после опрокидывания, когда скорости частиц еще близки к значениям, получаемым по (1.1).

В дальнейшем для простоты будем рассматривать случай критической плотности вещества $\Omega = 1$, $a = a_0 t^{2/3}$, $b = b_0 t^{4/3}$, одномерные возмущения, а $S(\xi)$ зададим в виде

$$S_x(\xi) = -\alpha \left(\xi - \frac{\rho}{3} \xi^2 \right); \quad S_y(\xi) = S_z(\xi) \equiv 0. \quad (1.2)$$

Для плотности вещества получаем следующее выражение:

$$\rho(\xi, t) = \frac{\rho_0}{Dr/D\xi} = \frac{\rho_0}{a^3 \left(1 + \frac{b}{a} \frac{dS_x}{d\xi} \right)} = \frac{\bar{\rho}}{1 - \tau + \beta \xi^2}, \quad (1.3)$$

где $Dr/D\xi$ — якобиан перехода от лагранжевых к эйлеровым координатам, ρ_0 — начальная плотность, $\bar{\rho}$ — фоновая (невозмущенная) плотность, $\tau = (t/t_c)^{2/3}$, $t_c^{2/3} = a_0/b_0^2$. Ниже будем считать a нормированным так, что $a(t_c) = 1$. t_c есть тот момент времени, когда впервые (в плоскости $\xi = 0$) достигается бесконечная плотность.

Разрешая (1.1) относительно $\xi = \xi(x, t)$ и подставляя результат в (1.3), найдем $\rho(x, t)$. При $\tau > 1$ функция $\xi = \xi(x, t)$ неоднозначна. Данному x отвечают, вообще говоря, три значения ξ . Это говорит о том, что при $\tau > 1$ в каждой точке некоторой области физического эйлерова пространства в данный момент времени находятся три частицы с различными лагранжевыми координатами. Таким образом, „блин“ состоит из трех потоков частиц, занимавших в начальный момент времени различное положение в пространстве. Заметим, что выражение (1.2) можно рассматривать как результат разложения $S_x \xi$ в ряд с точностью до кубичных членов. С течением времени все

большее значение приобретают следующие члены, поэтому число потоков может расти (см. [15], а также [16, 17]).

В области $|\xi| < \xi_0 = ((\tau - 1)/\rho)^{1/2}$ при $\tau > 1$ формально $\rho < 0$. Это означает, что частицы с $|\xi| < \xi_0$ уже миновали область с бесконечной плотностью, а частицы с $|\xi| > \xi_0$ особенности еще не достигли. Плотность вещества в „блине“ есть сумма модулей плотностей этих потоков. (см. рис. 1, где отдельные части кривой $x(\xi)$ отвечают соот-

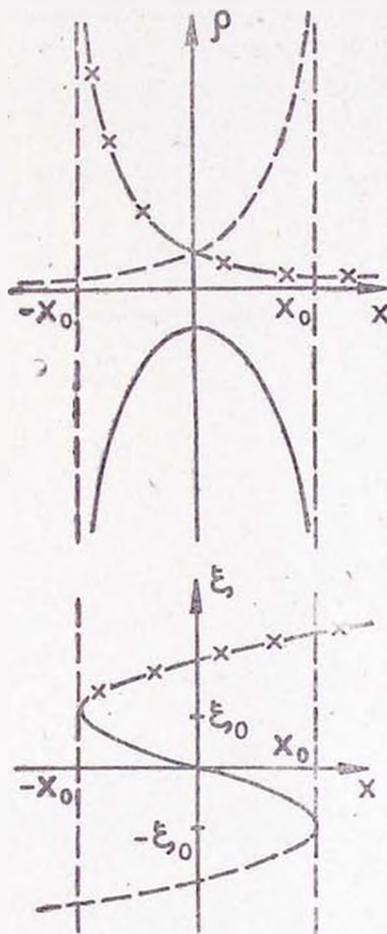


Рис. 1.

ветственно помеченным составляющим плотности). Зависимость $\rho(x, t)$ в окрестности точек $x = 0$, $x = x_0$ (и любых других) можно получить в виде разложений (1.3) в ряд в следующем виде:

$$\text{при } x \approx 0 \quad \rho \approx 2\bar{\rho}(\tau - 1)^{-1}(1 + 0.36 x^2/x_0^2),$$

$$\text{при } x \lesssim x_0 \quad \rho \approx 2.24\bar{\rho}(\tau - 1)^{-1}(1 - x/x_0)^{-2/3},$$

$$\text{при } x \gtrsim x_0 \quad \rho \approx 0.33\bar{\rho}(\tau - 1)^{-1}[1 + 0.17(1 - x/x_0)],$$

где $x_0 \approx (2/3)\beta^{-1/2}(\tau - 1)^{3/2}$ — эйлерова координата фронта уплотнения, т. е. поверхности «блина».

Полная масса «блина» конечна, в соответствии с этим $\rho(x, t)$ имеет в точке $x = x_0$ интегрируемую особенность порядка $2/3$. Особенность, появляющаяся при $\tau = 1$ в плоскости $\xi = 0$ ($x = 0$), имеет порядок $1/2$ и также интегрируема, а затем она распадается на две особенности порядка $2/3$, движущиеся от центра $x = 0$ со скоростью

$$\dot{x}_0 = \frac{2}{3} t_c^{-1} \beta^{-1/2} (\tau - 1)^{1/2}.$$

Вид функции $\rho(x, t)$ изображен на рис. 2.

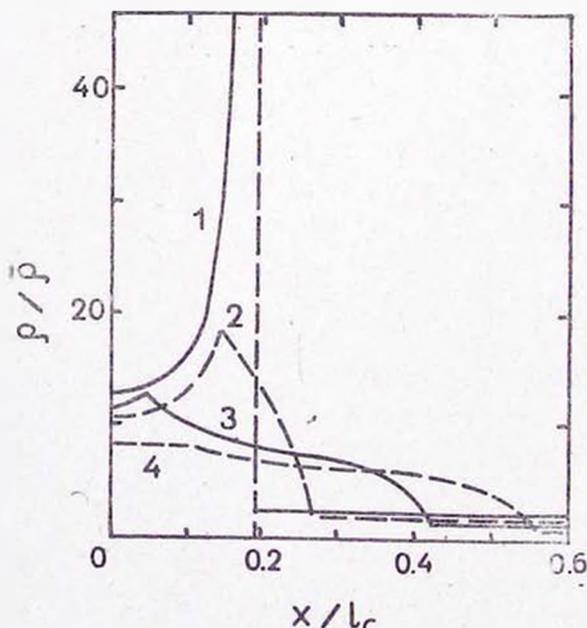


Рис. 2. Зависимость плотности вещества от эйлеровой координаты при $\alpha = 1.16$.
1) $\gamma = 0$; 2) $\gamma = 1.4 \cdot 10^{-3}$; 3) $\gamma = 4.2 \cdot 10^{-3}$; 4) $\gamma = 7.0 \cdot 10^{-3}$.

В заключение приведем сравнительные характеристики «блина» из бесстолкновительных частиц с газодинамическим «блином», ограниченным ударными волнами (см. также табл. 1). Все величины, относящиеся к га-

зодинамическому «блину», помечены знаком «~» (тильда) и относятся к моментам времени сразу после образования «блина» $0 < \tau - 1 \ll \tau$, l_c — эйлерово расстояние между экстремумами скорости при $\tau = 1$.

1. Толщина «блина» в лагранжевых (l_z) и эйлеровых (l_x) координатах: $l_z \approx 4\beta^{-1/2} (\tau - 1)^{1/2} \approx 1,04 \bar{l}_z$; $l_x \approx 1.33 \beta^{-1/2} (\tau - 1)^{3/2} \approx 1.57 \bar{l}_x$. Таким образом, на начальном этапе бесстолкновительный «блин» примерно в полтора раза толще газодинамического, а количество вещества, заключенное в них, примерно одинаково.

Таблица 1

$\gamma \cdot 10^3$	$\rho_{cp}/\bar{\rho}$	$(l^*/l_c) \cdot 10^3$	$\sigma/(\bar{\rho} l_c)$
Газодинамический «блин»	225.0	0.5	2.3
0	150.0	1.7	2.4
1.4	14.6	1.7	2.5
4.2	9.0	2.1	4.1
7.0	6.0	5.2	4.6

Поверхностная плотность σ «блина» просто связана с его толщиной: $\tau = \bar{\sigma} l_z$.

2. Средняя плотность «блина» $\rho_{cp} = \left(\int_{-x_0}^{x_0} \rho dx \right) / l_x = \sigma / l_x$. Отсюда

$\rho_{cp} \approx 3\bar{\rho} (\tau - 1)^{-1} \approx 2/3 \bar{\rho}_{cp}$. Очевидно, этот результат находится в полном соответствии с результатом пункта 1.

3. Определим эффективную толщину «блина» так:

$$l^* = \left(\int_0^{x_0} x \rho dx \right) / \int_0^{x_0} \rho dx.$$

Эта величина отражает степень концентрации вещества в «блине»: чем более сконцентрировано вещество, тем меньше эффективная толщина

$$l^* \approx 0.42 \beta^{-1/2} (\tau - 1)^{3/2} \approx 3.79 \bar{l}^*; \quad l^*/\bar{l}^* \approx 2.41 l_x/\bar{l}_x.$$

Таким образом, «блин» из бесстолкновительных частиц толще газодинамического, а степень концентрации вещества в последнем выше. Кинетическая энергия сталкивающихся слоев вещества в газодинамическом «блине» трансформируется в ударной волне в тепловую энергию сжатого газа и затем высвечивается. При $0 < \tau - 1 \ll \tau$ для поверхностной плотности кинетической энергии вещества в газодинамическом «блине» полу-

чаем такое выражение: $\tilde{W} \simeq 6 \bar{\rho} a_0 t_c^{-2} \beta^{-1/2} (\tau - 1)^2$. Аналогичная величина в «блине» из бесстолкновительных частиц имеет примерно такое же значение: $W \simeq 0.8 \tilde{W}$. Однако в бесстолкновительном «блине» не происходит столь бурной диссипации энергии, как в газодинамическом. Взаимодействие частиц лишь перераспределяет энергию между ними.

2. *Эволюция среды с разбросом частиц по скоростям.* Будем рассматривать движение частиц, обладающих начальными пекулярными скоростями u , в частности, развитие возмущений плотности в среде, состоящей из таких частиц. Для упрощения выкладок рассмотрим частицы одинаковой массы m , аналогично 1, одномерную задачу, в которой плотность, функция распределения частиц по скоростям v_x и гравитационный потенциал не тривиально зависят только от координаты x . При этом учитывается общее хаббловское расширение по всем осям и наличие компонент пекулярной скорости v_y, v_z . Однако предполагается, что v_y и v_z не вызывают возмущений плотности, так что плотность ρ остается зависящей только от x , а потенциал имеет вид:

$$\varphi = \frac{1}{2} \chi(x) + \frac{2\pi}{3} \bar{G} \rho (y^2 + z^2).$$

Как уже отмечалось, в одномерном случае при условии отсутствия пекулярных скоростей частиц приближенное решение (1.1) оказывается точным вплоть до момента появления бесконечной плотности. Уравнение движения частиц при наличии пекулярных скоростей запишем в следующем виде, добавив в (1.1) дополнительный член:

$$\dot{x} = a(t) \xi + \dot{b}(t) S(\xi) + c(t, \xi, v_x) v_x, \quad (2.1)$$

где $v_x = \dot{x}$ — компонента начальной пекулярной скорости частицы.

В дальнейшем $c(t, \xi, v_x)$ будем искать, не учитывая последовательно обратное влияние пекулярных движений частиц на гравитационный потенциал (последовательный учет этого эффекта предполагает изменение вида функции $b(t)$).

Дальнейшее упрощение возникает, если начальное распределение по компоненте хаотической скорости v_x (индекс « x » в дальнейшем опускаем) взято в виде ступеньки

$$f = A \epsilon(v/v_0) = \begin{cases} A & \text{при } |v| \leq v_0, \\ 0 & \text{при } |v| > v_0 \end{cases} \quad (2.2)$$

причем A не зависит от x, y, z . Такое распределение соответствует полностью вырожденному одномерному Ферми-газу.

По теореме Лиувилля, плотность в фазовом пространстве сохраняется, поэтому заданное вначале постоянство A сохраняется автоматически, в силу уравнений движения, во все последующие моменты времени. Отсюда следует, что достаточно следить за движением совокупности частиц, обладающих в точке x максимальной скоростью $u_1 = \bar{v}(\xi, t_0) + v_0$ и минимальной скоростью $u_2 = \bar{v}(\xi, t_0) - v_0$. Эти частицы сохраняют свои экстремальные свойства и в дальнейшем. Находим для них по (2.1) $x_1(\xi, t_0, t)$ и $x_2(\xi, t_0, t)$. Исключая ξ, t_0 , являющиеся параметрами, определим $u_1(x_1, t)$ и $u_2(x_2, t)$. Но индексы при x теперь не нужны. В данной точке $x = x_1 = x_2$, согласно теореме Лиувилля, распределение является ступенькой, следовательно

$$\begin{aligned}\bar{v}(x, t) &= \frac{u_1(x, t) + u_2(x, t)}{2}, \\ \rho(x, t) &= Aa^{-2}(u_1 - u_2).\end{aligned}\tag{2.3}$$

Эти значения \bar{v} и особенно $\rho(x, t)$ мы и будем сравнивать со значениями, найденными без учета пекулярной скорости. Отметим, что согласно [18], уравнения для u_1 и u_2 совпадают с уравнениями для характеристик $v_0 = \bar{v} + c_s$ и $\rho_0 = \bar{v} - c_s$ (c_s — скорость звука) для одномерного движения газа с показателем адиабаты, равным 3:

$$P = \frac{1}{3} \frac{v_0^2}{v_0^2} \rho^3, \quad c_s = \frac{v_0}{v_0} \rho.$$

Необходимо иметь в виду, что уравнение состояния $P \propto \rho^3$ является универсальным для одномерного движения бесстолкновительного газа, частицы которого не обладают внутренними степенями свободы.

Начиная с определенных моментов времени t при соответствующих x возможно появление двух или более заполненных областей в пространстве скоростей (см. рис. 3). В этом случае суммарная плотность числа частиц пропорциональна сумме нескольких отрезков $AB + CD + EF$, ее нельзя считать пропорциональной полной разности $u_1 - u_2 = AF$. Ситуация эта совершенно аналогична возникновению трехпоточковых конфигураций, характерных для движения частиц, не обладающих пекулярными скоростями (см. раздел 1).

Таким образом, осталось определить функцию $c(t, \xi, v)$. В отличие от функции $b(t)S(\xi)$, описывающей развитие растущей моды возмущений, функцию $c(t, \xi, v)$ в общем случае нельзя представить в факторизованном виде. Это связано с тем, что даже на линейном этапе в присутствии пекулярных скоростей возмущение растет без сохранения пространственного подобия.

Из каких соображений следует определять функцию $c(t, \xi, v)$? Прежде всего, в дальнейшем можно ограничиться рассмотрением только растущей моды возмущений в выражении потенциала, считая вклад убывающей моды пренебрежимо малым. Кроме того, необходимо учитывать, что соответствующие нейтральной моде возмущений пекулярные скорости из-

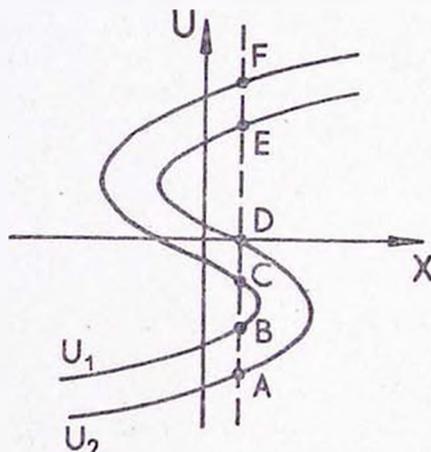


Рис. 3.

меняются со временем по закону $v \propto 1/a$. Если среда неоднородна, имеем $v \propto \rho a^2$. В однородном случае, если $S(\xi) \equiv 0$, зависимость между ξ , v и x имеет вид: $x = a_0 t^{2/3} \xi + 3a_0^{-1} v t^{1/3}$ и, соответственно, $u = \dot{x} = (2/3)a_0 t^{-1/3} \xi - v a_0^{-1} t^{-2/3}$. Аналогичные соотношения справедливы для y - и z -компонент. Первый член в этих формулах описывает общее хаббловское расширение, а второй — вклад пекулярных скоростей в движение отдельной частицы (заметим, что этот член не нарушает однородность среды [19]). Таким образом, в пределе малых возмущений (начальный этап эволюции, когда $b \cdot S \ll a \dot{\xi}$), должна существовать асимптотика $(\partial/\partial t) c(t, \xi, v) = a_0/a(t)$.

Существенные ограничения на функцию $c(t, \xi, v)$ накладывает следующее обстоятельство: совершенно естественно, что все соотношения, полученные для «горячего блина», должны переходить в соответствующие формулы раздела 1 при устремлении начальной температуры среды к нулю (т. е. $v_0 \rightarrow 0$, $A v_0 = \text{const}$). Очевидно, определяющим является осуществление такого предельного перехода в формулах для плотности среды.

Для плотности вещества справедливо выражение (2.3), где

$$\begin{aligned} u_1 &= a \dot{\xi}_1 + b \dot{S}(\xi_1) + \dot{c}(t, \xi_1, v_0) \cdot v_0, \\ u_2 &= a \dot{\xi}_2 + b \dot{S}(\xi_2) - \dot{c}(t, \xi_2, -v_0) \cdot v_0, \end{aligned} \quad (2.4)$$

а ξ_1 и ξ_2 , в свою очередь, определяются из соотношений

$$\begin{aligned} x &= a\xi_1 + bS(\xi_1) + c(t, \xi_1, v_0) \cdot v_0, \\ x &= a\xi_2 + bS(\xi_2) - c(t, \xi_2, -v_0) \cdot v_0. \end{aligned} \quad (2.5)$$

(2.4) определяет скорости u_1 и u_2 частиц, обладающих в точке x максимальной и минимальной скоростями соответственно, а (2.5) — их лагранжевы координаты ξ_1 и ξ_2 .

Используя (2.3), (2.4), (2.5), получаем:

$$\rho = \frac{\rho_0}{2a_0^2} \left[(c_1 + c_2) - \frac{a + b \frac{\Delta S}{\Delta \xi}}{a + b \frac{\Delta S}{\Delta \xi}} (c_1 + c_2) \right], \quad (2.6)$$

где индексы 1 и 2 обозначают зависимость от ξ_1 и ξ_2 , $(\Delta S)/(\Delta \xi) = (S_1 - S_2)/(\xi_1 - \xi_2)$ и учтена нормировка $2Av_0 = \rho_0$. Для того, чтобы эта формула переходила в (1.3) при $v_0 \rightarrow 0$, предельное значение $c(t, \xi, 0) = c(t, \xi, v_0)|_{v_0 \rightarrow 0}$ должно иметь вид (при $dS/d\xi \leq 0$):

$$\begin{aligned} c(t, \xi, 0) &= \frac{2}{a} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{b}{a} \frac{\partial S}{\partial \xi} - \frac{3}{4} \left(1 + \frac{b}{a} \frac{dS}{d\xi} \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(-\frac{b}{a} \frac{dS}{d\xi} \right)^{1/2} \ln \left| \frac{1 + \left(-\frac{b}{a} \frac{dS}{d\xi} \right)^{1/2}}{1 - \left(-\frac{b}{a} \frac{dS}{d\xi} \right)^{1/2}} \right| \right]. \end{aligned}$$

Однозначно восстановить по этому предельному значению вид функции $c(t, \xi, v_0)$, вообще говоря, нельзя. Но, учитывая, что при $v_0 \rightarrow 0$ $\Delta S/\Delta \xi \rightarrow dS/d\xi$, и принимая во внимание вид выражения (2.6) для плотности среды, логично предпочесть следующее выражение:

$$\begin{aligned} c(t, \xi, v_0) &= \frac{2}{a} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{b}{a} \frac{\Delta S}{\Delta \xi} - \frac{3}{4} \left(1 + \frac{b}{a} \frac{\Delta S}{\Delta \xi} \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(-\frac{b}{a} \frac{\Delta S}{\Delta \xi} \right)^{1/2} \ln \left| \frac{1 + \left(-\frac{b}{a} \frac{\Delta S}{\Delta \xi} \right)^{1/2}}{1 - \left(-\frac{b}{a} \frac{\Delta S}{\Delta \xi} \right)^{1/2}} \right| \right]. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Выбранное так c зависит одновременно от ξ_1 и ξ_2 , но это ничего не меняет во всех предыдущих выкладках.

Как показывают проведенные ниже (раздел 4) расчеты, такой выбор наилучшим образом соответствует сделанным выше предположениям о пренебрежении обратным влиянием пекулярных движений на вид функции $b(t)$.

Таким образом, задача сводится к решению нелинейной системы уравнений (2.5) относительно ξ_1 и ξ_2 . Аналитическое решение ее в общем случае затруднительно, но возможно численное решение, результаты которого обсуждаются ниже.

3. *Результаты численных расчетов.* Рассмотрим движение набора пробных частиц, обладающих пекулярными скоростями в потенциале, заимствованном из решения для «холодной» среды, т. е. в поле ускорений $\ddot{x} = \ddot{a}q + \ddot{b}S(q)$, где q — текущая лагранжева координата пробной частицы, совпадающей в начальный момент времени с материальной частицей. Так как пробные частицы обладают начальными скоростями, положение их не может все время совпадать с положением одних и тех же материальных частиц, создающих общее поле. Таким образом, q есть функция времени.

Отметим, что предлагаемая методика в настоящем виде применима только до начала пересечений траекторий частиц (т. е. до опрокидывания волны).

Дважды дифференцируя соотношение $x = aq(t) + bS[q(t)]$ и приравнявая результат к ускорению в «холодном блине» $\ddot{x} = \ddot{a}q + \ddot{b}S(q)$, получаем следующее уравнение для $q(t)$:

$$\frac{d}{dt} [(a + bS')\dot{q}] + (\dot{a} + \dot{b}S')\dot{q} = 0, \quad (3.1)$$

где $S = S(q)$, $a = a(t)$, $b = b(t)$ — известные функции, точка обозначает дифференцирование по t , штрих — по q .

Решая численно уравнение (3.1) и разрешая (1.1) относительно q при данном x , находим плотность среды, связанную с q следующим образом:

$$\rho(x) \propto a \left[\dot{q}_1 \left(1 + \frac{b}{a} S'_1 \right) - \dot{q}_2 \left(1 + \frac{b}{a} S'_2 \right) \right] = u_1^*(x) - u_2^*(x),$$

где индексы 1 и 2 обозначают, так же как и в (2.4), величины, относящиеся к частицам, движущимся в данной точке x с максимальной и минимальной скоростями соответственно. Последнее выражение полезно сравнить с формулой (2.3).

Результаты численных расчетов профилей плотности вещества в различные моменты времени для разных значений начальной температуры среды представлены на рис. 2, 4а, б, в. Безразмерный параметр γ характеризует начальные параметры среды и по порядку величины совпадает с числом Маха при $t = t_c$ в однородной невозмущенной среде:

$$\gamma = 2v_0 \frac{a_0}{a_c} \frac{t_c}{l_0}$$

(индекс «с» обозначает величины, относящиеся к моменту времени t_c ; l_0 есть характерный масштаб задачи, совпадающий с эйлеровым расстоянием между экстремумами скорости).

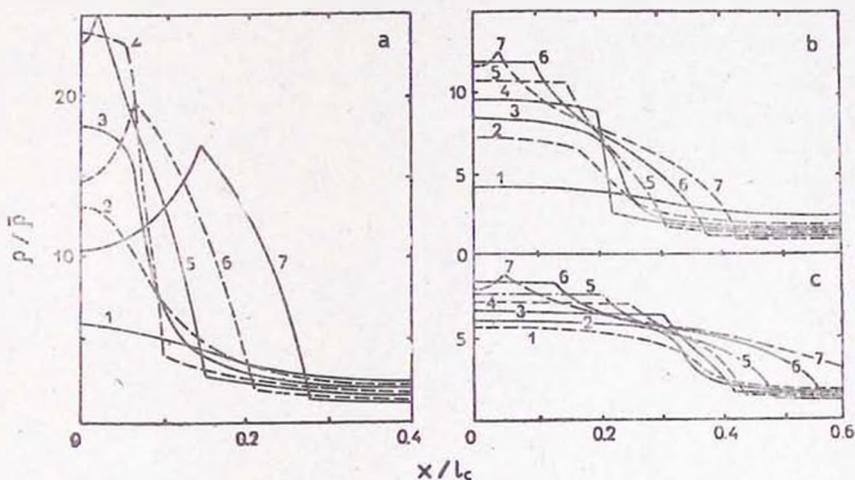


Рис. 4. а) Зависимость плотности вещества от эйлеровой координаты для различных моментов времени при $\gamma = 1.4 \cdot 10^{-3}$. Номерами помечены кривые, соответствующие следующим значениям α : 1) $\alpha = 0.86$; 2) $\alpha = 0.96$; 3) $\alpha = 1.00$; 4) $\alpha = 1.04$; 5) $\alpha = 1.08$; 6) $\alpha = 1.12$; 7) $\alpha = 1.16$. б) То же, что и на рис. 4а при $\gamma = 4.2 \cdot 10^{-3}$. Нумерация кривых соответствует рис. 4а. в) То же, что и на рис. 4а при $\gamma = 7.0 \cdot 10^{-3}$. 1) $\alpha = 0.96$; 2) $\alpha = 1.00$; 3) $\alpha = 1.04$; 4) $\alpha = 1.08$; 5) $\alpha = 1.12$; 6) $\alpha = 1.16$; 7) $\alpha = 1.20$.

Расчеты проведены для следующих значений γ : $\gamma_1 = 1.4 \cdot 10^{-3}$; $\gamma_2 = 4.2 \cdot 10^{-3}$; $\gamma_3 = 7.0 \cdot 10^{-3}$.

Из полученных результатов нетрудно видеть (рис. 5), что зависимость максимальной степени сжатия вещества $\rho_{\max}/\bar{\rho}$ на момент времени $\alpha = 0.99$ хорошо аппроксимируется степенным законом

$$\rho_{\max}/\bar{\rho} = 0.23\gamma^{-2/3}. \quad (3.2)$$

Это соотношение следует из уравнения состояния:

$$\rho = 3^{1/3} \rho_0^{2/3} P^{1/3} v_0^{-2/3} \quad (3.3)$$

и описывает одномерное адиабатическое сжатие бесстолкновительного газа, причем на одну частицу приходится энтропия $S \propto \ln T^2/\rho$. Так как при численном счете рассматривается движение частиц в гравитационном поле «холодного блина», подставляя в (3.3) максимальное значение давления в газодинамическом «блине» [2], получим максимальную степень сжатия вещества, с хорошей точностью совпадающую с (3.2).

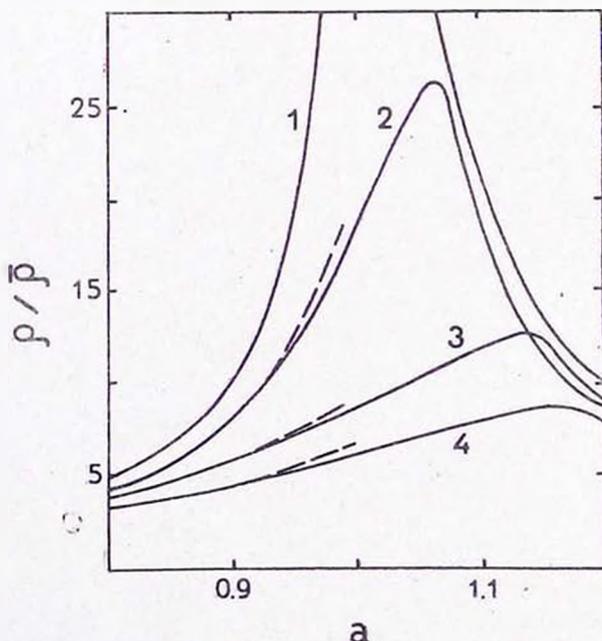


Рис. 5. Плотность в центре «блина» в зависимости от α . Нумерация кривых соответствует рис. 2.

На начальном этапе сжатия плотность вещества максимальна в центре «блина» ($x=0$). Но при $\alpha > 1$ для некоторых значений x , зависящих от α и γ , возникает двухпоточковая система, вследствие чего возникают изломы на графике $\rho(x)$ (рис. 4). Далее при $\alpha \geq \alpha_m(\gamma)$ в некоторой окрестности точки $x=0$ возникают три взаимопроникающих потока частиц, при больших x продолжают существовать два потока. Максимальное значение плотности достигается теперь при $x \neq 0$ на границе трех- и двухпоточковой областей. Отметим, что при $\alpha < \alpha_m$ центральная плотность «блина» возрастает почти линейно по α . Основные характеристики «горячего бли-

на» в сравнении с «холодным» и газодинамическим при $\alpha = 1.02$ приведены в табл. 1. Чем меньше γ , тем больше средняя плотность и тем более сконцентрировано вещество; однако степень концентрации вещества в «горячем блине» убывает со временем гораздо медленнее, чем в «холодном» и газодинамическом. Можно ожидать, что чем больше γ , тем меньше изменится в процессе релаксации распределение вещества. Отметим в этой связи появление в центральной части «горячего блина» области постоянной плотности (и, следовательно, температуры).

На рис. 5 представлены результаты расчета по (2.4)—(2.7) зависимости степени сжатия вещества в центре «блина» ($x = 0$) от времени (сплошные кривые). Там же отложена эта зависимость по результатам численного решения уравнения (3.1) (соответствующие пунктирные линии). Решение этого уравнения, как отмечалось выше, может быть проведено только до момента времени, соответствующего особой точке $\alpha = 1$. Решение же системы (2.4)—(2.8) возможно и при $\alpha \gg \alpha - 1 > 0$, пока применимо соотношение (2.2). При $\alpha < 0.9$ результаты, полученные этими способами, практически совпадают, а при $\alpha > 0.9$ расхождение невелико. Это хорошо подтверждает правильность определения вида (2.8) функции $s(t, \xi, v_0)$.

В настоящей работе получены основные характеристики бесстолкновительного «блина» при различных значениях начальной температуры среды. Однако дальнейшая эволюция «блина», в частности, процессы релаксации в этой системе, требует дополнительного рассмотрения.

С ростом начальной температуры среды (т. е. γ) максимальная плотность и степень концентрации вещества в «блине» падают. При достаточно больших γ полная энергия «блина» оказывается положительной, и он вообще не образует связанной системы. К разрушению «блина» ведет также хаббловское расширение по осям u и z , остановить которое, и тем самым предотвратить распад «блина», можно, если плотность в «блине» достаточно велика. Таким образом, характер воздействия крупномасштабных адиабатических возмущений на процесс скупивания газовых облаков $M \sim M_j$ существенно зависит от величины пекулярных скоростей последних.

Предлагаемый подход, предполагающий образование, вследствие эволюции энтропийных возмущений, протошаровых скоплений и формирования «блинов» в «газе», состоящем из них, представляется достаточно многообещающим. В частности, возникает возможность совместить образование галактик, не сопровождающееся бурной диссипацией энергии, с относительно низкой плотностью вещества в галактиках, соответствующей $z_c \simeq 4 - 6$ [20]. Эта схема нуждается в дальнейшей подробной разработке.

В заключение автор благодарит Я. Б. Зельдовича и А. Г. Дорошкевича за постоянное внимание, без которого настоящая работа не могла бы быть выполнена, а также С. Ф. Шандарина за полезные обсуждения.

Институт астрофизики
АН Тадж.ССР,
ГАИШ МГУ

THE NONLINEAR THEORY OF GRAVITATIONAL INSTABILITY IN THE EXPANDING COLLISIONLESS MEDIUM

A. M. SHUKUROV

The development of Newtonian nonlinear density perturbations in non-collisional expanding medium possessing pressure caused by chaotic motions of particles is considered. Chaotic motions of the particles prevent appearance of density singularities which are the characteristic features of the theory of nonlinear perturbations in noncollisional pressure-free medium. We find out the function describing the evolution of density perturbations in such a medium and derive relations for estimation of matter density, pressure etc. corresponding to various initial temperatures. Our results may be used for more detailed analysis of combined development of small-scale ($M \simeq M_J \simeq (10^9 \div 10^{10}) M_\odot$) isothermal fluctuations and large-scale ($M \simeq (10^{13} \div 10^{15}) M_\odot$) adiabatic ones. The evolution of isothermal fluctuations leads to the formation at $z \sim 200$ of collisionless "gas", made up by dense gas clouds of $M \sim M_J$. Nonlinear growth of adiabatic perturbations in this "gas" causes the formation of "pancakes", thus leading to formation of galaxies and/or clusters of galaxies.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, *Астрофизика*, 6, 319, 1970.
2. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *Строение и эволюция Вселенной*, Наука, М., 1975.
3. А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, Р. А. Сюняев, в сб. «Происхождение и эволюция галактик и звезд», под ред. С. Б. Пиксельнера, Наука, М., 1976.
4. А. Г. Дорошкевич, В. С. Рябенский, С. Ф. Шандарин, *Астрофизика*, 9, 258, 1973.
5. Б. Б. Кадошцев, *Коллективные явления в плазме*, Наука, М., 1976.
6. Г. С. Бисноватый-Козан, Я. Б. Зельдович, *Астрон. ж.*, 47, 942, 1970.
7. В. Б. Магалинский, *Астрон. ж.*, 49, 1017, 1972.
8. В. В. Селиверстов, *Астрон. ж.*, 51, 293, 1974.
9. R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, *Ap. J.*, 194, 838, 1968.
10. J. R. Gott, M. J. Rees, *Astron. Astrophys.*, 45, 365, 1975.

11. *P. J. E. Peebles*, J. Roy. Astron. Soc., Canada, 63, 4, 1969.
12. *A. S. Szalay, G. Marx*, Astron. Astrophys., 49, 437, 1976.
13. *D. A. Dicus, E. W. Kolb, V. L. Tepplitz*, Ap. J., 221, 327, 1978.
14. *А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович*, Астрон. ж., 40, 807, 1963.
15. *А. Г. Дорошкевич, Е. В. Коток, И. Д. Новиков, Ю. С. Сизов, С. Ф. Шандарин*,
Препринт ИПМ АН СССР, № 82, 1978.
16. *А. М. Шукуров*, Докл. АН Тадж.ССР, 21, 30, 1978.
17. *И. С. Веселовский*, ЖЭТФ, 77, 1352, 1979.
18. *Я. Б. Зельдович*, ДАН, 238, 336, 1977.
19. *R. C. Mjolsness*, Phys. Rev., 187, 1753, 1969.
20. *J. Binney*, Ap. J., 215, 483, 1977.