

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 17

МАЙ, 1981

ВЫПУСК 2

УДК 524.3—1/—8

ЭВОЛЮЦИЯ МГД-ВОЛН В ОДНОРОДНОЙ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Г. С. БИСНОВАТЫЙ-КОГАН, С. Б. ПОПОВ, Ю. П. ПОПОВ

Поступила 8 октября 1979

Принята к печати 23 октября 1980

В работе в рамках системы одномерных уравнений газовой динамики применительно к задачам физики солнечной хромосферы исследуется процесс распространения и нелинейной трансформации магнитогидродинамических (МГД) волн, генерируемых начальным возмущением магнитного поля. В линейном приближении исследована эволюция произвольного возмущения в изотермической среде с однородным магнитным полем, рассчитаны энергетические характеристики волн в зависимости от параметров. Численно прослежена эволюция произвольного возмущения конечной амплитуды в полнейшей нелинейной постановке. Исследована эволюция спектра и укрупнение МГД волн при различных параметрах. Показано, что МГД волны могут быть существенны для нагрева корон у звезд с радиусом $R \gtrsim 1.6 R_{\odot}$. При меньших радиусах МГД волны быстро затухают и прогрев протяженной короны осуществляется, видимо, альфвеновскими волнами.

1. *Введение.* Исследование распространения нелинейных волн в среде является интенсивно развивающимся направлением в физике плазмы и магнитной гидродинамике [1, 2]. Здесь широко применяются как аналитические, так и численные методы. Наибольшее число работ в этой области посвящено рассмотрению разреженной плазмы со слабыми столкновениями, которая наблюдается в лабораторных экспериментах, в магнитосфере Земли, в Солнечном ветре и т. д. Исследование нелинейных процессов распространения волн в рамках магнитогидродинамического приближения также представляет интерес для ряда прикладных астрофизических задач, например, для анализа механизма нагрева хромосфер и корон над конвективными оболочками звезд, температура поверхности которых такая же, как у Солнца, или холоднее.

Впервые магнитогидродинамический процесс, приводящий к образованию и нагреву хромосферы и короны на Солнце, был описан в работе [3]. Колебания в конвективной подфотосферной зоне Солнца генерируют волны, распространяющиеся на периферию. Механическая энергия, переносимая магнитогидродинамическими волнами, в процессе эволюции волн переходит в тепло, что приводит к нагреву хромосферы и короны (см. также [4]). Для нагрева короны важны также процессы перезамыкания магнитных силовых линий [5].

Возмущения альфвеновского типа, распространяющиеся вдоль магнитного поля, при высокой проводимости среды затухают слабо, в основном за счет нелинейной генерации звуковых волн. В общем случае при распространении волны под углом к магнитному полю начальный звуковой пакет распадается на два, соответствующих быстрой и медленной магнитозвуковым волнам. При этом в быстрой волне нелинейная трансформация и вязкое затухание происходят быстрее. Слабо затухающие медленные магнитозвуковые волны, по-видимому, могут распространяться далеко и диссипировать уже в короне.

Настоящая работа посвящена исследованию распространения и трансформации волн, движущихся под углом к однородному магнитному полю в идеально проводящей изотермической среде. Рассмотрение проводится аналитически и на основе численных расчетов в рамках уравнений одножидкостной магнитной гидродинамики для пространственно одномерного случая. Начальное возмущение задавалось в виде локального отклонения магнитного поля от однородного состояния.

Математическая модель, использовавшаяся в настоящей работе, позволяет детально проанализировать особенности процесса трансформации волн, формирования квазистационарного спектра, «перекачки» энергии из длинноволновой части спектра в коротковолновую за счет нелинейных процессов и другие черты, характерные для задачи в общей постановке. Сделаны оценки применимости полученных результатов для нагрева звездных корон.

2. *Постановка задачи.* Сформулированная во введении задача о распространении нелинейных волн в изотермической идеально проводящей среде в однородном магнитном поле может быть рассмотрена в рамках приближений одномерной магнитной газодинамики. Соответствующая система уравнений, записанная в лагранжевых массовых переменных, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial(1/\rho)}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial s}, & \frac{\partial x}{\partial t} = v, & \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial s} \left(p + \frac{H_y^2}{8\pi} \right), \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{H_{y0}}{4\pi} \frac{\partial H_y}{\partial s}, & \frac{\partial (H_y/\rho)}{\partial t} = H_{y0} \frac{\partial u}{\partial s}, \end{cases} \quad (2.2)$$

$$p = c^2 \rho. \quad (2.3)$$

Здесь t — время, x — эйлерова переменная, s ($ds = \rho dx$) — лагранжева массовая переменная, ρ , p — плотность и давление среды, $H_x = H_{x0} = \text{const}$ — продольная компонента напряженности магнитного поля, H_y — поперечная, v , u — продольная и поперечная компоненты скорости, $c = \text{const}$ — изотермическая скорость звука, производная по времени лагранжева.

Будем считать, что в начальный момент имеется локальное возмущение, наложенное на однородное магнитное поле. Остальные параметры среды невозмущены, среда однородна и покоится:

$$H_y(s, 0) = H_{y0} + h_0(s), \quad H_{y0} = \text{const}, \quad (2.4)$$

$$v(s, 0) = u(s, 0) = 0, \quad \rho(s, 0) = \rho_0 = \text{const}. \quad (2.5)$$

Система уравнений (2.1) ÷ (2.3) решается в области $\{-\infty < s < +\infty, t > 0\}$. Основными параметрами сформулированной задачи (2.1) ÷ (2.5) являются безразмерные отношения $\eta = c/c_A$, $\zeta = H_{y0}/H_{x0}$, где $c_A = H_{x0}/\sqrt{4\pi\rho_0}$ — альфвеновская скорость звука, а также форма и амплитуда начального возмущения магнитного поля.

3. Анализ задачи в линейном приближении. В случае малых возмущений задача становится линейной и допускает исследование в аналитическом виде. Представим все искомые величины в виде

$$f(s, t) = f_0 + \tilde{f}(s, t),$$

где f_0 — равновесное (фоновое) значение функции $f(s, t)$, а затем, подставив в уравнения (2.1) ÷ (2.3), ограничимся членами первого порядка малости по амплитудам возмущений \tilde{f} и их производным. Можно показать [6], что общее решение получившейся системы линейных уравнений представляет собой сумму четырех возмущений, распространяющихся с быстрой и медленной магнитогиродинамическими массовыми скоростями звука D_{\pm} [7, 8]:

$$\tilde{f}(s, t) = \tilde{f}'_+(s - D_+ t) + \tilde{f}'_-(s - D_- t) + \tilde{f}''_+(s + D_+ t) + \tilde{f}''_-(s + D_- t), \quad (3.1)$$

где индексы „r“ и „l“ означают возмущения, бегущие по массе, соответственно, направо и налево, а знаки „+“ и „-“ — быструю или медленную скорости распространения.

Массовые скорости звука определяются следующим выражением:

$$D_{\pm}^2 = \frac{\rho_0^2}{2} \left[c^2 + \frac{H_{x0}^2 + H_{y0}^2}{4\pi\rho_0} \pm \sqrt{\left(c^2 + \frac{H_{x0}^2 + H_{y0}^2}{4\pi\rho_0} \right)^2 - 4c^2 \frac{H_{x0}^2}{4\pi\rho_0}} \right].$$

Отметим, что при данной постановке задачи не возникает малых возмущений, распространяющихся с альфвеновской скоростью $c_A = H_{x0}/\sqrt{4\pi\rho_0}$. Это объясняется тем, что в нашей задаче векторы скорости и напряженности магнитного поля имеют только по два компонента — продольный и поперечный. В этом случае (см., например, [7]) альфвеновские волны представляют собой вращательный разрыв, в котором вектор поперечного магнитного поля скачком поворачивается на 180° , а решения разрывного типа не могут описываться линейными уравнениями.

Конкретный тип начальных условий:

$$\tilde{v}(s, 0) = \tilde{u}(s, 0) = 0, \quad \tilde{\rho}(s, 0) = 0, \quad \tilde{h}(s, 0) = h_0(s)$$

позволяет определить вид функций $\tilde{f}'_{\pm}(\xi)$ в (3.1):

$$\tilde{f}'_{\pm}(\xi) = \tilde{f}'_{\pm} h_0(\xi),$$

где \tilde{f}'_{\pm} — величины амплитуд возмущений, распространяющихся направо или налево со скоростью D_{\pm} .

Несложно показать, что справедливы соотношения:

$$\bar{v}'_{\pm} = -\bar{v}'_{\pm}, \quad \bar{u}'_{\pm} = -\bar{u}'_{\pm}, \quad \bar{\rho}'_{\pm} = \bar{\rho}'_{\pm}, \quad \bar{h}'_{\pm} = \bar{h}'_{\pm}, \quad (3.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}'_{\pm} &= \pm \frac{H_{y0} D_{\pm}}{8\pi\kappa}, & \bar{u}'_{\pm} &= \mp \frac{H_{x0}}{8\pi\kappa D_{\pm}} (D_{\pm}^2 - c^2 \rho_0^2), \\ \bar{\rho}'_{\pm} &= \pm \frac{H_{y0} \rho_0^2}{8\pi\kappa}, & \bar{h}'_{\pm} &= \pm (D_{\pm}^2 - c^2 \rho_0^2) j(2\kappa), \\ \kappa &= D_{\pm}^2 - D_{\mp}^2, \end{aligned} \right\} (3.3)$$

которые полностью определяют в линейном приближении решение исходной системы дифференциальных уравнений (2.1) ÷ (2.3) с начальными условиями (2.4) ÷ (2.5).

Из (3.2), (3.3), например, следует, что при любых ϑ, ζ имеет место (считаем, что величины H_{x0}, H_{y0} положительны):

$$\bar{h}'_{\pm} \geq 0, \quad \bar{u}'_{\pm} \leq 0, \quad 0 \leq \bar{\rho}'_{\pm} = -\bar{\rho}'_{\mp},$$

$$\bar{v}'_{\pm} \leq 0, \quad \bar{v}'_{\mp} \geq 0, \quad |\bar{v}'_{\mp}| \leq |\bar{v}'_{\pm}|,$$

а при $\vartheta^2 < 1 + \zeta^2$ $\bar{u}'_{\pm} > \bar{h}'_{\mp},$

при $\vartheta^2 < 1$ $|\bar{u}'_{\mp}| > |\bar{u}'_{\pm}|.$

Можно также показать (см. [6]), что при $|\vartheta| \gg 1$ вся энергия возмущений сосредотачивается в медленной волне, причем в поперечном на-

правлении, тогда как при $|\psi| \ll 1$ большая часть энергии магнитного поля и вся кинетическая энергия заключены в быстрой волне. Для учета вязкости следует в (2.1) к давлению p добавить член

$$\omega = -\nu \frac{\partial v}{\partial s},$$

где ν — коэффициент вязкости.

Нетрудно получить [6], что в линейном приближении будет происходить экспоненциальное затухание амплитуд гармоник возмущений согласно формуле:

$$F(k, t) = F_-(k, 0) \exp\left\{-\frac{\nu}{2} \varphi_- \rho_0 k^2 t\right\} + F_+(k, 0) \exp\left\{-\frac{\nu}{2} \varphi_+ \rho_0 k^2 t\right\}, \quad (3.4)$$

где

$$F(k, t) = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{f}(s, t) \exp[-iks] ds$$

соответствует возмущениям, распространяющимся в одну сторону,

$$\varphi_{\pm} = \frac{|D_{\pm}^2 - c_A^2 \rho_0^2|}{D_{\pm}^2 - D_{\mp}^2}.$$

Формула (3.4) справедлива при малых ν и $k \ll k_*$,

$$k_* = \frac{2}{\nu} \frac{D_{\pm}(D_{\pm}^2 - D_{\mp}^2)}{\rho_0 |D_{\pm}^2 - c_A^2 \rho_0^2|}.$$

Несложно показать, что имеет место равенство:

$$\varphi_{\pm}(\psi, \zeta) = 0.5 \pm 0.5 \sqrt{\frac{\psi^4 + 2\psi^2(\zeta^2 - 1) + (\zeta^2 - 1)^2}{\psi^4 + 2\psi^2(\zeta^2 - 1) + (\zeta^2 + 1)^2}},$$

откуда следует, что

$$\varphi_{\pm}(0, \zeta) = 0.5 \pm \frac{|1 - \zeta^2|}{2(1 + \zeta^2)}, \quad \varphi_{\pm}(\infty, \zeta) = \frac{1 \pm 1}{2}, \quad 0 \leq \varphi_- \leq \varphi_+ \leq 1.$$

Видно, что вязкость оказывает большее влияние на возмущения, распространяющиеся с быстрой магнитозвуковой скоростью, чем с медленной, особенно при $\psi \gg 1$. Кроме того, как следует из (3.4), вязкость сильнее действует на гармоники с большими волновыми числами k , чем с малыми.

Линейный анализ дает возможность получить аналитическое решение, изучить его характерные особенности, исследовать зависимость от параметров. Однако в линейном случае профили всех возникающих возмущений подобны, в отсутствие вязкости, профилю начального возмущения, спектральные характеристики постоянны и с точностью до множителя повто-

ряют спектр начального возмущения. Для таких важных эффектов, как трансформация волн, эволюция спектра возмущений, необходимо решать нелинейную задачу, что возможно только с помощью численных методов. В следующем параграфе излагаются результаты численных расчетов нелинейной задачи.

4. *Результаты численных расчетов.* Так же, как и в линейном анализе, в начальный момент задавалось возмущение магнитного поля в виде (2.4) с амплитудой

$$A = \max |h_0(s)|.$$

Параметры $\vartheta = c/c_A$, A варьировались, их значения для соответствующих вариантов указаны в табл. 1.

Таблица 1

$A \backslash \vartheta$	0.5	1	$\sqrt{2}$	2
0.25	—	№5	—	—
0.5	№2	вариант	№3	№4
1.0	—	№1	—	—
		№6		

Равновесные значения плотности, скорости и магнитного поля в расчетах были взяты равными: $\rho_0 = 1$, $\vec{v}_0 = (v_0, u_0) = (0, 0)$, $\vec{H}_0 = (H_{x0}, H_{y0}) = (1, 1)$, $\zeta = 1$. Таким образом, рассматривается случай, когда волны распространяются под углом $\pi/4$ к невозмущенному полю. Начальное возмущение задавалось функцией вида:

$$h_0(s) = \begin{cases} A[1 + \cos(2\pi s/3)]/2, & |s| \leq 1.5 \\ 0, & |s| > 1.5. \end{cases} \quad (4.1)$$

Расчеты проводились с использованием двух методов: метода конечных разностей [7] и псевдоспектрального метода точных пространственных производных [6, 9]. Последний имеет в своей основе алгоритм быстрого преобразования Фурье. В настоящей работе излагаются результаты, относящиеся к псевдоспектральному методу, обладающему большей точностью, чем метод конечных разностей.

В расчетах использовалась равномерная сетка с шагами: по массе $h = 0.1$, по времени $\tau = 0.05$; количество узлов в массовой области составляло $N = 2^8 = 256$, таким образом, величина пространственной области $M = Nh = 25.6$.

При переходе к безразмерным величинам введем характерные масштабные величины H, V, T, P, R, C, S, X , отвечающие магнитному полю, ско-

рости, времени, давлению, плотности, скорости звука, лагранжевой и эйлеровой переменным. Если соотношения между ними выбрать в виде $H^2 = V^2 R$, $VRT = S$, $C = V$, $X = VT$, $P = C^2 R$, то уравнения (2.1) + (2.3) для безразмерных величин $\tilde{f} = f/F$ останутся в прежнем виде.

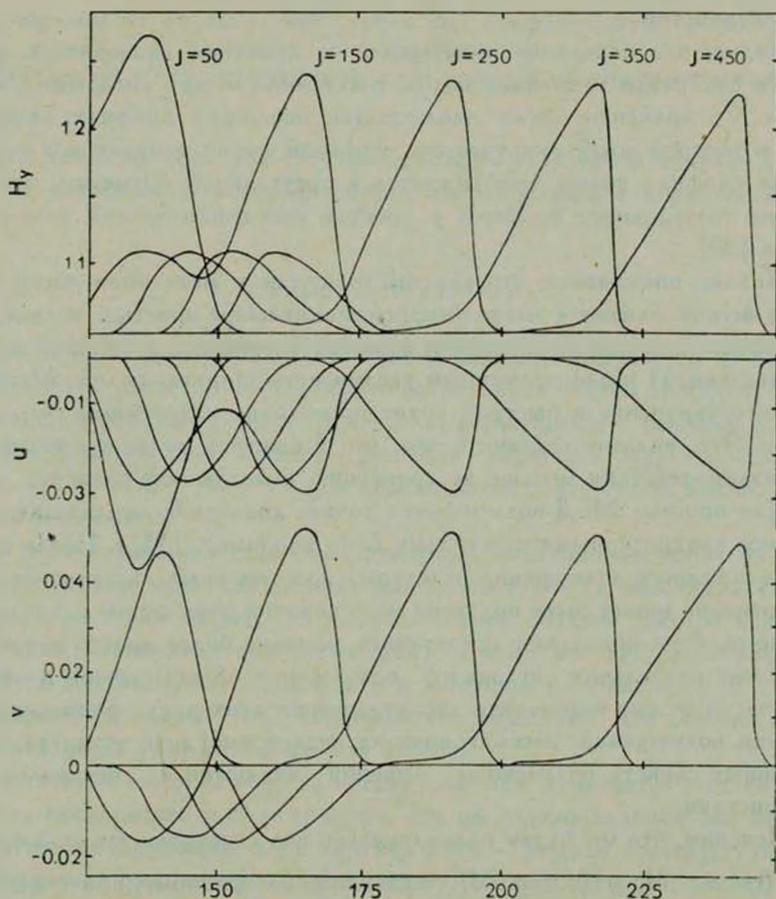


Рис. 1. На ряд моментов времени приведены профили величины напряженности поперечного магнитного поля H_y , поперечной u и продольной v компонент вектора скорости на различные моменты времени для варианта 1 ($\vartheta=1$, $A=0.5$). На рисунке обозначены: $j=t/\tau$, $l=s/h$, где τ , h — шаги разностной сетки по времени и массе ($\tau = 0.05$, $h = 0.1$).

На рис. 1 представлены результаты расчетов типичного варианта, отвечающего значениям параметров $\vartheta = 1$, $A = 0.5$ (вариант 1) — на после-

довательные моменты времени указаны профили поперечной компоненты вектора напряженности магнитного поля H_y и компонентов вектора скорости v, u . Цифрами на рисунке отмечены номера пространственных узлов сетки $i = s/h$ (разметка горизонтальной оси) и номера временных слоев сетки $j = t/\tau$. Графики приведены лишь для волн, распространяющихся направо, поэтому изображена только правая половина исходной области по пространству.

Видно, что начальное возмущение со временем разделяется, формируются быстрая и медленная волна, расстояние между которыми увеличивается. Со временем также наблюдается эволюция профиля каждой из волн, в быстрой волне «укручается» передний фронт, в медленной — задний. Форма профиля волны приближается к треугольной. Отметим, что образование треугольного профиля у простой газодинамической волны показано в [10].

Анализ показывает, что как быстрая, так и медленная части возмущения весьма близки к магнитогидродинамическим простым волнам, с характерными для них укрупнениями фронтов (переднего у быстрой и заднего у медленной) и одновременным увеличением ширины волны. Можно видеть, что укрупнение в быстрой волне происходит интенсивнее, чем в медленной. Это, видимо, связано с тем, что в быстрой волне время нелинейного взаимодействия меньше по сравнению с медленной волной.

Для простых МГД-волн имеется точное аналитическое решение, представимое квадратурными формулами (см., например, [11]). После выделения из исходного возмущения отдельных простых волн, их дальнейшее распространение может быть получено на основании этих формул, однако численные расчеты позволяют представить решение более просто и наглядно.

После разделения исходного возмущения на «быструю» и «медленную» части можно определить характеристики этих двух сформировавшихся групп возмущений, рассматривая их независимо друг от друга. Одним из важных свойств полученных решений являются их спектральные характеристики.

Поясним, что мы будем подразумевать под спектром сеточной функции $y(s)$, $0 < s < M$, $y(0) = y(M)$, заданной на равномерной сетке $\bar{w}_h = \{s_k | s_k = kh, k = 0, 1, \dots, N; h = M/N\}$. Разложим функцию $y(s)$ в ряд по экспонентам $\psi(k, s) = \exp\{2\pi iks/M\}$, при этом коэффициенты разложения вычисляются, очевидно, по формулам:

$$z(k) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} y(s_m) \psi(-k, s_m), \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (4.2)$$

Отметим, что при $N = 2^n$ для вычисления коэффициентов может быть использован эффективный алгоритм — быстрое преобразование Фурье.

Это обстоятельство явилось одной из причин того, что в качестве базисных функций для разложения были выбраны экспоненты, а не, например, синусы или косинусы.

Нетрудно показать, что для сеточной функции $\bar{y}(s)$, полученной путем сдвига по пространству функции $y(s)$, предварительно продолженной четным образом на область вне сетки \bar{w}_k , коэффициенты разложения $\bar{z}(k)$ отличаются от коэффициентов $z(k)$, однако их модули совпадают: $|\bar{z}(k)| = |z(k)|$.

Будем называть спектром сеточной функции $y(s)$ набор модулей коэффициентов разложения, которые удобно рассматривать в нормированном виде

$$\bar{z}_k = |z(k)| / \max_k |z(k)|. \quad (4.3)$$

Очевидно, в нестационарной задаче спектр решения изменяется со временем. Результаты расчетов показали, что на развитой стадии процесса, соответствующей образованию двух групп волн, движущихся с быстрой и медленной МГД скоростями, спектр решения перестает зависеть от вида функции ($v, u, \Delta H_y = H_y - H_{y0}$) и определяется лишь типом волны (быстрая или медленная).

При этом гармоники с малыми номерами медленно затухают со временем в результате действия диссипативных факторов (вязкости), а также в связи с перекачкой энергии из низкочастотной области спектра в высокочастотную (нелинейная трансформация), причем это затухание сильнее сказывается для быстрой волны, как и в линейном приближении. В то же время высокие гармоники ($k \geq 12$) несколько нарастают, что связано с отмечавшимся выше укрупнением фронта волны.

На развитой стадии процесса спектр решения изменяется медленно и его удобно представить в виде графика, где по горизонтальной оси откладывается номер гармоники, а по вертикальной — модуль соответствующего коэффициента разложения. Такой график, соответствующий расчету варианта 1, дан на рис. 2. Для сравнения на том же рисунке приведен спектр начального возмущения — видно, что длинноволновая часть спектра решения ($k \leq 10$) не очень сильно от него отличается как в быстрой, так и в медленной волнах. Коротковолновая же часть спектра ($k \geq 12$) ведет себя совсем не так, как соответствующая часть спектра начального приближения. Можно с хорошей точностью приблизить поведение этой части спектра функцией B_-/k , где $B_- = \cos nt$ определяется видом волны — быстрая или медленная. Это соответствует отмеченному выше приближению профиля волны к треугольному — несложно показать, что функция

$\varphi(s)$, прямоугольно-треугольной формы имеет спектр с асимптотикой $1/k$ при $k \gg 1$. В самом деле, пусть $\varphi(s) = \begin{cases} s, & 0 \leq s \leq \alpha \\ 0, & s > \alpha \end{cases}$. Тогда

$$\varphi_k = \frac{1}{M} \int \varphi(s) \psi(-k, s) ds = \frac{1}{M\beta^2} [(1 - i\alpha\beta) \exp(i\alpha\beta) - 1],$$

где

$$\beta = -2\pi k/M; \quad |\varphi_k| = \frac{1}{M\beta^2} [(\alpha\beta)^2 + 4 \sin^2(\alpha\beta/2) - 2\alpha\beta \sin(\alpha\beta)]^{1/2} \sim 1/k,$$

при $k \gg 1$.

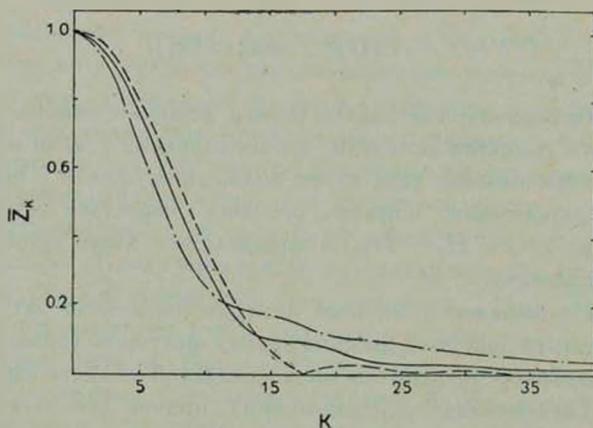


Рис. 2. Вид отнормированного спектра \bar{z}_k , сформировавшегося на поздней стадии процесса ($t = 21, 25$), для варианта 1. Сплошная линия соответствует медленной волне, штрих-пунктир—быстрой. Пунктиром дан спектр начального возмущения.

С целью изучения влияния параметров была проведена серия расчетов вариантов задачи в соответствии с табл. 1. Варьировались параметры $\vartheta = c/c_A$ и амплитуда начального возмущения A : качественно результаты этих расчетов весьма близки к результатам расчета варианта 1, подробно описанным выше. На рис. 3 представлены энергетические характеристики решений, а именно:

продольная $\bar{W}_{1, \pm}$ и поперечная $\bar{W}_{\pm, \pm}$ кинетические энергии, отнормированные к квадратичной части магнитной энергии $E_0^{(2)}$ начального возмущения:

$$\bar{W}_{1, \pm} = \int \frac{v_{\pm}^2}{2} ds / E_0^{(2)}, \quad (4.4)$$

$$\bar{W}_{\pm, \pm} = \int \frac{u_{\pm}^2}{2} ds / E_0^{(2)}, \quad (4.5)$$

$$E_0^{(2)} = \frac{1}{8\pi\rho_0} \int h_0^2(s) ds;$$

продольная $\bar{E}_{\pm, \pm}$ и поперечная $\bar{E}_{\pm, \pm}$ части приращений магнитной энергии, отнормированные к магнитной энергии начального возмущения E_0 :

$$\bar{E}_{\pm, \pm} = \int \left(\frac{H_{x0}^2}{8\pi\rho_{\pm}} - \frac{H_{x0}^2}{8\pi\rho_0} \right) ds / E_0, \quad (4.6)$$

$$\bar{E}_{\pm, \pm} = \int \left(\frac{H_{y\pm}^2}{8\pi\rho_{\pm}} - \frac{H_{y0}^2}{8\pi\rho_0} \right) ds / E_0. \quad (4.7)$$

$$E_0 = \int \frac{[H_{y0} + h_0(s)]^2 - H_{y0}^2}{8\pi\rho_0} ds = E_0^{(1)} + E_0^{(2)}.$$

Индексами «+» и «-» обозначены величины, относящиеся, соответственно к «быстрой» и «медленной» группам возмущений. Рис. 3 показывает зависимость приращений кинетической и магнитной энергий этих групп возмущений от отношения $\vartheta = c/c_A$ при фиксированном значении амплитуды начального возмущения $A = 1/2$ (расчет вариантов 1—4). Момент времени также фиксирован, $t = 15.0$ ($j = 300$). Для сравнения на рис. 3 приведены также результаты линейного анализа, полученные на основании соотношений (3.3) (см. [6]), близкие в качественном отношении. При этом $\mu = E_0^{(2)}/E_0^{(1)}$. Значение $\mu = 0$ соответствует учету в (4.6), (4.7) только линейных членов, $\mu = 3/16$ отвечает начальному возмущению вида (4.1) с $A = 0.5$.

На рис. 4, 5 представлены спектры возмущений, соответствующие вариации значений параметров ϑ (рис. 4) и A (рис. 5). Видно, что с изменением ϑ спектры меняются не очень сильно, но все же можно отметить, что, во-первых, с уменьшением ϑ растет коротковолновая часть спектра как в быстрой, так и в медленной волнах; во-вторых, длинноволновая часть спектра ($k \lesssim 10$) в медленной волне при $\vartheta \ll 1$ и в быстрой при $\vartheta \gg 1$ приближается, видимо, к спектру начального возмущения.

Что касается спектров, полученных в результате варьирования значений амплитуды начального возмущения (расчет вариантов 1, 5, 6), то видно, что при $A = 1$ и $A = 1/2$ высокочастотные части спектра совпадают в быстрой волне и несколько отличаются в медленной. Последнее, по-видимому, связано с тем, что в случае медленной волны на данный момент мы имеем менее развитую стадию процесса трансформации волны по сравне-

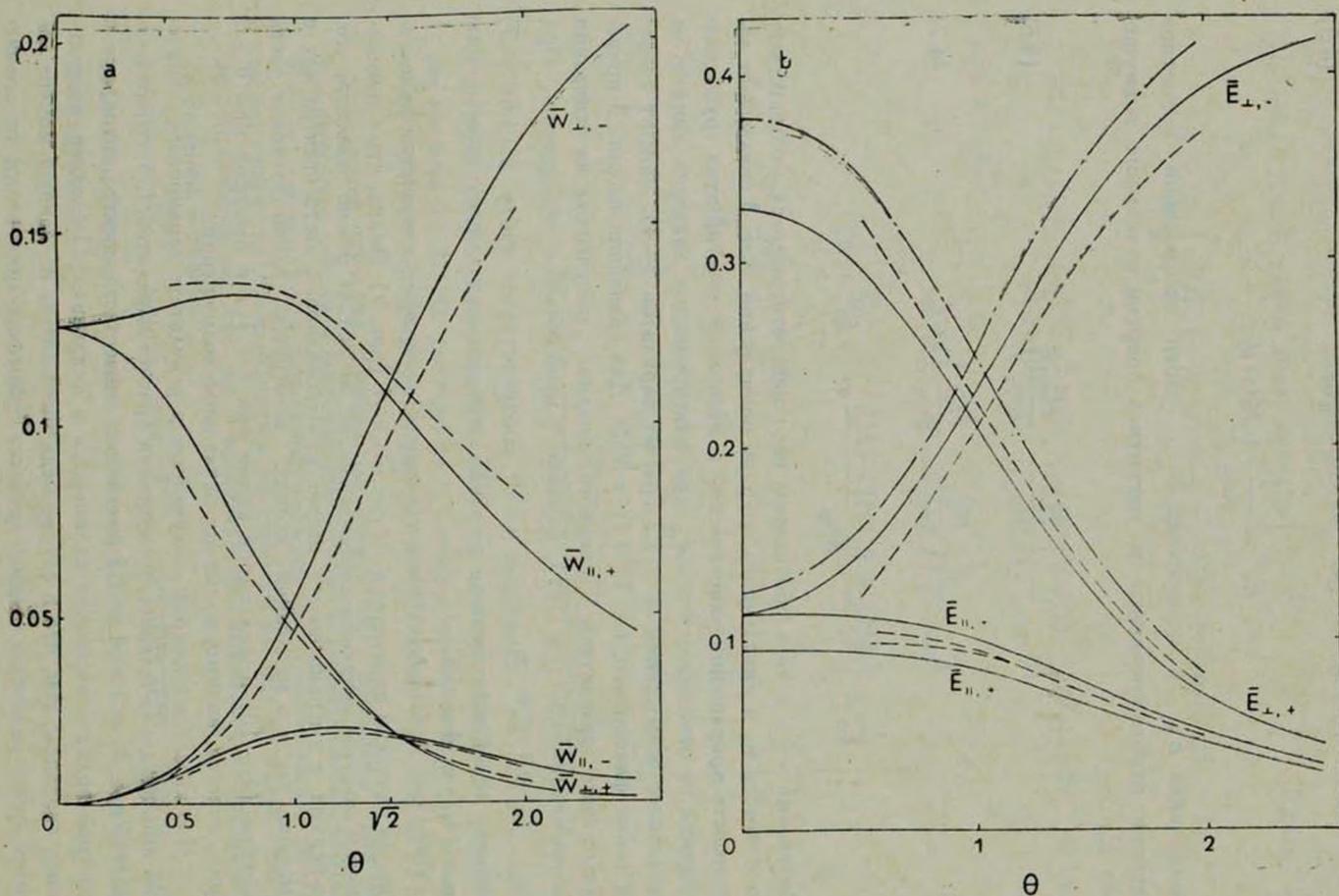


Рис. 3. Зависимость от $\theta = c/c_A$ приращений кинетической (\bar{W}) и магнитной (\bar{E}) энергий для продольного ($\bar{W}_{\perp, \pm}$, $\bar{E}_{\perp, \pm}$) и поперечного ($\bar{W}_{\parallel, \pm}$, $\bar{E}_{\parallel, \pm}$) направлений, в быстрой и медленной волнах, отнормированные к величине энергии начального возмущения. *a* — приращение кинетической энергии, *b* — магнитной. Представлены результаты линейного анализа ($\mu = 0$ — сплошная линия, $\mu = 3/16$ — штрих-пунктир) и резонанс вариантов 1 и 2 (дуги).

нию с быстрой волной и, соответственно, недостаточно сформировавшийся вид спектра—как уже отмечалось, нелинейное взаимодействие в быстрой волне происходит интенсивнее, чем в медленной. На рис. 4, 5, как и в случае ранее рассмотренного варианта 1, коротковолновая часть спектра асимптотически приближается к виду k^{-1} .

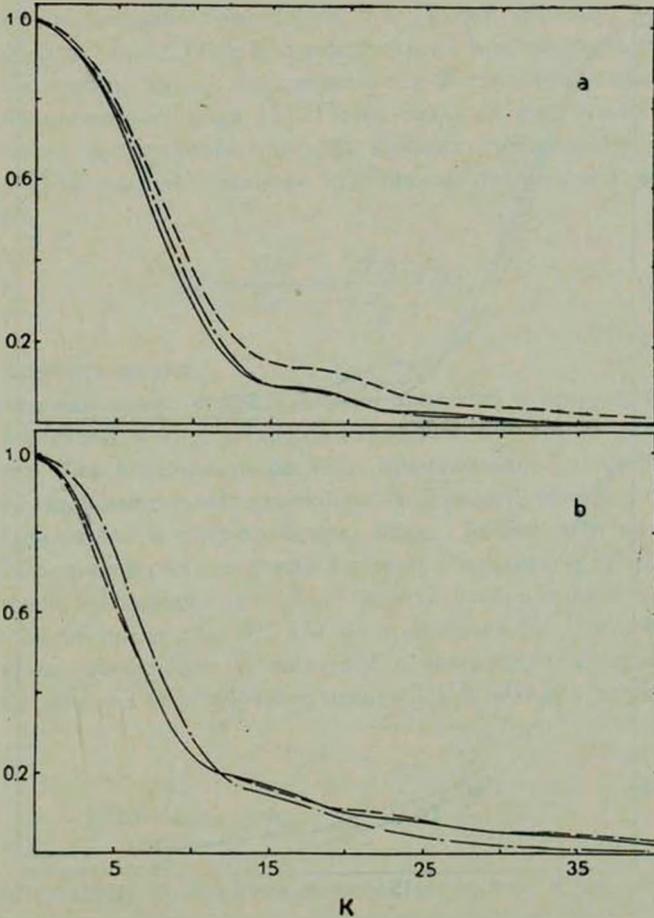


Рис. 4. Вид спектров возмущений на фиксированный момент времени ($t=21, 25$), полученных при различных значениях ϑ ($\vartheta = 1/2$ — пунктир, $\vartheta = 1$ — сплошная линия, $\vartheta = 2$ — штрих-пунктир) при $A = 1/2$. а — медленная волна, б — быстрая.

5. *Приложения к звездным коронам.* Звездные короны отличаются большим разнообразием плотностей — у основания короны $n = 10^8 \div 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Для применимости гидродинамического приближения, использованного в данной работе, требуется выполнение условия $l \ll L$, где

l — длина свободного пробега, L — высота однородной короны. Для кулоновских столкновений имеем

$$l \approx \frac{(kT)^2}{\lambda e^4 n} \approx 10^7 \frac{\tilde{T}^2}{n_{10}} \text{ см.} \quad (5.1)$$

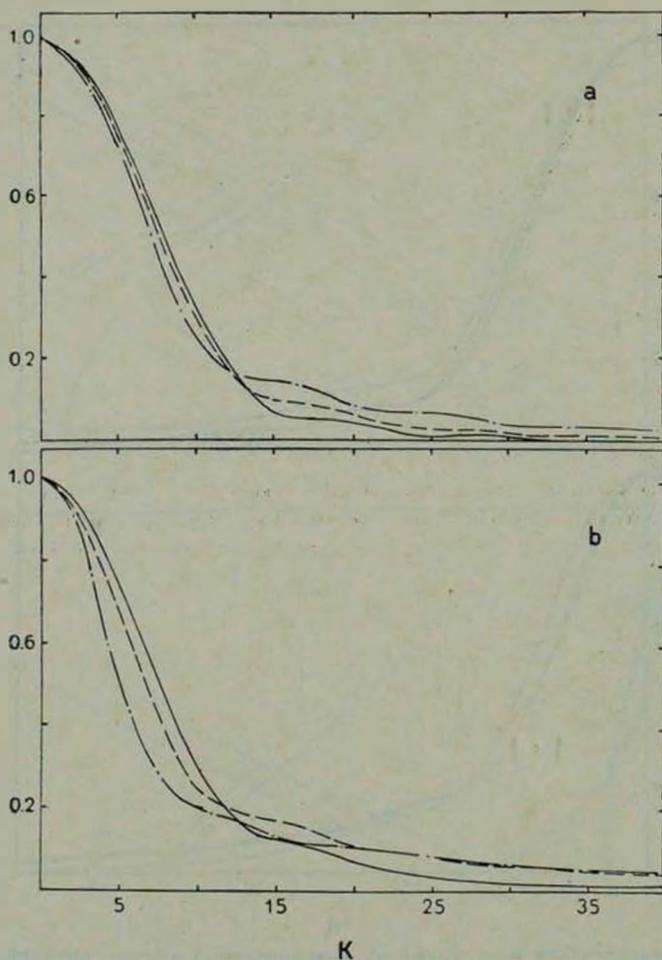


Рис. 5. Вид спектров возмущений ($t = 21, 25$), полученных при варьировании величины A ($A = 1/4$ — сплошная линия, $A = 1/2$ — пунктир, $A = 1$ — штрих-пунктир) при значении $\vartheta = 1$. а — медленная волна, б — быстрая.

Здесь $n_{10} = n/10^{10} \text{ см}^{-3}$, $\tilde{T} = \frac{T}{2 \cdot 10^6 \text{ К}}$, $\lambda = 10$ — кулоновский логарифм.

Высота однородной короны звезды равна:

$$L = \frac{RT\bar{T}^2}{GM} \approx 0.1 \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right) R\bar{T}. \quad (5.2)$$

Для Солнца [12] $n_{10} = 0.1$, $\bar{T} = 1$, $l \approx 10^9$, $L \approx 6 \cdot 10^9$; для звезд типа Т Тельца плотность может достигать $n_{10} = 10^2$ [13, 14] и во всей короне $l \ll L$.

В изотермической короне распространяются только волны с $\lambda < L$, а для слабой диссипации требуется $\lambda > l$. Таким образом, в достаточно плотных коронах ($n_{10} \gtrsim 1$) может распространяться широкий спектр волн. У основания короны нагрев осуществляется в основном, видимо, за счет аннигиляции магнитного поля [5]. Поток тепла за счет теплопроводности не обеспечивает достаточного прогрева верхних слоев короны [15, 16], и диссипация волн является важным источником нагрева вплоть до критической точки:

$$R_c \approx \frac{GM}{2u_s^2} \approx \left(\frac{2.8}{\bar{T}} \right) R_{\odot}, \quad (5.3)$$

где u_s — скорость звука.

Наличие магнитных полей в короне приводит к генерации в ней быстрой и медленной магнитогиродинамических (МГД), а также альфвеновской волн. Как показывают расчеты, произвольное возмущение магнитного поля, создаваемое у основания короны конвективными движениями, в отсутствие разрывов и альфвеновских волн, распадается на два пакета, распространяющихся со скоростями быстрой и медленной МГД волн. Длина, на которой происходит укрупнение фронта и образование ударной волны в однородной среде для $A \gtrsim 1/2$ не превышает 5λ . После образования ударной волны диссипация усиливается и происходит превращение энергии волны в тепло. Таким образом, нагрев МГД волнами начинается с высоты h_h :

$$5 \cdot 10^2 \frac{\bar{T}^2}{n_{10}} \text{ см} \leq h_h \approx 5\lambda \leq 0.5 \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right) R\bar{T}. \quad (5.4)$$

Если принять длину пробега волны до ее затухания $\sim h_h$, то получится, что МГД волны нагревают слой на солнце не больше $0.5 R_{\odot}$. Для звезд большего радиуса допустимые длины волн увеличиваются и при $R \approx 1.6 R_{\odot}$ имеем $R + h_h \approx R_c$. Таким образом, для звезд типа Т Тельца [13, 14] нагрев короны может осуществляться МГД волнами. На солнце МГД волны быстро затухают, поэтому более высокие слои, вплоть до

критического радиуса $R_c = (2.8 + 5) R_\odot$, нагреваются, видимо, альфвеновскими волнами, диссипация которых значительно слабее.

Институт космических
исследований АН СССР
Институт прикладной математики
им. М. В. Келдыша АН СССР

EVOLUTION OF MHD-WAVES IN HOMOGENEOUS ISOTHERMAL MEDIUM

G. S. BISNOVATY-KOGAN, S. B. POPOV, YU. P. POPOV

The process of propagation and nonlinear transformation of magnetic hydrodynamic (MHD) waves generated by initial magnetic field perturbation is under consideration. One dimensional equations of hydromagnetics in application to Sun chromosphere physics have been applied. Making use of linear analysis, the evolution of a small perturbation in the isothermal medium in homogeneous magnetic field and some energy characteristics depending on parameters are investigated. The evolution of the finite amplitude perturbation is numerically obtained in complete nonlinear depiction of the problem. The spectrum evolution and MHD-wave transformation are considered. It is shown that MHD-waves may be important in the heating of stellar coronas with the radii $R \geq 1.6 R_\odot$. When the radii are smaller then heating of an extended corona seems to be realized by Alfven's waves.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Галеев, Р. Э. Сагдеев, Нелинейная теория плазмы. Вопросы теории плазмы, вып. 7, Атомиздат, М., 1973.
2. Б. Б. Кадомцев, Коллективные явления в плазме, Наука, М., 1976.
3. С. Б. Пикельнер, М. А. Лившиц, Астрон. ж., 41, 1007, 1964.
4. R. Stein, J. Leibacker, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 12, 407, 1974.
5. R. Rosner, W. Tucker, G. Vaiana, Ap. J., 220, 643, 1978.
6. Г. С. Бисноватый-Коган, С. Б. Попов, Ю. П. Попов, Нелинейная трансформация МГД-волн в однородной изотермической среде. Препринт ИПМ АН СССР, № 90, 1978.
7. А. А. Самарский, Ю. П. Попов, Разностные схемы газовой динамики, Наука, М., 1975.
8. А. Г. Куликовский, Г. А. Любимов, Магнитная гидродинамика, Физматгиз, М., 1962.
9. G. Gazdag, J. Comp. Phys, 1, 100, 1973.
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред, изд. 2, ГИТТЛ, М., 1953.
11. А. И. Ахиезер, Электродинамика плазмы, Наука, М., 1974.
12. К. У. Аллен, Астрофизические величины, Мир, М., 1977.
13. Г. С. Бисноватый-Коган, С. А. Ламзин, Астрон. ж., 54, 1268, 1977.
14. Г. С. Бисноватый-Коган, С. А. Ламзин, Письма АЖ, 6, 34, 1980.
15. R. Mewe, Space Sci. Rev., 24, 101, 1979.
16. G. S. Bisnovaty-Kogan, I. M. Gordon, Solar Phys., 18, 133, 1971.