АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 16 НОЯБРЬ, 1980 ВЫПУСК 4

УДК 523.035

О ЦВЕТОВЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ ОБЪЕКТОВ С ЭЛЕКТРОННЫМ РАССЕЯНИЕМ

В. В. СОБОЛЕВ

Принята к печати 20 марта 1980

Определяется поток излучения, выходящего из фотосферы при постоянном отношении коэффициента электронного рассеяния к коэффициенту истинного поглощения. Задача решается точным и приближенным методами. Найден спектрофотометрический градиент в зависимости от параметров, характеризующих фотосферу. Показано, что электронное рассеяние может как повышать, так и понижать цветовую температуру.

1. *Введение.* Как известно, большую роль в образовании спектров некоторых типов астрофизических объектов играет рассеяние излучения свободными электронами. К таким объектам относятся звезды спектральных классов О и WR, сверхновые звезды, рентгеновские источники и др. Разумеется, электронное рассеяние не влияет на полную энергию, излучаемую данным объектом, то есть не меняет его эффективную температуру. Однако под действием электронного рассеяния происходит изменение относительного распределения энергии в спектре, то есть меняется цветовая температура.

Задача о влиянии электронного рассеяния на непрерывные спектры различных объектов рассматривалась в ряде работ [1—5]. Ее решение зависит от соотношения между коэффициентом истинного поглощения α_ν и коэффициентом электронного рассеяния σ на разных глубинах.

Впервые упомянутая задача была решена В. А. Амбарцумяном [1] при допущении, что коэффициент истинного поглощения не зависит от частоты (то есть $\alpha_\nu = \alpha$). Им рассматривалось два случая: 1) чисто электронный слой расположен над фотосферой, 2) отношение σ/α постоянно в фотосфере. В результате было показано, что вследствие электронного рассеяния цветовая температура возрастает. Это явление представляет собой разновидность «покровного эффекта».

Позднее С. Г. Слюсарев [2] при рассмотрении той же задачи считал, что коэффициент истинного поглощения зависит от частоты и принял $\alpha_\nu \sim \nu^{-3}$. При предположении о постоянстве отношения σ/α_ν и изотермичности фотосферы, он получил, что с ростом этого отношения цветовая температура убывает. Такой результат объясняется возрастанием пути фотона в фотосфере, а значит и вероятности истинного поглощения. Поэтому поток выходящего излучения в фиолетовой части спектра уменьшается сильнее, чем в красной.

В дальнейшем А. Ф. Илларионов и Р. А. Сюняев [3] определили поток выходящего излучения в разных частотах при допущении о преобладании электронного рассеяния над истинным поглощением (то есть при $\sigma \gg \alpha_\nu$) и при степенной зависимости температуры и плотности от глубины.

В перечисленных работах [1—3] задача решалась приближенно методом Эддингтона. В статьях автора [4, 5] дано решение задачи точными методами, причем считалось, что вероятность выживания фотона, то есть величина $\lambda_\nu = \sigma/(\sigma+\alpha_\nu)$, меняется с оптической глубиной τ_ν. В первой из этих статей задача решена для случая, когда функция Планка линейно возрастает с оптической глубиной, а величина λ_ν убывает с ростом τ_ν по экспоненте. Во второй статье это сделано для случая изотермической фотосферы с изменением плотности по барометрическому закону.

В настоящей статье задача решается как точно, так и приближенно. При этом считается, что отношение σ/α_ν постоянно в фотосфере, а функция Планка возрастает с оптической глубиной по обычной формуле для фотосфер. В результате определена цветовая температура в зависимости от поверхностной температуры T_0 и от величины σ/α_ν как функция от частоты ν.

2. *Исходные уравнения.* Для определения интенсивности излучения, выходящего из фотосферы, необходимо построить модель фотосферы, то есть найти распределение в ней плотности ρ и температуры T. После этого может быть найдена оптическая глубина τ_ν в зависимости от T. Это позволяет определить интенсивность излучения, выходящего из фотосферы под углом arc cos η к нормали, по формуле

$$I_\nu(\eta) = \int_0^\infty B_\nu(T)\, e^{-\frac{\tau_\nu}{\eta}} \frac{d\tau_\nu}{\eta}, \tag{1}$$

где $B_\nu(T)$ — планковская интенсивность при температуре T.

В приближенной теории фотосфер температура представляется в виде

$$T = T_0\left(1+\frac{3}{2}\tau\right)^{1/4}, \tag{2}$$

где τ — оптическая глубина, соответствующая среднему коэффициенту поглощения α, а оптическая глубина τ_ν предполагается равной $\tau_\nu = \alpha_\nu \tau / \alpha$, где отношение α_ν / α считается постоянным в фотосфере.

Формула (1) относится к случаю, когда электронное рассеяние отсутствует. При наличии же электронного рассеяния, интенсивность излучения, выходящего из фотосферы, дается формулой

$$I_\nu(\eta) = \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu) e^{-\frac{\tau_\nu}{\eta}} \frac{d\tau_\nu}{\eta}, \tag{3}$$

где функция $S_\nu(\tau_\nu)$ определяется из уравнения

$$S_\nu(\tau_\nu) = \frac{\lambda_\nu}{2} \int_0^\infty E_1(|\tau_\nu - \tau_\nu'|) S_\nu(\tau_\nu') d\tau_\nu' + (1 - \lambda_\nu) B_\nu(T), \tag{4}$$

а оптическая глубина τ_ν равна

$$\tau_\nu = \int_r^\infty (\sigma + \alpha_\nu) dr, \tag{5}$$

где r — расстояние от центра звезды.

Для решения уравнения (4) надо знать зависимости величин λ_ν и T от τ_ν, даваемые моделью фотосферы. Если температура T представляется формулой (2), то должна быть задана связь между τ_ν и средней оптической глубиной τ, равной

$$\tau = \int_r^\infty (\sigma + \alpha) dr. \tag{6}$$

В теории фотосфер уравнение (4) решается обычно численными методами (см. книгу Д. Михаласа [6]). После этого интенсивность излучения $I_\nu(\eta)$ находится по формуле (3), а поток выходящего из фотосферы излучения по формуле

$$H_\nu = 2\pi \int_0^1 I_\nu(\eta) \eta d\eta. \tag{7}$$

Ниже получены точные и приближенные значения потока излучения H_ν для случая $\lambda_\nu = \text{const}$.

3. *Точное решение.* Решения уравнения (4) с последующим применением формулы (3) не являются единственной возможностью для нахождения интенсивности излучения $I_\nu(\eta)$. Как показано ранее [4, 5], можно получить уравнения, определяющие непосредственно функцию $I_\nu(\eta)$ при произвольной зависимости λ_ν от τ_ν.

Рассматривая здесь случай $\lambda_\nu = \mathrm{const}$, мы применим к нему метод, употреблявшийся в [5]. Первоначально он и был предложен автором [7] именно для данного случая.

Действуя упомянутым методом, для нахождения функции $I_\nu(\eta)$ получаем следующее интегральное уравнение:

$$I_\nu(\eta)\left(1-\frac{\lambda_\nu}{2}\eta\ln\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)=\frac{\lambda_\nu}{2}\int\limits_0^1\frac{\eta' I_\nu(\eta')}{\eta'-\eta}d\eta'+(1-\lambda_\nu)I_\nu^*(\eta), \tag{8}$$

где $I_\nu^*(\eta)$ — интенсивность излучения при отсутствии электронного рассеяния, то есть определяемая формулой (1).

Поскольку однородное уравнение, соответствующее уравнению (8), имеет решение (представляющее собой решение «проблемы Милна»), к уравнению (8) надо присоединить некоторое дополнительное условие. Его можно получить, полагая в (8) $\eta = 1/k_\nu$, где k_ν — корень уравнения

$$\frac{\lambda_\nu}{2k_\nu}\ln\frac{1+k_\nu}{1-k_\nu}=1. \tag{9}$$

Делая это, в качестве дополнительного условия находим

$$\frac{\lambda_\nu}{2}\int\limits_0^1\frac{\eta I_\nu(\eta)}{1-k_\nu\eta}d\eta=(1-\lambda_\nu)\frac{1}{k_\nu}I_\nu^*\left(\frac{1}{k_\nu}\right). \tag{10}$$

Уравнение (8) легко решается численно (хотя можно получить и аналитическое решение). Путем численного решения уравнения (8) были найдены интенсивности излучения $I_\nu(\eta)$, а затем по формуле (7) и потоки излучения H_ν. При этом принималось, что температура определяется формулой (2). Часть полученных результатов приведена в табл. 1, относящейся к случаю, когда коэффициент истинного поглощения не зависит от частоты, то есть $\alpha_\nu = \alpha$ и $\lambda_\nu = \lambda$. В таблице содержатся значения величины $H_\nu/\pi B_\nu(T_0)$ для разных значений параметров λ и $x = h\nu/kT_0$, где T_0 — поверхностная температура.

Следует отметить, что при малых значениях k_ν поток излучения может быть найден без предварительного решения уравнения (8). Полагая в соотношении (10) $k_\nu \ll 1$ и пользуясь выражением (1) для $I_\nu^*(\eta)$, получаем

$$H_\nu = 4\pi(1-\lambda_\nu)\int_0^\infty B_\nu(T)\, e^{-k_\nu \tau_\nu}\, d\tau_\nu. \tag{11}$$

Эта асимптотическая формула тем точнее, чем меньше k_ν (или чем ближе к единице λ_ν).

Таблица 1

ВЕЛИЧИНА $H_\nu/\pi B_\nu(T_0)$ (ТОЧНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ)

λ \ x	1	2	3	4	5
0.5	1.13	1.29	1.50	1.78	2.16
0.7	1.03	1.19	1.41	1.72	2.15
0.9	0.81	0.97	1.21	1.56	2.06
0.95	0.68	0.84	1.08	1.44	1.98
0.99	0.42	0.56	0.78	1.13	1.69

4. *Приближенное решение.* Хотя мы и имеем точное решение задачи, но найдем также и приближенное решение в явном виде. Последнее обладает тем преимуществом, что над ним можно производить нужные математические операции.

Применяя метод Эддингтона к дифференциальному уравнению, соответствующему уравнению (8), получаем следующее выражение для потока излучения:

$$H_\nu = \pi B_\nu(T_0)\frac{4k_\nu}{3+2k_\nu}R(x, y), \tag{12}$$

где

$$R(x, y) = (e^x - 1)\int_0^\infty \frac{e^{-z}\,dz}{f(z)}, \tag{13}$$

$$f(z) = e^{x\left(1+\frac{3z}{2y}\right)^{-1/4}} - 1, \tag{14}$$

$$y = k_\nu \frac{\alpha_\nu + \sigma}{\alpha + \sigma} \tag{15}$$

и

$$k_\nu = \sqrt{3(1-\lambda_\nu)} = \sqrt{3\,\frac{\alpha_\nu}{\alpha_\nu + \sigma}}\,. \tag{16}$$

В случае, когда $\alpha_\nu = \alpha$, формула (12) переходит в выражение, полученное ранее [1]. Так как для данного случая в табл. 1 приведены точные значения потока излучения, то целесообразно для сравнения вычислить поток излучения и по формуле (12). Результаты таких вычислений содержатся в табл. 2 (где принято во внимание, что $k = \sqrt{3(1-\lambda)}$).

Таблица 2

ВЕЛИЧИНА $H_\nu/\pi B_\nu(T_0)$ (ПРИБЛИЖЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ)

λ \ x	1	2	3	4	5
0.5	1.18	1.33	1.54	1.82	2.19
0.7	1.07	1.23	1.45	1.76	2.17
0.9	0.83	0.99	1.24	1.59	2.09
0.95	0.69	0.85	1.10	1.46	2.00
0.99	0.43	0.57	0.79	1.14	1.70

Сравнение между собой табл. 1 и 2 показывает, что при $\alpha_\nu = \alpha$ точные и приближенные значения потока излучения близки друг к другу. Особенно это справедливо при значениях λ близких к 1 (т. е. при малых k). Последнее обстоятельство объясняется тем, что приближенная формула (12) при $k_\nu \ll 1$ совпадает с асимптотической формулой (11).

В дальнейшем при определении цветовых температур мы будем пользоваться формулой (12) при произвольной зависимости α_ν от частоты.

5. *Цветовая температура.* Как известно, цветовая (или спектрофотометрическая) температура T_c определяется из условия, что спектрофотометрический градиент

$$G = 3 - \frac{\nu}{H_\nu}\frac{dH_\nu}{d\nu}, \tag{17}$$

находимый по распределению энергии в спектре данного объекта, равен спектрофотометрическому градиенту при распределении энергии по закону Планка, то есть величине

$$G = \frac{x_c}{1-e^{-x_c}}, \tag{18}$$

где $x_c = \dfrac{h\nu}{kT_c}$.

Найдем спектрофотометрический градиент для случая, когда распределение энергии в спектре дается формулой (12). Будем при этом считать, что $\alpha_\nu \sim \nu^{-p}$, где p — некоторый параметр. Подставляя (12) в (17), после несложных преобразований получаем

$$G(x, y, \lambda_\nu) = C(x, y) + pD(x, y, \lambda_\nu), \tag{19}$$

где

$$C(x, y) = \frac{8y}{3}\left|1 - \frac{1}{R(x, y)}\right| + 4A(x, y), \tag{20}$$

$$D(x, y, \lambda_\nu) = \frac{3}{2}\,\frac{\lambda_\nu}{3 + 2\sqrt{3(1-\lambda_\nu)}} - \left(1 - \frac{\lambda_\nu}{2}\right)A(x, y), \tag{21}$$

$$A(x, y) = -\frac{y}{R}\,\frac{\partial R}{\partial y} = \frac{N(x, y)}{R(x, y)} - 1 \tag{22}$$

и

$$N(x, y) = (e^x - 1)\int\limits_0^\infty \frac{e^{-z}\,z\,dz}{f(z)}. \tag{23}$$

Входящие в приведенные формулы величины x и y уже были определены раньше. Напомним, что $x = h\nu/kT_0$, а величина y, согласно (15) и (16), может быть записана в виде

$$y = \frac{\sqrt{3(1-\lambda_\nu)}}{\frac{\alpha}{\alpha_\nu}(1-\lambda_\nu) + \lambda_\nu}. \tag{24}$$

Таким образом, спектрофотометрический градиент G определяется формулой (19) в зависимости от частоты ν, поверхностной температуры T_0, параметров λ_ν, α_ν/α и p.

6. *Вспомогательные функции.* Для применения формулы (19) надо вычислить значения функций $C(x, y)$ и $D(x, y, \lambda_\nu)$ Результаты этих вычислений приведены в табл. 3 и 4.

В табл. 3 даны значения функции $C(x, y)$. Как легко видеть, с возрастанием y эта функция стремится к спектрофотометрическому градиенту при поверхностной температуре T_0, то есть к величине

$$G_0 = \frac{x}{1 - e^{-x}}. \tag{25}$$

Таблица 3

ЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ $C(x, y)$

y \ x	0.1	1	2	3	4	5	10
0.1	1.02	1.29	1.61	1.96	2.32	2.69	4.56
0.2	1.03	1.34	1.73	2.15	2.58	3.03	5.25
0.5	1.04	1.41	1.89	2.42	2.98	3.55	6.33
1	1.04	1.46	2.01	2.64	3.29	3.96	7.25
5	1.05	1.54	2.21	2.99	3.83	4.70	9.16
10	1.05	1.56	2.26	3.07	3.94	4.86	9.58

В табл. 4 содержатся значения функции $A(x, y)$, определенной формулой (22). При больших значениях y эта функция приближенно дается формулой

$$A(x, y) = \frac{3}{8y} G_0. \tag{26}$$

Знание функции $A(x, y)$ позволяет легко определить функцию $D(x, y, \lambda_e)$ по формуле (21).

Таблица 4

ЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ $A(x, y)$

y \ x	0.1	1	2	3	4	5	10
0.1	0.22	0.28	0.36	0.44	0.52	0.61	1.07
0.2	0.21	0.27	0.35	0.44	0.54	0.64	1.18
0.5	0.17	0.23	0.31	0.41	0.52	0.63	1.26
1	0.13	0.18	0.26	0.35	0.46	0.57	1.22
5	0.05	0.08	0.12	0.16	0.21	0.27	0.62
10	0.03	0.05	0.07	0.10	0.13	0.16	0.35

7. *Частные случаи.* Прежде чем рассматривать формулу (19) в общем виде, остановимся на некоторых частных случаях.

1) Допустим сначала, что электронное рассеяние отсутствует, то есть $\lambda_e = 0$. В этом случае формула (18) принимает вид

$$G(x, y, 0) = C(x, y) - pA(x, y), \tag{27}$$

где $y = \frac{\alpha_e}{\alpha}\sqrt{3}$. С этим выражением надо сравнивать выражение (19) для выяснения влияния электронного рассеяния на цветовую температуру.

2) Предположим, что коэффициент истинного поглощения не зависит от частоты, то есть $\alpha_\nu = \alpha$. Тогда мы имеем

$$G(x, y, \lambda) = C(x, y), \tag{28}$$

где $y = \sqrt{3(1 - \lambda)}$. Значения величины G для этого случая можно взять из табл. 3. При отсутствии электронного рассеяния $y = \sqrt{3}$, а с возрастанием его роли параметр y убывает. При этом, как видно из данной таблицы, происходит убывание спектрофотометрического градиента, а значит, возрастание цветовой температуры. Такой вывод был сделан раньше В. А. Амбарцумяном [1], рассмотревшим случай, когда $\sigma \gg \alpha$.

3) Пусть фотосфера изотермична, а коэффициент истинного поглощения α_ν зависит от частоты. Поток излучения в этом случае дается формулой (12) при $R = 1$. Подставляя величину H_ν в формулу (17), находим

$$G = G_0 + \frac{3}{2} p \frac{\lambda_\nu}{3 + 2\sqrt{3(1 - \lambda_\nu)}}. \tag{29}$$

Легко видеть, что выражение (29) получается из формулы (19) при $y \to \infty$. Это выражение имеет смысл и в случае, когда температура возрастает с глубиной, для тех участков спектра, в которых $\alpha_\nu/\alpha \gg 1$.

Из формулы (29) следует, что при $p > 0$ с ростом λ_ν величина G также растет. Это означает, что с возрастанием роли электронного рассеяния цветовая температура убывает. Как уже было сказано, такой результат был получен ранее в работе [2].

8. *Роль электронного рассеяния.* Выше мы видели, что в одном частном случае электронное рассеяние повышает цветовую температуру, а в другом понижает. В действительности влияние электронного рассеяния на непрерывный спектр является весьма сложным и зависит от ряда параметров. Задав эти параметры, мы можем определить спектрофотометрический градиент с помощью формулы (19) и табл. 3 и 4.

В табл. 5 содержатся значения спектрофотометрического градиента, найденные по формуле (19) для разных значений параметров λ_ν, x и p. При этом принималось, что в данном месте спектра $\alpha_\nu/\alpha = 1$. Как видно из формулы (24), величина y не сильно зависит от α_ν/α, особенно при значениях λ_ν близких к 1 (если только α_ν/α не очень мало). Если величина G найдена, то цветовая температура T_c определяется по формуле (18).

В первой строке табл. 5 приведены значения величины G при отсутствии электронного рассеяния (то есть при $\lambda_\nu = 0$). Как видно из таблицы, с возрастанием λ_ν величина G меняется различным образом при разных p. При $p=0$, как и следовало ожидать, спектрофотометрический градиент убывает(то есть цветовая температура возрастает). При $p = 3$ величина G сначала возрастает, а затем убывает (то есть цветовая температура сначала уменьшается, а потом растет). С помощью табл. 5 величина G может быть легко определена и при других значениях p, так как она является линейной функцией от p.

Таблица 5

ЗНАЧЕНИЯ СПЕКТРОФОТОМЕТРИЧЕСКОГО ГРАДИЕНТА G

λ_ν	$p=0$			$p=3$		
	$x=1$	$x=3$	$x=5$	$x=1$	$x=3$	$x=5$
0	1.50	2.78	4.27	1.05	1.91	2.83
0.5	1.48	2.66	4.07	1.51	2.33	3.26
0.7	1.46	2.61	3.93	1.73	2.55	3.45
0.8	1.44	2.55	3.80	1.86	2.67	3.50
0.9	1.42	2.45	3.60	2.02	2.75	3.54
0.95	1.39	2.34	3.40	2.14	2.82	3.52
0.99	1.32	2.09	2.94	2.25	2.75	3.33
0.997	1.29	1.96	2.69	2.30	2.71	3.14

Следует отметить, что при $\lambda_\nu \to 1$ величина G стремится к значению

$$G = 1 + \frac{3}{8}\, p, \tag{30}$$

получаемому из (12) и (17) при $y \to 0$. Величина G принимает значения, близкие к (30), при $xy^{1/4} \ll 1$.

9. *Возможные применения теории.* Влияние электронного рассеяния на непрерывный спектр (и, в частности, на цветовую температуру) является существенным тогда, когда величина σ/α_ν оказывается порядка единицы и больше. Если считать, что истинное поглощение вызывается атомами водорода, а свободные электроны возникают при ионизации этих атомов, то мы имеем

$$\frac{\sigma}{\alpha_\nu} = \frac{b_\nu(T)}{n_e}, \tag{31}$$

где $b_\nu(T)$ — некоторая функция от температуры, а n_e — концентрация свободных электронов. Величина $b_\nu(T)$ для длины волны 5000 А при $T = 10\,000^\circ$ равна $4 \cdot 10^{12}$, при $T = 25\,000^\circ$ равна $3 \cdot 10^{13}$ и при $T = 100\,000^\circ$ равна $4 \cdot 10^{14}$. Поэтому величина σ/α_ν тем больше, чем меньше концентрация свободных электронов и чем выше температура.

Из стационарных звезд наибольшей ролью электронного рассеяния в фотосферах отличаются звезды типа О. Принимая $T = 50\,000^\circ$ и

$n_e = 10^{14}$ см$^{-3}$, для величины σ/α_ν получаем значения порядка единицы. Однако эта величина довольно быстро убывает с ростом оптической глубины (см. [8]).

В протяженных фотосферах, образующихся при выбрасывании вещества из звезды, концентрация свободных электронов мала, вследствие чего величина σ/α_ν велика. В частности, для фотосфер звезд типа WR, приняв для них $T \approx 50\,000°$ и $n_e \approx 10^{13}$ см$^{-3}$, находим, что величина σ/α_ν имеет значения порядка 20 (подробнее см. [9]).

Особенно велики значения величины σ/α_ν в протяженных оболочках сверхновых звезд. Принимая для эпохи максимума блеска $T \approx 10\,000°$ и $n_e \approx 10^{10}$ см$^{-3}$ (см., например, [10]), имеем $\sigma/\alpha_\nu \approx 400$.

Таким образом, при интерпретации непрерывных спектров всех перечисленных типов объектов необходимо принимать во внимание электронное рассеяние. Однако изложенная выше теория может претендовать лишь на качественное объяснение этих спектров, так как в ее основу положены два предположения: 1) фотосфера состоит из плоскопараллельных слоев и 2) величина σ/α_ν постоянна в фотосфере. Частичный отказ от этих предположений уже был сделан раньше в работах [4, 5, 11], но в дальнейшем желательно рассмотреть проблему в общем виде.

Автор выражает благодарность Ю. Я. Бедненко за вычисления, сделанные для настоящей статьи.

Ленинградский государственный университет

ON COLOUR TEMPERATURES OF OBJECTS WITH ELECTRON SCATTERING

V. V. SOBOLEV

The emergent radiation flux is determined assuming that the ratio of electron scattering coefficient to true absorption coefficient is constant in the photosphere. The problem is solved by exact and approximate methods. The spectrophotometric gradient is found as a function of characteristics of the photosphere. It is shown that electron scattering can both enhance and reduce the colour temperature.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Амбарцумян*, Труды Астрон. обс. ЛГУ, вып. 4, 1938.
2. *С. Г. Слюсарев*, ДАН СССР, 45, 741, 1954.
3. *А. Ф. Илларионов, Р. А. Сюняев*, Astrophys. Space. Sci., 19, 47, 1972.
4. *В. В. Соболев*, Астрофизика, 11, 499, 1975.
5. *В. В. Соболев*, Астрофизика, 14, 383, 1978.
6. *D. Mihalas*, Stellar Atmospheres, San Francisco, 1970.
7. *В. В. Соболев*, ДАН СССР, 61, № 5, 1948.
8. *D. Mihalas*, Ap. J., Suppl. ser., 9, No. 92, 1965.
9. *В. Г. Горбацкий, И. Н. Минин*, Нестационарные звезды, Физматгиз, М., 1963.
10. *R. P. Kirshner, J. Kwan*, Ap. J., 197, 415, 1975.
11. *В. В. Соболев*, Астрофизика, 10, 185, 1974.