Математические вопросы кибернетики и вычислительной техники 38, 32–33, 2012.

О некоторых нелинейных бесконечных систем алгебраических уравнений с матрицами типа теплица-ганкеля

Х. А. Хачатрян, М. Ф. Броян
Институт Математики НАН Армении, ААНУ
E-mail: Khach82@rambler.ru, Broyan@rambler.ru

Доклад посвящен изучению и решению следующих двух классов нелинейных бесконечных систем алгебраических уравнений с матрицами типа Теплица-Ганкеля.

$$x_n = \sum_{k=0}^{\infty} a_{n-k}\mu_k(x_k) + \sum_{k=0}^{\infty} a^*_{n+k}\mu^*_k(x_k), \quad n = 0, 1, 2\ldots \tag{1}$$

$$x_n = \sum_{k=0}^{\infty} a_{nk}\mu_k(x_k) + \Lambda_n(x_n) \tag{2}$$

относительно искомого бесконечного вектора $x = (x_0, x_1, \ldots, x_n, \ldots)^T$.

Здесь $A_0 = (a_{n-k})_{n,k=0}^{\infty}$, $A = (a_{nk})_{n,k=0}^{\infty}$, $A^* = (a^*_{n+k})_{n,k=0}^{\infty}$– бесконечные матрицы с неотрицательными элементами, а $\mu_k(z)$, $\mu^*_k(z)$ и $\Lambda_k(z)$– последовательности измеримых функций удовлетворяющие определенным условиям.

Системы (1), (2), имеют важные прикладные значения в теории переноса излучения в спектральных линиях, в кинетической теории газов (уравнение Больцмана).

В том частном случае, когда $\mu_k(z) = \mu^*_k(z) \equiv z$, система (1) и ее непрерывный аналог была исследована в работах [1-3].

В случае, когда $a_{nk} = a_{n-k}$, $\Lambda_k(z) \equiv 0$, $\sum_{j=-\infty}^{+\infty} a_j = 1$ $\sum_{j=-\infty}^{+\infty} ja_j < 0$, $\mu_k(z) \geq z$, $z \in [0, \eta]$, $\mu_k \uparrow$ по z на $[0, \eta]$, $\mu_k(\eta) = \eta$, $\mu_k \in C[0, \eta]$, $k = 0, 1, 2, \ldots$, при некотором $\eta > 0$, система (2) была исследована в [4].

В том случае, когда $a_{nk} = a_{n-k}$, $\mu_k(z) = z - \omega_k(z)$, $0 \leq \omega_k(z) \in L_1(R^+) \cap C_0(R^+)$, $\omega_k \downarrow$ по z на некотором множестве $[A, +\infty,]$ система (1) была изучена в пространстве ограниченных последовательностей в недавней работе автора (см. [5]).
Отметим также, что в работе [6] получен непрерывный аналог вышеуказанного результата.

В настоящей работе, накладывая некоторые условия на функции μ_k, μ^*_k, и $\Lambda_k(z)$, удается доказать существование положительных и ограниченных решений из пространства $m_0 = \{x = (x_0, x_1, \ldots, x_n, \ldots)^T \in m, \lim_{x\to\infty} x_n = 0,\}$, где m– пространство ограниченных последовательностей.

Список литературы

1. Л. Г. Арабаджян. О дискретных уравнениях Винера-Хопфа в консервативном случае.Журнал Мат. анализ и его прилож. (Арм. Пед. институт)- 1980.- No1.- С. 26-36.

2. Н. Б. Енгибарян, Л. Г. Арабаджян. О некоторых задачах факторизации для интегральных операторов типа свертки. Дифф. Уравнения, 1990 .- 26, No1.-С. 1442-1452.

3. Л. Г. Арабаджян, Н. Б. Енгибарян. Уравнения в свертках и нелинейные функциональные уравнения. Итоги науки и техники, Мат. анализ. 1984.- 22, С.175-242.

4. Э. А. Хачатрян. Об одной бесконечной системе нелинейных алгебраических уравнений в критическом случае. Математика в высшей школе, 2008.- 4, No4. -С. 53-57.

5. Х. А. Хачатрян, М.Ф. Броян. О разрешимости одного класса нелинейных бесконечных систем с матрицами типа Теплица.Математика в высшей школе, 2010.- 6, No1.-С. 9-13.

6. Х. А. Хачатрян. Об одном классе интегральных уравнений типа Урысона с сильной нелинейностью. Известия РАН, сер. математическая, 2012.- 76, No1.- С.173-200.