Математические вопросы кибернетики и вычислительной техники 38, 18-19, 2012.

Зависимость бесконечномерных гомотопических групп от выбора базисной точки

Н. Э. Мирзаханян
Ереванский государственный университет

Для того, чтобы некоторый класс отображений был применим для построени алгебраической топологии гильбертова пространства, нужно чтобы он позволя перенести на случай этого пространства стандартную гомотопическую технику, применяемую в конечномерных пространствах.

Допустимым классом является класс K_0-непрерывных отображений. Определени K_0-непрерывного отображения, K_0-изоморфизма, K_0-гомотопии, описание бесконеч-номерных абсолютных гомотопических групп $\prod_q(X, x_0)$ подмножеств гильбертова пространства H, а также определения приведенных в дальнейшем понятий подробно изложены в [1-6].

Описание основных бесконечномерных абсолютных и относительных гомотопически групп $\Pi_q(X, x_0)$ и $\Pi_q^{\cdot}(X, A, x_0)$ пунктированых подмножеств (X, x_0) и пунктированых пар (X, A, x_0) подмножеств вещественного гильбертова пространства H, а также определения приведенных в дальнейшем понятий подробно изложены в [3].

Линейное подпространство M пространства H называется *подпространством конечного дефекта* или *конечной коразмерности* $q \geq 0$, $q \in \mathcal{Z}$, если ортогональное дополнение подпространства M относительно H имеет размерность q. Если q — отрицательное целое число, то гильбертово пространство M будем называть подпространством *дефекта* q *относительно* H, если M содержит H в качестве подпространства дефекта $-q$. Условимся через $B(M)$, $B^{*}(M)$ и $S(M)$ обозначать соответственно единичные замкнутый, открытый шары и единичную сферу подпространства или надпространства $M \subset H$.

Обозначим через $K_0(B(M), S(M); X, x_0)$ множество всех отображений

$$f : (B(M), S(M)) \rightarrow (X, x_0),$$

принадлежащих к классу K_0 относительно гильбертова пространства $M \cup H$. Введем в множестве $K_0(B(M), S(M); X, x_0)$ отношение K_0 -гомотопности rel $(S(M))$. Полученное фактор-множество, обычно называемое гомотопическим множеством обозначим через $K_0[B(M), S(M); X, x_0]$.

Предложение 1 *Существует биективное соответствие между элементами групп* $\Pi_q(X, x_0)$ *и элементами множества (*K_0 *-гомотопическими классами)*

$$K_0[B(M), S(M); X, x_0].$$

Следствие 1 *Перенося посредством этого сответствия групповую операцию из* $\Pi_q(X, x_0)$ *в* $K_0[B(M), S(M); X, x_0]$, *получим изоморфизм группы* $\Pi_q(X, x_0)$ *на группу* $K_0[B(M), S(M); X, x_0]$.

Таким образом, согласно предложению 1, мы можем символом $\Pi_q(X, x_0)$ обозначать также построенную группу $K_0[B(M), S(M); X, x_0]$, т.е. положить

$$\Pi_q X, x_0) = K_0[B(M), S(M); X, x_0]$$

и элементы группы $\Pi_q(X, x_0)$ определять так же, как K_0 -гомотопические классы относительно сферы $S(M)$ K_0 -отображений $f(B(M), S(M)) \to (X, x_0)$.

Нами получен следующий основной результат.

Теорема 1 *Для всякого K_0 -пути $\sigma : I \to X$ в множестве X из H с $\sigma(0) = x_0$ и $\sigma(1) = x_1$, порожденное σ отображение*

$$\sigma_q : \Pi_q(X, x_1) \to \Pi_q(X, x_0)$$

является изоморфизмом между этими группами для всякого $q \in Z$, зависящим только от K_0 -гомотопического класса пути σ относительно концов 0 и 1 отрезка I.

Список литературы

[1]Э. А. Мирзаханян, "О некоторых классах непрерывных отображений подмножеств гильбертова пространства, I", Уч. записи ЕГУ, (3), 21-28 (1990).

[2] Э. А. Мирзаханян, "О некоторых классах непрерывных отображений подмножеств гильбертова пространства, II", Уч. записи ЕГУ, (1), 3-10 (1991).

[3] Э. А. Мирзаханян, "Построение бесконечномерных относительных гомотопических групп в гильбертовом пространстве", Изв. ВУЗов, Математика, Казань, (8), 43-52 (2002).

[4] Э. А. Мирзаханян, "Классы подпростанств гильбертова пространства", Изв. НАН Армении, Математика 37 (4), 31-44 (2002).

[5] Э. А. Мирзаханян, Н. Э. Мирзаханян, "Модифицированные пары Борсука в гильбертовом пространстве", Изв. НАН Армении, Математика 39 (6), 56-76 (2004).

[6] Ху Сы-Цзян, *Теория гомотопий*, (Мир, Москва, 1964).