

О минимальных и максимально тупиковых n -распознающих системах натуральных чисел

С.М.Варданян

Institute for Informatics and Automation Problems of NAS of RA

E-mail:seyranv@ipia.sci.am

Ниже рассматриваются n -распознающие системы в классе двухэлементных подмножеств относительно операций пересечения и дополнения. Аналогичные задачи рассмотрены в [1-3].

Приведем основные определения понятий, используемых ниже. Рассмотрим конечное множество $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$, $n \geq 3$. Через $R[n]$ обозначим множество подмножеств множества $[n]$. Пусть $n^* = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ является подмножеством множества $R[n]$.

Определение 1. Будем говорить, что система n^* распознает элемент $i \in [n]$, если с помощью операций пересечения и дополнения (по отношению к $k[n]$) из множеств $A_1, A_2, \dots, A_k$ можно получить $\{i\}$.

Определение 2. Будем говорить, что n^* является n -распознающей системой, если система n^* распознает каждый элемент $i \in [n]$.

Определение 3. n -распознающая система n^* называется тупиковой, если любое собственное подмножество множества n^* не является n -распознающей системой.

Определение 4. n -распознающая система n^* называется минимальной, если не существует n -распознающей системы с мощностью, меньшей, чем $|n^*|$.

Определение 5. Два подмножества множества $R[n]$ называются изоморфными, если существует взаимно-однозначное отображение множества $[n]$ на $[n]$, переводящее одно из них в другое.

Определение 6. Систему n^* называем максимально тупиковой, если не существует тупиковой n -распознающей системы, у которой количество множеств больше чем у системы n^* .

Ниже рассматриваются только такие n -распознающие системы n^* , для которых $|A_i| = 2$ при любом i . В [4,5] устанавливаются мощности максимально тупиковых, а также минимальных распознающих систем.

Теорема 1. При $n \equiv 0 \pmod{3}$ и $n \geq 9$ число минимальных попарно не изоморфных n -распознающих систем равно 7. (При $n = 6$, это число равно 4, а при $n = 3$ оно равно 1).

Теорема 2. При $n \equiv 1 \pmod{3}$ и $n \geq 4$ существует единственная минимальная n -распознающая система с точностью до изоморфизма.

Теорема 3. При $n \equiv 2 \pmod{3}$ и $n \geq 5$ число минимальных попарно не изоморфных n -распознающих систем равно 2.

Теорема 4. При $n \geq 3$, число попарно не изоморфных максимально тупиковых n -распознающих систем равно $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ (где $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ есть целая часть $\frac{n}{2}$).

Список литературы

- [1] П. Эрдеш, Дж. Спенсер, Вероятностные методы в комбинаторике. Москва, Мир 1976.
- [2] С.М. Варданын, Об одной задаче распознавания множеств, ДАН Арм. ССР, том 72, с. 141-143, 1981.
- [3] S. M. Vardanyan, Recognizing sets (systems), Proceedings of the International Conference "Computer Science and Information Technologies" CSIT05, pp 161 - 162, Yerevan, Armenia 2005.
- [4] S. M. Vardanyan, On the powers of dead-end recognizing systems in the class of two-element sets concerning operations of intersection and complement, Mathematical Problems of Computer Sciences, vol.35, pp. 104 - 108, 2011.
- [5] С. М. Варданын, О минимальности некоторых распознающих систем в классе двухэлементных подмножеств относительно операций пересечения и дополнения, ДНАН РА, том 112, N1, с.57 - 62, 2012.