

О методе нахождения точных оценок длин выводов в системах Туэ

С. И. Адян

Математический институт им. В.А.Стеклова РАН

E-mail: sla@mi.ras.ru

В докладе рассматривается систем односторонних подстановок Туэ в алфавите из трех букв

$$\Sigma = \langle a, b, c \mid a^2 \rightarrow bc, b^2 \rightarrow ac, c^2 \rightarrow ab \rangle. \quad (1)$$

В этой системе Σ допускаются подстановки вида

$$Xa^2Y \rightarrow XbcY, \quad Xb^2Y \rightarrow XacY, \quad Xc^2Y \rightarrow XabY, \quad (2)$$

где X, Y — произвольные слова.

В заметке [1] Д.Хофмана и Дж.Валдмана было доказано, что для любого слова W начинающаяся с него цепочка вывода системы Σ обрывается, т.е. через конечное число шагов получается слово, к которому не применима ни одна из трех подстановок. Доказательство этого результата позволило авторам дать экспоненциальную верхнюю оценку максимально возможной длины вывода для данного исходного слова. Был поставлен вопрос о существовании полиномиальной верхней оценки этой функции.

Мы доказываем, что максимальная длина $D(W)$ цепочки вывода, начинающейся со слова W , на множестве всех слов данной длины $|W| = m+2$ достигает своего максимума только на словах вида $W = c^2b^m$ и $W = b^ma^2$.

Вычислено точное значение функции $D(c^2b^m) = D(b^ma^2)$. Оно равно $\frac{3}{2}m^2 + m + 1$ при $m = 2t$; и $\frac{3}{2}m^2 + m + \frac{3}{2}$ при $m = 2t + 1$.

Подробное доказательство этого результата опубликовано в статье докладчика [2].

Список литературы

- [1] D. Hofbauer, J. Waldmann. Termination of $\{a^2 \rightarrow bc, b^2 \rightarrow ac, c^2 \rightarrow ab\}$. Information Processing Letters, Vol. 98, Issue 4, May 2006.
- [2] С. И. Адян, "О методе нахождения точных оценок длин выводов в системах Туэ", Матем. заметки, 92:1 (2012), 3–18.
- [3] С. И. Адян. "Определяющие соотношения и алгоритмические проблемы для групп и полугрупп". Труды МИАН СССР, 1966, т. 85.