

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 16

МАЙ, 1980

ВЫПУСК 2

УДК 524.8

ОБРАЗОВАНИЕ ЧЕРНЫХ ДЫР В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ

Н. А. ЗАБОТИН, П. Д. НАСЕЛЬСКИЙ

Поступила 7 августа 1979

Пересмотрена 7 февраля 1980

В работе рассмотрен один из механизмов образования первичных черных дыр (ПЧД) во Вселенной. Показано, что при достаточно высоком уровне начальных неоднородностей образование ПЧД может происходить вследствие статистического сгущения черных дыр минимальной массы. Рассчитан спектр масс образующихся объектов. Обсуждаются космологические следствия существования ПЧД в «холодной» Вселенной.

Современные представления о физических процессах и динамике расширения Вселенной приводят к гипотезе существования в прошлом малых неоднородностей, наложенных на фридмановское расширение мира.

На ранних этапах эволюции Вселенной коллапс начальных неоднородностей может приводить к образованию первичных черных дыр (ПЧД) [1, 2]. Как показывают численные расчеты (см., например, [3—5]), параметры спектра масс ПЧД определяются не только характеристиками спектра начальных адиабатических возмущений, но и в значительной мере зависят от уравнения состояния материи в период образования ПЧД. Согласно [5, 6] спектр масс черных дыр оказывается критически зависящим от показателя спектра начальных неоднородностей. Для «плоского» спектра $\delta = \Delta\rho/\rho = \alpha M^{-n}$, $n = 2/3$, ПЧД монотонно распределены по массам ($\rho_{bh} \sim M^{-m}$). В остальных случаях спектр масс ПЧД обрывается либо сверху, либо снизу в окрестности минимальной массы $M_{\min}$ [5, 6], причем для $n > 2/3$ выводы [5, 6] экстраполируются в область высоких амплитуд спектра $\alpha \sim 1$ начальных возмущений.

В настоящей работе показано, что при расчете динамики образования черных дыр в случае не специально малых амплитуд $\alpha \lesssim 1$ необходимо принимать во внимание влияние уже сформировавшихся ПЧД минимальной массы на процесс образования ПЧД следующих поколений.

Так как доля вещества, перешедшего в черные дыры, минимальной массы $M_{\min}$ не зависит от показателя спектра начальных неоднородностей, то вследствие адиабатического расширения может наступить стадия доминирования этих объектов. Поскольку ПЧД с $M_{\min}$ представляют собой бесстолкновительный «газ» с эффективным уравнением состояния $P \approx 0$, то, при наличии малых неоднородностей в распределении таких черных дыр, образование объектов с $M > M_{\min}$ будет происходить в период «пылевой» фазы вследствие гравитационного сгущивания ПЧД минимальной массы. Таким образом, в отличие от [5, 6], при относительно высоком уровне начальных неоднородностей возникают существенные изменения в динамике образования ПЧД с $M > M_{\min}$. В разделе 1 настоящей работы рассмотрена кинематика расширения Вселенной при наличии развитых адиабатических неоднородностей, приводящих к образованию ПЧД минимальной массы. В разделе 2 обсуждается спектр масс черных дыр, формирующихся на фазе доминирования ПЧД первого поколения. В разделе 3 кратко обсуждаются космологические следствия существования первичных черных дыр в «холодной» Вселенной.

1. *Кинематика расширения «турбулентной» Вселенной.* Будем считать, что выход Вселенной из сингулярного состояния осуществляется квазиизотропным образом и уравнение состояния материи на ранних фазах расширения мира аппроксимируется зависимостью $P = (\mu - 1)\epsilon$; $1 < \mu < 2$. При $t > 0$ поведение масштаб-фактора и плотности энергии материи описывается фридмановским решением с $R \sim t^{2/3\mu}$ и $\epsilon \sim R^{-3\mu}$. Зададимся в момент времени t^* спектром начальных адиабатических неоднородностей

$$\delta = \frac{\Delta M}{M} = \alpha \left(\frac{M}{M^*} \right)^{-n}, \quad M^* \leq M \leq M_{\max},$$

где M — масса вещества под возмущением ($M \sim (\epsilon/c^2) l^3$), $M^* = M_{\min}$ — масса под горизонтом при $t = t^*$. Будем для определенности считать, что $n > 2/3$ и не специально близок к $2/3$. Как показывают расчеты динамики образования первичных черных дыр, в масштабах $M \gg M^*$ функция распределения экспоненциально мала [5]:

$$f_{bh}(M) \propto \alpha \left(\frac{M}{M^*} \right)^{2/3-n} \exp \left[-\frac{(\mu-1)^2}{2\alpha^2} \left(\frac{M}{M^*} \right)^{2n-4/3} \right], \quad (1)$$

что позволяет пренебречь вкладом* с $M > M^*$. Кроме того, будем считать $n < 7/6$, что позволяет пренебречь нелинейными эффектами на «пылевой» стадии. Относительно высокий уровень возмущений означает, что в чер-

* Вариант с $n \leq 2/3$ будет рассмотрен нами в отдельной работе.

ные дыры первого поколения перейдет хотя и малая, но конечная доля фонового вещества:

$$\xi = \frac{\rho_{bh}(M^*)c^2}{\varepsilon(t^*)} \simeq a \exp \left[-\frac{(\mu-1)^2}{2\lambda^2} \right], \quad (2)$$

причем эффективное уравнение состояния «газа» образовавшихся ПЧД будет практически пылевым. Так как плотность фоновой материи убывает в процессе расширения Вселенной по закону $\varepsilon \sim R^{-3}$, а плотность «газа» черных дыр — $\rho_{bh} \sim R^{-3}$, то даже малой (но не слишком*) доли ξ достаточно, чтобы, начиная с момента t_1^* , изменить динамику расширения. В этот момент

$$\rho_{bh}(M^*)c^2 \frac{R^3(t^*)}{R^3(t_1^*)} \simeq \varepsilon(t^*) \left(\frac{t^*}{t_1^*} \right)^2, \quad (3)$$

откуда $t_1^* = t^* \xi^{1/2(1-\mu)}$. Предположим, что $M^* \ll 10^{15}$ г, и следовательно, ПЧД первого поколения будут эффективно испарять пары частиц-античастиц в соответствии с эффектом Хокинга [7]. Тогда верхняя граница эры доминирования ПЧД с $M \sim M^*$ определяется моментом их полного испарения $\tau^* = t_g(M^*/M_g)$, где $t_g = 5 \cdot 10^{-44}$ с, $M_g \simeq 10^{-5}$ г. Для дальнейшей эволюции рассматриваемой модели оказывается существенным наличие в «газе» ПЧД первого поколения малых неоднородностей плотности. Естественно предположить, что в момент образования черных дыр с $M \sim M^*$ их распределение модулировано неоднородностями в фоновом веществе, причем $\delta_{bh} = \delta_{ph}$; $\delta_{bh} = \delta_{ph}$. Возможность осуществления такого режима проиллюстрирована в Приложении 1. Приведенное выше условие «модуляции» выполняется вплоть до попадания возмущения в фоновом веществе под горизонт. После этого возмущения в «газе» черных дыр и материи ведут себя по-разному. Возмущения в веществе вступают в режим акустичности и могут исчезать вследствие диссипативных эффектов. Черные дыры связаны со столкновительным газом только гравитационно, поэтому амплитуда мелкомасштабных неоднородностей в «газе» ПЧД, генерируемых акустическими колебаниями в фоновой материи, оценивается следующим образом:

$$\delta_{bh} \simeq \left(\frac{\lambda}{ct} \right)^2 \delta_{ph}, \quad (4)$$

где λ — длина неоднородности в рассматриваемый период. Поскольку $\lambda \ll ct$, то, как видно из (4), на масштабах меньше горизонта черные ды-

* Конкретное ограничение на параметр ξ приведено ниже (см. (7)).

ры практически не участвуют в акустических колебаниях (подробнее см. Приложение 1 и [8, 9]). Самогравитацией «газа» ПЧД в этот период также можно пренебречь, так как характерное время этого процесса $t_j \sim (\rho_{ph}/\rho_{bh})^{1/2} t$ значительно превышает космологическое время. Таким образом, на масштабах меньше горизонта, «газ» первичных черных дыр можно рассматривать как бесстолкновительный, и, строго говоря, для его описания необходимо использовать кинетический подход. Однако основные закономерности поведения такой системы могут быть проанализированы качественно, без использования результатов точной теории. Анализ, проделанный в Приложении 2, показывает, что вследствие наличия у ПЧД минимальной массы пекулярных скоростей, приобретаемых при «взаимодействии» с неоднородностями фонового вещества непосредственно в период формирования этих объектов, к моменту времени t_1^* «замываются» возмущения в областях с массой $M_d = M^* \alpha^{3n/(2(1-n))}$. С учетом указанных особенностей развития неоднородностей в «газе» ПЧД, можно получить спектр возмущений в их распределении в момент t_1^* :

$$\delta_1(M) = \begin{cases} 0; & M < M_d \\ \alpha \left(\frac{M}{M_1} \right)^{-\frac{3n-2}{3} - \frac{(3n-2)(3n-2)}{6(1-n)}}; & M_d < M < M_1 \\ \alpha \left(\frac{M}{M_1} \right)^{-n - \frac{(3n-2)(3n-2)}{6(1-n)}}; & M > M_1, \end{cases} \quad (5)$$

где M_1 — масса под горизонтом в момент t_1^* . При получении (5) учитывался рост возмущений в фазе неустойчивости ($\lambda > ct$), а также уменьшение массы под возмущением вследствие расширения. Схематически спектр $\delta_1(M)$ показан на рис. 1. Максимум в спектре приходится на M_d .

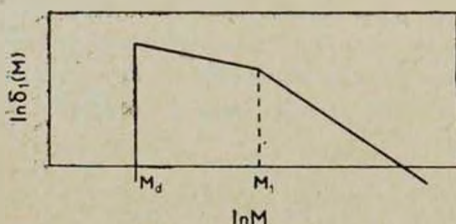


Рис. 1. Спектр возмущений в «газе» ПЧД в момент времени t_1^* .

Наличие неоднородностей плотности в «газе» ПЧД первого поколения делает возможным формирование массивных объектов в период $t_1^* < t < t^*$. На стадии доминирования ПЧД закон роста неоднородностей плотности

имеет вид $\delta \sim t^{2\alpha}$. Принимая в качестве критерия обособления отдельных объектов $\delta(M) \simeq 1$ [10], определим момент времени $\tilde{t}$, когда $\delta(M_d) \simeq 1$:

$$\tilde{t} = t^* \alpha^{-\frac{9(1-n)}{2}} \xi^{\frac{2\mu + 3(3n-2)(3\mu-2)}{4(1-\mu)}} \quad (6)$$

Напомним, что $\delta_1(M)$ в (5) — это среднеквадратичная величина возмущений в объеме, содержащем массу M , а сами неоднородности распределены по нормальному закону. При этом имеется отличная от нуля вероятность встретить существенное отклонение от однородности, превышающее единицу для всех $M > M_d$ и в любой момент времени $t_1 < t < t^*$. Од-

нако при $t < \tilde{t}$ эта вероятность экспоненциально мала. В такой ситуации возникают два варианта: а) величина $\langle \delta^2(M_d) \rangle$ дорастает до 1 при $\tilde{t} < t^*$; б) в момент полного испарения ПЧД с $M \sim M^*$ возмущения в масштабе M_d не превышают 1 ($t > t^*$). В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением первого варианта, накладывая на возмущения ограничение

$$\left(\frac{M^*}{M_g}\right)^{-2} \alpha^{-\frac{9(1-n)}{2}} \xi^{\frac{2\mu + 3(3n-2)(3\mu-2)}{4(1-\mu)}} < 1. \quad (7)$$

2. *Спектр масс черных дыр, образующихся в эпоху доминирования ПЧД первого поколения.* Формирование массивных черных дыр в период доминирования ПЧД минимальной массы обладает рядом особенностей по сравнению с тем же процессом, идущем в «жесткой» ($P \sim \varepsilon$) Вселенной. В случае «жесткого» уравнения состояния силы давления стремится сферизовать любое значительное отклонение от однородного распределения вещества. В пылевой Вселенной возмущение нарастает (в линейном приближении) без изменения формы, оставаясь подобным самому себе [11]. Расчеты, проделанные Дорошкевичем [12] применительно к проблеме образования галактик, показывают, что при нормальном распределении начальных возмущений лишь около 8% вещества сжимается по всем трем направлениям (однако в гравитационно связанные объекты может входить и большая доля вещества [13]). Поскольку представляется естественным, что для формирования черной дыры необходимо начальное отклонение в положении и скоростях частиц, близкое к сферически-симметричному, можно ожидать, что в черные дыры с $M \geq M_d$ перейдет лишь малая (не выше $10^{-2} - 10^{-3}$) часть областей, амплитуда возмущений в которых

достаточна для образования гравитационно связанных объектов*. Подавляющая доля ПЧД минимальной массы войдет в образования типа «блинов», однако аналогия с адиабатической теорией образования галактик здесь чисто условная. Дальнейшая эволюция образовавшихся черных дыр и «блинов» протекает различно. Черные дыры, образовавшиеся в этот период, имеют массу, превышающую M_d , и так как $M_d \gg M^*$, то время их существования до полного испарения будет значительно превышать τ^* . При $M_d > 10^{15}$ г массивные черные дыры будут доживать до настоящего времени и давать вклад в полную плотность вещества во Вселенной. Образования типа «блинов», состоящие из ПЧД с $M \sim M^*$, в момент τ^* полностью превращаются в излучение и могут приводить к нагреву первичного вещества. При этом, поскольку в них входит подавляющая доля массы, произойдет вторичная перестройка модели, сопровождающаяся термализацией высокоэнергичных продуктов испарения. Если выполнено условие (7), то еще на пылевой фазе вследствие статистического сгущения образующихся ПЧД возможно формирование объектов с $M \gg M_d$. При расчете спектра масс ПЧД следующих поколений мы воспользуемся результатами недавней работы [14], с одним лишь существенным изменением. В отличие от [14], мы будем считать, что в каждое новое поколение ПЧД входит малая доля $\beta/2 \ll 1$ всего вещества во Вселенной. Параметр β , в соответствии со сказанным выше, характеризует долю возмущений, эволюционирующих в черные дыры. Не вдаваясь в детали вычислений, аналогичных [14], приведем лишь окончательное выражение для спектра масс образующихся объектов:

$$f(M, t) = \frac{\rho_{\text{tot}}(\tau^*)}{\bar{M}^2} \frac{\beta}{2 \ln 2} \left| \frac{R(\tau^*)}{R(t)} \right|^3 \left(\frac{\bar{M}}{M} \right)^{2 - \frac{\beta}{2 \ln 2}}, \quad (8)$$

где $\rho_{\text{tot}}(\tau^*)$ — полная плотность вещества в момент τ^* , $\bar{M}$ — максимальная масса в спектре образующихся ПЧД, определяемая из условия $\delta_1(\bar{M})(\tau^*/t_*)^{2/3} = 1$. $\bar{M}$ можно выразить через параметры спектра начальных неоднородностей:

$$\bar{M} = \begin{cases} M^* a^{\frac{1}{n}} \xi^{\frac{3n-2}{3n}} \left(\frac{M^*}{M_g} \right)^{\frac{4}{3n}}; & \Pi < 1 \\ M^* a^{\frac{3}{3n-2}} \xi^{\frac{1 + (3n-2)(n-1)}{(3n-2)(n-1)}} \left(\frac{M^*}{M_g} \right)^{\frac{4}{3n-2}}; & \Pi > 1, \end{cases} \quad (9)$$

* Мы не рассматриваем процесс образования черных дыр вследствие возможной фрагментации «блинов», поскольку при заданных параметрах модели этот механизм малоэффективен.

где

$$\Pi = \frac{t'}{\tau^*} = \left(\frac{M^*}{M_d} \right)^{-2} x^{-3/2} z^{\frac{2\gamma + (2n-2)(3\lambda-2)}{4(1-\mu)}}$$

а t' определяется из условия: $\delta_1(M_1)(t'/t_1')^{2/3} = 1$. Для $\bar{M}$ приведено два значения, в соответствии с тем, что в спектре возмущений (5) имеется излом. Полная доля вещества, входящая в ПЧД с $M_d \leq M < \bar{M}$ в момент τ^*

$$\nu = 1 - \left(1 - \frac{\beta}{2} \right) \left(\frac{M}{M_d} \right)^{-2 \ln 2}. \quad (10)$$

Отметим, что при $M_d > 10^{15}$ г искажение спектра масс (8) вследствие квантового испарения ПЧД несущественно для всего диапазона $M_d < M < \bar{M}$. Условие $M_d > 10^{15}$ г налагает следующее ограничение на спектр начальных неоднородностей*:

$$\frac{M^*}{M_d} x^{\frac{3}{2} \frac{\beta}{2(1-\mu)}} > 10^{20}. \quad (11)$$

Как уже упоминалось выше, в момент τ^* происходит вторичная перестройка модели, после которой динамика расширения Вселенной определяется термализовавшимися продуктами испарения ПЧД с $M \sim M^*$. Если τ^* достаточно велико (например, больше 10^{-4} с), то «жидкость», заполняющая Вселенную, будет описываться уравнением состояния $P = \varepsilon/3$. При $t > 10^{-4}$ с и вплоть до момента равенства плотностей излучения и пылевой составляющей (в которую, помимо барионов, входят и черные дыры) эволюция протекает аналогично стандартной модели «большого взрыва». Существенным отличием, однако, может быть меньшее значение удельной энтропии на барион (подробнее см. раздел 3). Если в пылевой составляющей доминируют ПЧД ($\rho_{bh} > \rho_{bar}$), то момент равенства определяется из соотношения:

$$\rho_{bh}(\tau^*) \left(\frac{t_{eq}}{\tau^*} \right)^{-3/2} = \rho_{ph}(\tau^*) \left(\frac{t_{eq}}{\tau^*} \right)^{-2}, \quad (12)$$

откуда

$$t_{eq} \simeq \tau^* \nu^{-2} = t_g \left(\frac{M^*}{M_g} \right)^3 \nu^{-2}.$$

* При таком выборе M_d естественно объясняется отсутствие искажений в спектре жесткого γ -излучения от ПЧД с $M \sim 10^{15}$ г и спектра космических лучей в Галактике [16].

Таким образом, изложенная выше схема образования массивных черных дыр позволяет связать основные характеристики расширения Вселенной с амплитудой и спектром первичных неоднородностей плотности.

3. «Холодная» Вселенная. Сопоставление с наблюдениями. Изложенную выше общую схему эволюции «турбулентной» модели мы проиллюстрируем на конкретном примере Вселенной, заполненной на ранних стадиях веществом с уравнением состояния $P = (1/3)\varepsilon$. Основное внимание мы уделим вопросу «разогрева» первоначально «холодной» материи с низкой величиной удельной энтропии на барион ($S_0 \sim 1$). Полученные в предыдущих разделах результаты указывают на несколько механизмов увеличения удельной энтропии на барион. В первую очередь, рост энтропии может происходить вследствие диссипации начальных возмущений в радиационный период расширения, обусловленный эффектом испарения ПЧД с $M \simeq M^*$, при аккреции вещества на массивные черные дыры и т. д. При этом эффективность того или иного механизма «нагрева» определяется параметрами спектра начальных неоднородностей. Рассмотрим один из возможных вариантов, обусловленный испарением ПЧД минимальной массы. Обозначая ε_1 и n_1 плотность энергии и концентрацию γ -квантов и предполагая, что $S_0 \geq 1$, к моменту t_1^* будем иметь:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1(t_1^*) &\simeq \frac{c^2}{Gt_1^{*2}} \simeq \sigma T^4 \simeq kT \cdot n_1(t_1^*), \\ n_{bar}(\tau^*) &\simeq \frac{\sigma^{1/4}}{kS_0} \left(\frac{c^2}{Gt_1^{*2}} \right)^{3/4} \left(\frac{t_1^*}{\tau^*} \right)^2,\end{aligned}\tag{13}$$

где k — постоянная Больцмана.

При $t \sim \tau^*$ происходит мгновенное энерговыделение продуктов испарения ПЧД с M^* , сопровождающееся их термализацией. Удельную энтропию S_1 к моменту времени τ^* можно оценить как

$$S_1 = S_0 \cdot \left(\frac{M^*}{M_g} \right),\tag{14}$$

в полном соответствии с результатами [15]. Не вдаваясь в детали дальнейшего набора энтропии, связанного с эффектами диссипации неоднородностей и аккреции, при $S_0 \geq 1$ необходимо потребовать

$$\frac{S_1}{S_0} = \left(\frac{M^*}{M_g} \right) \lesssim 10^9.\tag{15}$$

Современные ограничения на плотность массивных ПЧД ($M \gg 10^{15}$ г) свидетельствуют, что $\rho_{bh} \lesssim \rho_{cr}$ (ρ_{cr} — критическая плотность вещества).

Однако не исключено, что плотность массивных ПЧД может превышать современную плотность вещества ($\rho_{bh} > \rho_{bar}$). Обозначая $\rho_{bh} = \omega \rho_{cr}$; $\rho_{bar} = \Omega \rho_{cr}$, $S_{now} = 2 \cdot 10^8 \Omega^{-1} h^{-1}$, получаем для ω соотношение

$$\omega \rho_{cr} \left(\frac{t_{now}}{t_{eq}} \right)^{-2/3} = \rho_r \left(\frac{S_1}{S_{now}} \right)^{4/3}.$$

Подставляя t_{eq} из (12), будем иметь:

$$\omega \rho = 10^{20} h^2 \Omega^{4/3} v^{4/3} \left(\frac{M^*}{M_g} \right)^{-2/3} < 1, \quad (16)$$

где $h = H/50$ км/с · Мпс — безразмерная постоянная Хаббла.

При $h \simeq 1$, $\Omega \simeq 0.1$ из (16) следует

$$M^* > 2.5 \cdot 10^{37} v^{3/2} M_g. \quad (17)$$

Для $S_0 = 1$, $\beta = 10^{-1}$ и $n \simeq 2/3$ ограничения на параметры начальных неоднородностей приведены на рис. 2. Требованию $M^* \ll 10^{15}$ г соответствует область ниже линии 5; $M_d > 10^{15}$ г — выше кривой 2; $t < \tau^*$ — выше кривой 1; $S_1/S_0 < 10^9$ — ниже 3; $\rho_{bh}/\rho_{cr} < 1$ — выше кривой 4.

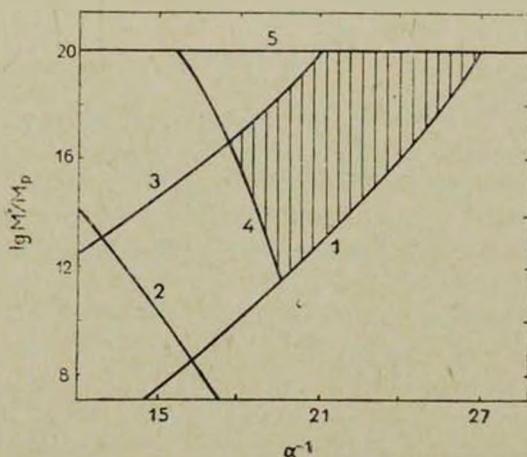


Рис. 2. Ограничения на параметры спектра начальных неоднородностей (пояснения см. в тексте).

Заштрихованная область соответствует значениям M^* , α , удовлетворяющим всем перечисленным требованиям. Отметим, что область допустимых значений M^* , α может быть шире, если рассматривать образование черных дыр за счет статистичности начальных условий

(см. раздел 1). Как видно из рис. 2, в достаточно широком классе параметров начальных возмущений удается обеспечить как полный ($S_1 \sim 10^8 - 10^9$), так и частичный ($S_1 \geq 3 \cdot 10^8$) „разогрев“ Вселенной. В первом случае модель характеризуется 25–30% содержанием He^1 , во втором — массовая концентрация He^1 порядка 32%. Особенностью первичного химсостава в случае „теплых“ моделей является практически нулевое содержание космологического дейтерия.

Дальнейшее развитие этой гипотетической схемы может осуществляться по двум направлениям. Не исключено, что неоднородности в «газе» массивных черных дыр могут генерировать возмущения плотности в барионах, приводя к образованию звезд с $M \sim 1 M_\odot$ и выше. В определенной мере этот вариант соответствует идеям работ [9, 14]. Отметим, что образование массивных черных дыр и последующая аккреция вещества на них может служить механизмом генерации чернотельного излучения, аналогично сценарию «теплой» Вселенной [17]. Естественно, перечисленные выше возможности не исчерпывают всех допустимых вариантов. Анализ космологических следствий изложенной выше гипотетической схемы требует детального исследования и будет рассмотрен нами в отдельной работе.

В заключение авторы выражают признательность Я. Б. Зельдовичу за полезное обсуждение работы.

Приложение 1

В настоящем приложении мы рассмотрим динамику малых потенциальных возмущений в двухкомпонентной «жидкости», состоящей из вещества с уравнением состояния $P = 1/3 \varepsilon$ и бесстолкновительного «газа» первичных черных дыр. Рассмотрим случай, когда плотность ультрарелятивистской компоненты ρ_r превышает ρ_{bh} . Задавшемся спектром возмущений в момент τ_0 ($\tau = \int \frac{dt}{a(t)}$), соответствующий t^* , в виде

$$\delta_r \simeq \alpha \left(\frac{M}{M^*} \right)^{-n} \simeq \alpha (k \tau_0)^{3n}, \quad k \leq \tau_0^{-1}, \quad (1.1)$$

где k — безразмерное волновое число, α — амплитуда неоднородностей и предполагая $\alpha < 1$, из линейной теории Лифшица получим, что для $h_{\alpha(k)}^{\beta} = \frac{1}{3} \delta_{\alpha}^{\beta} (\mu_k + \lambda_k) - \frac{k_{\alpha} k^{\beta}}{k^2} \lambda_k$ зависимость коэффициентов разложения μ_k и δ_k от времени определяется выражением

$$\mu_k(\tau) \simeq 9\alpha (k \tau_0)^{3n-2} \left(1 - \frac{1}{6} k^2 \tau_0^2 \right), \quad (1.2)$$

$$\delta_r \simeq \alpha (k\gamma_0)^{3n-2} k^2 \gamma_1^2 \quad \text{при } k\gamma \ll 1 \quad (1.3)$$

и

$$\mu_k(\eta) \simeq -72 \sqrt{3} \alpha (k\gamma_0)^{3n-2} (k\gamma_1)^{-2} e^{\frac{ik\eta}{\sqrt{3}}} \quad \text{при } k\gamma \gg 1. \quad (1.4)$$

Линеаризованные гидродинамические уравнения для ПЧД-компоненты, после замены $\delta_{bn(k)} = N_k - 2/3 \mu_k$ сводятся к одному — для инварианта

$$N_k:$$

$$N_k + \frac{a'}{a} N_k = 0, \quad (1.5)$$

где $a(\eta)$ — масштаб-фактор модели. Решением (1.5) при $\eta \ll 1$ является

$$\delta_{bh}(k) \simeq C_1^{(k)} \ln \gamma_1 + C_2^{(k)} - \frac{2}{3} \mu_k, \quad (1.6)$$

где $C_1^{(k)}$ и $C_2^{(k)}$ — константы интегрирования.

Если в момент γ_0 выполняется условие $\delta_{bh}(\gamma_0) = Q \delta_r(\gamma_0)$; $\delta_{bh}(\gamma_0) = P \delta_r(\gamma_0)$, причем $|Q|, |P| \ll (k\gamma_0)^{-2}$, то из (1.6), (1.4) в приближении $k\gamma \gg 1$ следует

$$\begin{aligned} \delta_{bh} &\simeq \alpha (k\gamma_0)^{3n-2} \left[6 + 2(P-1) k^2 \gamma_0^2 \ln \frac{\gamma_1}{\gamma_0} + (Q-1) k^2 \gamma_0^2 + 48 \sqrt{3} \frac{e^{\frac{ik\eta}{\sqrt{3}}}}{k^2 \gamma_1^2} \right] \simeq \\ &\simeq \alpha (k\gamma_0)^{3n-2} \left[6 + 48 \sqrt{3} k^{-2} \eta^{-2} e^{\frac{ik\eta}{\sqrt{3}}} \right]. \end{aligned}$$

Таким образом, для коротковолновых мод возмущения в «газе» ПЧД замораживаются на уровне $\delta_{bh} \sim \delta_r^H$, где δ_r^H — возмущение в ультрарелятивистской компоненте в момент выхода на фазу акустичности. Выбор тех или иных начальных условий диктуется в данном случае представлениями о динамике образования ПЧД и последующим их откликом на возмущения в столкновительном веществе. Выбор $P, Q \sim 1$, на наш взгляд, естественным образом связан с предположением о вынужденном характере возмущений в черных дырах, генерируемых ультрарелятивистской подсистемой.

Приложение 2

Как показано в Приложении 1, черные дыры минимальной массы эффективно взаимодействуют лишь со сверхгоризонтными возмущениями. В

областях меньше горизонта совокупность ПЧД можно рассматривать как свободный бесстолкновительный газ. Результатом взаимодействия с длинноволновыми возмущениями является наличие у частиц этого газа дисперсии скоростей. Величину этой дисперсии в момент образования ПЧД с $M \sim M^*$ можно оценить, усредняя вклад от сверхгоризонтных возмущений

$$\left\langle \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right\rangle \propto \int_0^{1/\gamma_0} |\alpha(k\gamma_0)^{3n}|^2 d^3k \sim \lambda^2. \quad (2.1)$$

Полученный результат может быть качественно проиллюстрирован следующим образом. Поскольку наибольший вклад в интеграл (2.1) дают возмущения, характерный размер которых совпадает с горизонтом событий в момент t_* , их плотность энергии оценивается как $\varepsilon_{AK} \sim \sim \varepsilon_{ph} \langle (\Delta\varepsilon/\varepsilon)^2 \rangle$, где усреднение производится по начальным фазам неоднородностей. В ПЧД эволюционирует лишь малая доля неоднородностей, причем кинетическая энергия хаотических движений в газе черных дыр будет порядка $W_k \sim \rho_{bh} \langle v^2 \rangle$. Предполагая, что в момент t_* в кинетическую энергию перекачивается доля ξ от ε_{AK} , получим:

$$\rho_{bh} c^2 \left\langle \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right\rangle \sim \xi \left\langle \left(\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \right)^2 \right\rangle \varepsilon_{ph}.$$

И так как $\rho_{bh} c^2 = \xi \varepsilon_{ph}(\gamma_0)$, то $\langle (v^2/c^2) \rangle \sim \langle (\Delta\varepsilon/\varepsilon)^2 \rangle \sim \alpha^2$. Трактовка $\langle v^2 \rangle$ как дисперсии скоростей газа первичных черных дыр, на наш взгляд, справедлива вследствие того, что в момент образования характерное расстояние между ПЧД $l_{bh} \sim (ct^*) \xi^{-1/3} \gg ct^*$, и поскольку распределение возмущений является случайным, то и распределение скоростей ПЧД будет описываться нормальным законом. Вследствие этого, к моменту времени t в газе черных дыр замыкаются возмущения в масштабе порядка $\lambda \sim vt \sim \alpha ct \ll ct$, и к моменту t_1 этому масштабу соответствует масса $M_d \sim \alpha^3 M_1 = M^* \alpha^{3n/2(1-n)}$.

Ростовский государственный
университет

BLACK HOLE FORMATION IN AN EARLY UNIVERSE

N. A. ZABOTIN, P. D. NASELSKIY

One of the possible ways of creation of the primordial black holes in the early Universe is considered. It has been shown that high

enough level of the primeval inhomogeneities leads to the possibility of the creation of PBH's due to clustering of the black holes of minimum mass. The characteristics of the mass spectrum of developing PBH's are calculated and the restrictions of the parameters of the primeval inhomogeneity spectrum are obtained.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Астрон. ж., 43, 47, 1966.
2. S. W. Hawking, M. N., 152, 75, 1971.
3. Д. К. Надежич, И. Д. Новиков, А. Г. Полнарев, Препринт ИКИ АН СССР, № 347, М., 1977.
4. G. V. Bicknell, R. N. Henriksen, Ap. J., 225, 237, 1978.
5. B. J. Carr, Ap. J., 201, 1, 1975.
6. B. J. Carr, Ap. J., 206, 8, 1976.
7. S. W. Hawking, Comm. Math. Phys., 43, 199, 1975.
8. B. J. Carr, Astron. Astrophys., 56, 377, 1977.
9. P. Meszaros, Astron. Astrophys., 37, 225, 1974.
10. А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, Astrophys. Space Sci., 35, 43, 1974.
11. А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, Астрон. ж., 40, 807, 1963.
12. А. Г. Дорошкевич, Астрофизика, 6, 581, 1970.
13. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Строение и эволюция Вселенной, Наука, М., 1975.
14. B. J. Carr, M. N., 181, 293, 1977.
15. Я. Б. Зельдович, А. А. Старобинский, Письма ЖЭТФ, 24, 616, 1976.
16. П. Д. Насельский, Н. В. Пелихов, Астрон. ж., 56, 714, 1979.
17. B. J. Carr, M. J. Rees, Astron. Astrophys., 61, 705, 1977.