

Применение математической статистики в моделировании геохимических систем на примере северо-восточного побережья бассейна озера Севан

Гаяне А. Минасян

Институт проблем информатики и автоматизации ИАИ РАН
e-mail mgaya@sci.ru

Аннотация

Проанализированы распределения содержаний химических элементов в геологических образованиях бассейна озера Севан на основе построения статистических моделей геохимических данных. Рассматривается содержание групп химических элементов: Ni, Co и Cr, Ti, V, в породах северо-восточного побережья оз. Севан. Построены и изучены модели нормального распределения содержаний кобальта, логнормального распределения содержания хрома, корреляции содержаний титана, ванадия и никеля, кобальта в ультраосновных породах и модели стандартного отклонения элементов в породах. Получено, что распределение элементов подчиняется логнормальному закону; имеется корреляционная связь между парами Ni-Co, V-Ti, и ее отсутствие для Cr с четырьмя другими изученными элементами; Cr, Co и Ni дают наибольшие концентрации в дунитах, а Ti и V — в габбро и кварцевых диоритах.

Статистические модели широко используются в современной геологии и геохимии. Это объясняется тем, что в некоторых исследованиях дискретные количественные измерения являются основными исходными данными о свойствах и строении природного объекта. Основной трудностью при решении таких задач являются адекватный геологическому содержанию выбор и интерпретация статистической модели.

Целью данного исследования является анализ распределения содержаний (концентраций) химических элементов в геологических образованиях бассейна озера Севан на основе построения статистических моделей геохимических данных.

В данной работе использованы геохимические данные концентрации химических элементов в породах северо-восточного побережья оз. Севан. Рассматривается группа химических элементов: Ni, Co и Cr, Ti, V, которые распространены в разных породах. Из общего количества проб (496) взятых на северо-восточном побережье оз. Севан, 290 составляли те образцы, которые распространены в следующих породах: дунитах, перидотитах, пироксенитах, серпентинитах, троктолитах, габброидах и кварцевых диоритах. Для изучения геохимических закономерностей нами использованы статистические модели нормального распределения и парной линейной корреляции случайных величин.

Методологическое основание геохимического приложения указанных моделей заключается в следующем. Геохимия, занимающаяся изучением естественной истории химических элементов, оперирует фактическим материалом, представленным содержаниями химических элементов в природных объектах, количественно отражающих распространенность и распределение химических элементов в современной структуре геологических объектов (рудных месторождениях, горных породах, земной коре, Земле в

целом). Очевидно, что это распределение отражает результаты сложного комплекса геологических процессов, которые протекали в прошлом. При этом сами процессы, как правило, не являются наблюдаемыми. Поэтому методологической особенностью геохимии, как и вообще всех геологических наук, является необходимость обращаться к методам моделирования предполагаемых механизмов природных процессов, которые могли бы привести к эмпирически наблюдаемой картине распространенности и распределения химических элементов [1].

В геохимических системах истинное значение концентрации элемента в определенной точке геологического объекта совершенно определенное и является закономерным результатом геохимических процессов. Но при отборе и анализе проб мы в каждой конкретной точке получаем значения концентраций, колеблющихся с определенной надежностью около определенного значения, т.е. имея многократное повторение процесса опробования можно рассматривать колеблющиеся в определенных пределах значения концентраций как случайные.

Поэтому в качестве первого приближения наблюдаемое распределение содержаний (концентраций) химических элементов в геологических объектах рассматривается как распределение случайных величин, и для их обработки используются различные приемы математической статистики. В геохимии показано, что во многих случаях распределение частот встречаемости концентраций элементов не противоречит функции нормального распределения.

Нормальное распределение образуется, когда действует большое число независимых или слабо зависимых случайных причин. Подчинение закону нормального распределения проявляется тем точнее, чем больше случайных причин действует вместе. Если одна из случайных причин окажется резко преобладающей, то закон распределения будет обусловлен действием этой причины и, как правило, будет иметь лучшую схожесть с логарифмически нормальным или каким-либо другим распределением [2].

Если имеется основание рассматривать случайную величину как сумму независимых слагаемых, то следует ожидать, что ее распределение будет нормальным независимо от характера распределения слагаемых.

Соответствие или несоответствие выбранному теоретическому распределению экспериментальной выборки позволяет решить вопрос об одно- или многоактном накоплении химического элемента в исследуемых породах. Как следствие оценивается также возможность накопления химического элемента, представляющего практический интерес.

Характерное свойство нормального распределения состоит в том, что 68% всех наблюдений лежат в диапазоне ± 1 стандартное отклонение от среднего, а диапазон ± 2 стандартных отклонения содержит 95% значений. Другими словами, при нормальном распределении, стандартизованные наблюдения, меньшие -2 или большие +2, имеют относительную частоту менее 5% (наблюдение стандартизовано если из исходного значения вычтено среднее и результат поделен на стандартное отклонение (корень из дисперсии)). С помощью программного пакета *STATISTICA*, используя Вероятностный калькулятор, мы можем вычислить точные значения вероятностей, связанных с различными значениями нормального распределения. Например, если задать z -значение (т.е. значение случайной величины, имеющей стандартное отклонение равное 1), то соответствующий вероятностный уровень, вычисленный *STATISTICA* будет меньше .0001, поскольку при нормальном распределении практически все наблюдения (т.е. более 99.99%) попадают в диапазон ± 4 стандартных отклонения [3].

Обычно нормальному закону подчиняется распределение концентраций в геологических объектах достаточно распространенных химических элементов, содержания которых колеблются в пределах первых процентов (рис. 1).

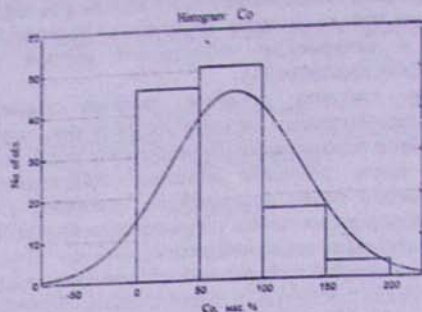


Рис. 1. Нормальное распределение содержаний кобальта в ультраосновных породах.

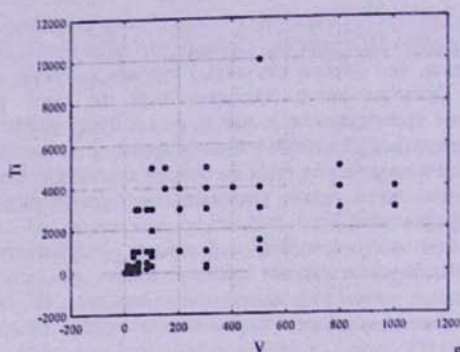


Рис. 2. Корреляция содержаний титана и ванадия в ультраосновных породах. Коэффициент корреляции $r=0.63723$, число проб 118.

Непротиворечие распределения концентраций нормальному закону позволяет использовать параметрические методы для решения весьма важных статистических задач геохимии: получить достоверные оценки среднего содержания, характеризующего степень накопления химического элемента в данном геологическом объекте; дисперсии его содержаний как меры геохимической неоднородности объекта; применить аппарат корреляционного анализа для обоснования существования связей между концентрациями разных элементов (рис. 2).

Распределение концентраций элементов, распространенность которых в природных объектах меньше или существенно меньше 1%, чаще всего оказывается асимметричным: отчетливо проявляется редкая (закономерная) встречаемость проб с высокой концентрацией элементов (это особенно характерно для участков горных пород с

повышенным содержанием элемента, вплоть до образования рудных концентраций). Во многих случаях удастся показать, что в таких ситуациях наблюдаемое распределение не противоречит нормальному закону распределения логарифмов концентраций (сами концентрации распределены в соответствии с логнормальным законом) (рис. 3). При характеристике таких объектов в качестве параметров распределения используются, кроме оценки среднего арифметического как меры распространенности элемента в данном геологическом объекте, оценки среднего геометрического содержания (антилогарифма среднего значения логарифмов содержаний) как характеристики наиболее часто встречаемого ("фоновое") значения концентрации элемента в объекте и стандартный множитель в качестве меры геохимической дисперсии.

В этом случае все параметрические методы, используемые для сравнения разных объектов, вычисления дискриминантных функций, установления корреляционных связей между концентрациями различных элементов и др. в качестве первичных данных оперируют с логарифмами концентраций.

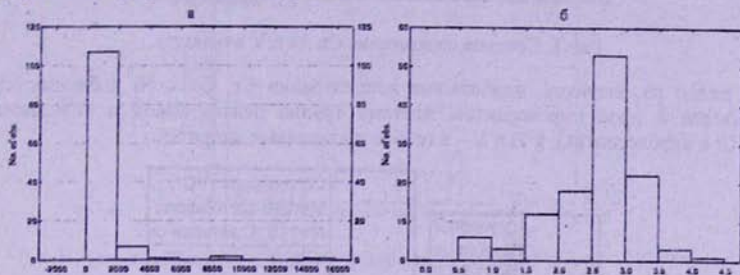


Рис.3. Логнормальное распределение содержаний хрома в ультраосновных породах. а – Распределение содержаний, б – распределение логарифмов содержаний.

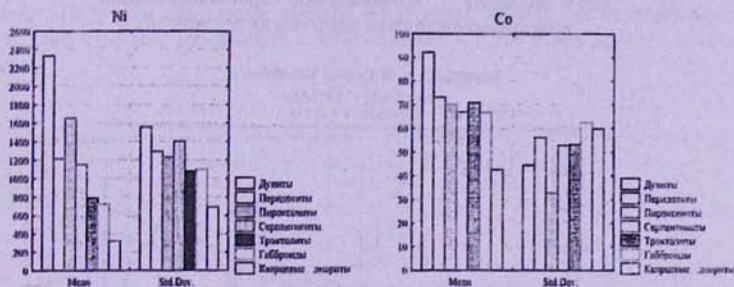


Рис.4. Среднее содержание и стандартное отклонение Ni и Co в породах.

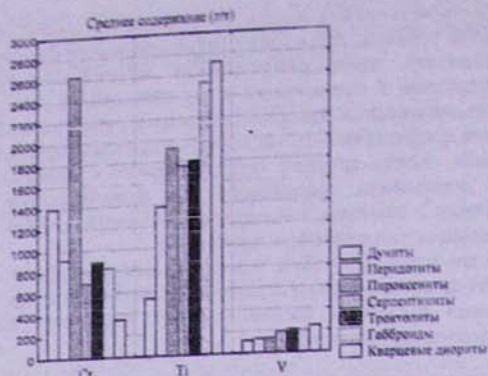


Рис.5. Среднее содержание Cr, Ti и V в породах.

Как видно из рисунков, наибольшие концентрации Cr, Co и Ni наблюдаются в дунитах (всего 8 проб пироксенитов, поэтому трудно делать вывод о повышенном развитии Cr в пироксенитах), а Ti и V – в габбро и кварцевых диоритах.

Variable	Correlation		Correlations (VCr)		
	Marked co		Marked correlations		
	N=118 (Case		N=118 (Casewise d		
	Co	Ni	Cr	V	Ti
Co	1.00	0.60	1.00	-0.10	-0.24
Ni	0.60	1.00	-0.10	1.00	0.64
			-0.24	0.64	1.00

Рис.6. Значения коэффициента парной корреляции между содержаниями химических элементов.

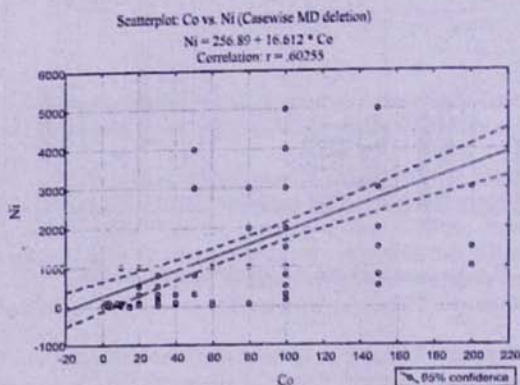


Рис.7. Корреляция содержаний никеля и кобальта в ультраосновных породах.

Коэффициент корреляции Co и Ni равен 0.60, а Ti и V – 0.64. Cr не коррелируется ни с V, ни с Ti. Ni; Co, V не образуют месторождения, а Cr дает месторождения (Шоржинское, Джилское, Бабаджанское и др.). Таким образом, как средние содержания, так и корреляционные связи показывают, что накопления Cr и остальных элементов отчетливо различаются.

При построении графика зависимости Ni и Co обнаружен интересный факт, заключающийся в том, что содержания Ni соответствуют нормальному распределению в выборках проб фиксированным высоким содержаниям Co (рис. 8). Указанный интересный факт требует геохимической интерпретации, которая на данном материале пока недоступна.

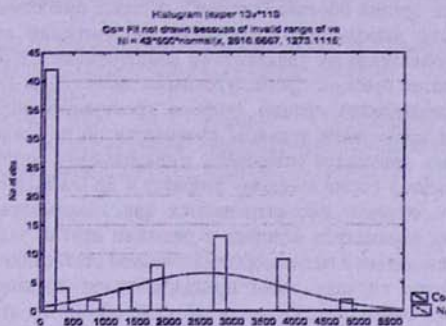


Рис.8. Нормальное распределение содержаний никеля в ультраосновных породах.

Для характеристики точности статистического критерия проверки гипотезы, мы подсчитали плотность статистического распределения кобальта и хрома [4, 5]. Далее используя программу MapInfo была определена площадь под идеальной кривой и статистической. Сравнением площадей определены вероятность ошибки и доверительная вероятность. Получены следующие данные: вероятность ошибки для кобальта составляет - 0,44, а доверительная вероятность соответственно - 0,56, а для хрома - 0,46 и 0,54 (рис. 9).

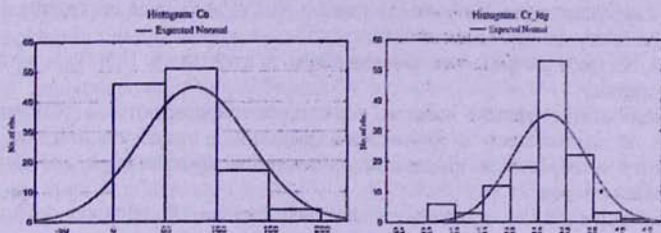


Рис.9. Нормальное распределение содержаний кобальта и хрома в ультраосновных породах.

Как известно, природные геохимические системы многокомпонентны. Поэтому основной особенностью геохимического образа геологического объекта является его многомерность. С другой стороны, природные процессы многофакторны, и результат

процессов – геологический объект представляет собой результат наложения и сложения большого числа одновременно действующих сил и механизмов.

Но нередко распределение концентраций химических элементов в геологических объектах не согласуется ни с каким законом, и приходится обращаться к непараметрическим методам сравнения выборок и решения других статистических задач [6]. По-видимому, наиболее общим случаем является более или менее четко выраженная геохимическая неоднородность объекта, проявляющаяся, например, в полимодальном характере функций частот распределения концентраций химических элементов. Такая особенность геохимической структуры геологических объектов позволяет говорить о стремлении природной системы к дискретному строению, появлению в пределах единого с геологической точки зрения объекта "границ", которые представляют собой участки с более или менее резко выраженными скачками концентраций химических элементов (точнее, участков с повышенными градиентами концентраций). Как правило, в областях таких границ появляются пробы с промежуточными значениями содержаний элементов, что делает задачу проведения границ (выбора граничного значения концентраций) нетривиальной. Чаще всего такие границы проводятся по не зависящим от собственно геохимических данных признакам (например, минеральному составу горных пород, их структуре, относительному геологическому возрасту и др.), а выделенные таким образом части геологического объекта рассматриваются как геохимически однородные, при оценке геохимических параметров которых и решении других задач обработки данных вполне применимы стандартные методы математической статистики.

Однако, во многих случаях такая предварительная группировка геохимических данных оказывается не однозначной и, главное, сама обработка этих данных ставится в зависимость от некоторого априорного представления о структуре геологического объекта. Представляется поэтому желательным обосновать суждение о характере геохимической неоднородности геологического объекта, опираясь на собственные характеристики его геохимического поля. Для решения этой задачи целесообразно использовать различные методы кластерного анализа.

Заключение

Изучены модели статистического распределения и парной корреляции концентраций химических элементов (Ni, Co, V, Ti и Cr) в породах бассейна озера Севан.

Показано что: распределение подчиняется логнормальному закону распределения; имеется корреляционная связь между парами Ni-Co, V-Ti, и ее отсутствие для Cr с четырьмя другими изученными элементами;

Cr, Co и Ni дают наибольшие концентрации в дунитах, а Ti и V – в габбро и кварцевых диоритах;

полученные статистические выводы хорошо интерпретируются с геохимической точки зрения и согласуются с известными фактами о том, что Ni, Co, V, Ti концентрируются в породах в результате одноактного накопления в магматической стадии образования пород;

Cr концентрируется в основном в поздней стадии и образует собственные месторождения.

Литература

1. А. А. Ярошевский. Применение математики в геохимии: некоторые типы задач и методы решения. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова. <http://journal.issep.rssi.ru/page.php?year=1996&number=7&page=67>
2. Дж. Деяис. Статистика и анализ геологических данных. Москва, Издательство "Мир", 1977.
3. Элементарные понятия статистики. <http://www.statsoft.ru/home/textbook/esc.html>
4. С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. Прикладная статистика. Основы моделирования и первичная обработка данных. Москва. Финансы и статистика, 1983.
5. Ե. Հարությունյան, Տ. Ղազանչյան, Ն. Մեսրոպյան, Դ. Ասատրյան, Մ. Հարությունյան, Մ. Սահակյան, Հ. Ծախումյան: Հավանականություն և կիրառական վիճակագրություն, Երևան, 2000:
6. А.А.Беус, С.В.Григорян, М.Т.Ойзерман, П.Г.Чолакян, А.А.Стояновский. Руководство по предварительной математической обработке геохимической информации при поисковых работах. Москва, Издательство "НЕДРА", 1965, 120 с.

Մաթեմատիկական վիճակագրության կիրառումը երկրաքիմիական համակարգի մոդելավորման համար Սևանա լճի ավազանի հյուսիս-արևելյան ափի օրինակով

Գ. Մինասյան

Ամփոփում

Կատարված է Սևանա լճի ավազանի երկրաբանական առաջացումներում քիմիական տարրերի պարունակությունների բաշխման վերլուծություն՝ երկրաքիմիական տվյալների վիճակագրական մոդելների կառուցման միջոցով: Դիտարկվում է Սևանա լճի հյուսիս-արևելյան ափի ապարներում քիմիական տարրերի պարունակությունների հետևյալ խումբը՝ Ni, Co և Cr, Ti, V: Կառուցված և ուսումնասիրված են հետևյալ մոդելները՝ ուլտրախիմքային ապարներում Co -ի պարունակության նորմալ բաշխումը, Cr -ի պարունակության լոգնորմալ բաշխումը, Ti, V և Ni, Co պարունակությունների կոռելյացիան և ապարներում տարրերի կամոնաձև շեղումները: Ստացվել է, որ բաշխումը ենթարկվում է լոգնորմալ բաշխման օրենքին, զոլություն ունի կոռելյացիոն կապ Ni-Co, V-Ti զույգերի միջև և այն բացակայում է Cr -ի համար ուսումնասիրվող չորս տարրերի դեպքում, Cr-ը, Co-ն և Ni-ն տալիս են որոշ կոտակումներ դունիտներում, իսկ Ti-ն և V-ն -- զարքրոններում և քվարցային դիորիտներում: