Математические вопросы кибернетики и вычислительной техники 30, 87--91, 2008.

Оптимальная передача информации через пороговую систему со стохастическим резонансом

Арсен А. Ахумян[1], Вардан Ж. Товмасян[2], Оганес С. Ароян[2]

1 Институт радиофизики и электроники НАН Армении, Аштарак
2 Ереванский государственный университет, Армения
E-mail: arsen@irphe.am, tvardan@mail.ru, hharoyan@ysu.am

Аннотация

Рассмотрена зависимость скорости передачи информации через нелинейный канал со стохастическим резонатором от уровня шума. Выведена связь межу спектром сигнала и спектральной полосой шума, при котором соотношение сигнал/шум на выходе канала, а также скорость передачи информации имеют максимальное значение.

1. Введение

Стохастический резонанс (СР) это нелинейный эффект, при котором добавочный шум при определенных условиях может привести к улучшению качества передачи информации [1-5]. Стохастический резонатор (СРР) является нелинейной пороговой системой, проявляющей эффект СР. При передаче сигнала через СРР существует оптимальный уровень шума, добавление которого к входному сигналу приводит к максимальному улучшению качества передачи. Для линейных систем передачи аналоговых сигналов удобным критерием качества приема является выходное отношение сигнал/шум (SNR), который можно определить как отношение среднеквадратичной амплитуды периодической компоненты смеси сигнала и шума, к спектральной плотности мощности шума. В телекоммуникационных задачах более удобной величиной характеризующей канал связи является скорость передачи информации C с заданной вероятностью ошибки [6].

В работе рассмотрена зависимость Шенноновской скорости безошибочной передачи информации $C = B_s \cdot \log_2(1 + P_s/P_n)$ через СРР от уровня шума (где B_s есть полоса сигнала, P_s – мощность сигнала, а P_n – мощность шума). Очевидно, что в линейном канале с возрастанием шума скорость передачи информации падает. В СРР канале передача сигналов с уровнем ниже заданного порога невозможна и здесь наличие шума благоприятствует преодолению порога и, соответственно, передачи информации.

Цель работы состоит в определении оптимальных параметров канала обеспечивающих максимальную Шенноновскую скорость передачи информации в режиме СР. Мы рассмотрели случай, когда амплитуда сигнала меньше значения порога, а уровень шума регулируется частотой среза входного низкочастотного фильтра (ФНЧ). Чтобы найти зависимости SNR и C от уровня шума, мы использовали адиабатическое приближение, а также приняли, что амплитуда сигнала меньше уровня шума. В этом случае отклик сигнала на выходе СРР остается линейным, а отклик шума – наоборот является сугубо нелинейным. Полученная зависимость скорости C и SNR от входной полосы шума имеет колоколообразный вид, т. е. при некотором уровне шума имеется максимум.

2. Определение оптимального уровня шума для наилучшей передачи

В начале рассмотрим простой линейный информационный канал (рис.1).

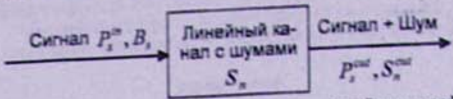

Рис 1. ***Модель передачи сигнала через линейный шумовой канал***

Вместо исследования передачи сигнала через шумовой канал мы перенесем внутренние шумы на вход и рассмотрим передачу через бесшумный канал (рис.2).

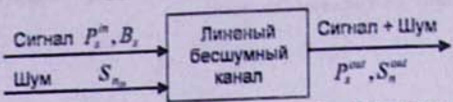

Рис 2. ***Модель передачи сигнала через линейный бесшумный канал***

Известно, что приведенные модели идентичны с точки зрения выходных характеристик. Далее рассмотрим нелинейный канал со стохастическим резонатором (рис.3).

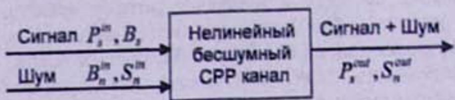

Рис 3. ***Модель передачи сигнала через нелинейный бесшумный СРР канал***

На входе линейного канала мы имеем ФНЧ с частотой среза B_s. Для скорости передачи информации C можно написать:

$$C = B_s \cdot \log_2\left(1 + \frac{P_s^{out}}{P_n^{out}}\right).$$

Используем следующее определение для выходного отношения сигнал/шум:

$$SNR_{out}(f) = \frac{P_s^{out}(f)}{S_n^{out}(f)},$$

где $P_s^{out}(f)$ выходная среднеквадратичная амплитуда периодической компоненты на частоте сигнала f, а $S_n^{out}(f)$ спектральная плотность мощности шума на идентичной частоте [3]. Мощность шума характеризуется спектральной плотностью, так как она зависит от его полосы, а мощность периодического сигнала не может быть определена с помощью спектра, так как в нем содержится пик на частоте f, и при вычислении, его высота будет зависеть от разрешающей способности FFT. И наоборот, если вычислять

SNR_{out} с помощью мощности шума, в нем будут включены частоты вне интересующего нас диапазона. По вышеприведенным причинам целесообразно использовать этот

комбинированный метод, который дает актуальную оценку SNR на частоте сигнала. Далее, для простоты, вместо $P_s^{out}(f)$ и $S_n^{out}(f)$ будем использовать P_s^{out} и S_n^{out}.

Для линейного канала без потерь мощность сигнала на выходе будет такой же, как и на входе $P_s^{out} = P_s$ и $P_n^{out} = S_n \cdot B_s$. Тогда для C получим:

$$C = B_s \cdot \log_2\left(1 + \frac{P_s}{S_n \cdot B_s}\right) = B_s \cdot \log_2\left(1 + \frac{SNR_{in}}{B_s}\right).$$

На входе СРР канала мы имеем ФНЧ с частотой среза B_n^{in}, а на выходе – ФНЧ с частотой среза B_s. Скорость передачи информации в этом случае будет иметь вид:

$$C = B_s \cdot \log_2\left(1 + \frac{P_s^{out}}{S_n^{out} \cdot B_s}\right) = B_s \cdot \log_2\left(1 + \frac{SNR_{out}}{B_s}\right).$$

Если на входе имеем периодический сигнал с меньшем чем единица SNR_{in}, то для SNR_{out} справедливо следующее соотношение [7]:

$$SNR_{out} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot B_n^{in} \cdot \frac{A^2 \cdot \Delta^2}{\left(B_n^{in} \cdot S_n^{in}\right)^2} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2B_n^{in} \cdot S_n^{in}}\right),$$

где Δ – значение порога, а A – амплитуда периодического сигнала. Учитывая определение P_s, можно получить связь между входным и выходным SNR. Для периодического сигнала с амплитудой A имеем $P_s = A^2/2$, следовательно, для SNR_{out} можно написать

$$SNR_{out} = \frac{8}{\sqrt{3}} \cdot \frac{P_s}{S_n^{in}} \cdot \frac{\Delta^2}{2B_n^{in} \cdot S_n^{in}} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2B_n^{in} \cdot S_n^{in}}\right).$$

Здесь SNR_{out} имеет вид функции $x \cdot e^{-x}$, откуда следует, что SNR_{out} принимает максимальное значение при $x = 1$: в нашем случае когда $\Delta^2 = 2B_n^{in} \cdot S_n^{in}$. Отсюда для $(SNR_{out})_{max}$ получим:

$$(SNR_{out})_{max} = \frac{8}{\sqrt{3} \cdot e} \cdot \frac{P_s}{S_n^{in}} = \frac{8}{\sqrt{3} \cdot e} \cdot SNR_{in} \approx 1{,}7 \cdot SNR_{in}.$$

На рис.4 представлена зависимость скорости передачи информации (периодического сигнала с амплитудой $A = 1$) C от шума при различных значениях порога.

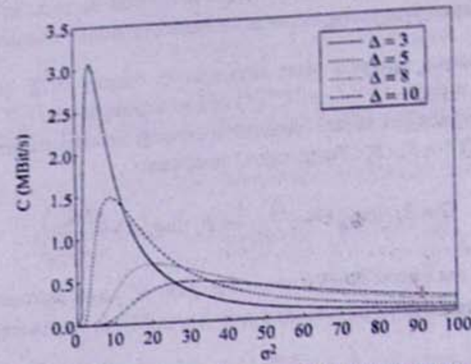

Рис.4. *Зависимость скорости передачи информации C от уровня шума при разных значениях порога.*

3. Вычисление оптимальной полосы входного шума

Из условия максимальности SNR_{out} и теоремы Найквиста (Котельникова) можно найти связь между входной полосой шума B_n^{in} и заданной полосой сигнала B_s при оптимальном режиме передачи информации через нелинейный канал (т.е. при условии $C = C_{max}$).

Для средней частоты пересечения порога $\langle\nu\rangle$ справедливо следующее выражение:

$$\nu = \frac{2}{\sqrt{3}} B_n^{in} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right),$$

где $\sigma^2 = B_n^{in} \cdot S_n^{in}$ – дисперсия шума. С другой стороны, согласно теореме Найквиста имеем $\nu = 4B_s$. Приравнивая эти уравнения, находим связь между входной полосой шума B_n^{in} и полосой сигнала B_s

$$B_n^{in} = 2\sqrt{3}e \cdot B_s.$$

Полученное соотношение позволяет оптимальным образом выбрать частоту среза ФНЧ при заданной полосе сигнала.

4. Заключение

Суммируя полученные в работе результаты можно сказать, что рассмотрены особенности передачи информации в нелинейном канале проявляющем эффект стохастического резонанса. Показано, что скорость передачи в таком канале имеет немонотонную зависимость от шумов и, что посредством изменения уровня шума можно достичь максимальной скорости передачи информации. Получена связь между спектром сигнала и спектральной полосой шума, при котором соотношение сигнал/шум на выходе канала имеет максимальное значение.

Литература

[1] R. Benzi, A. Sutera and A. Vulpiani, The mechanism of stochastic resonance, J. Phys. A 14, pp 453–457, 1981.

[2] B. McNamara and K. Wiesenfeld, Theory of stochastic resonance, Phys. Rev. A 39, pp 4854–4869, 1989.

[3] Z. Gingl, L. B. Kiss and F. Moss, Non-dynamical stochastic resonance: Theory and experiments with white and arbitrarily coloured noise, Europhys. Lett. 29, pp 191–196, 1995.

[4] F. Chapeau-Blondeau and X. Godivier, Theory of stochastic resonance in signal transmission by static nonlinear systems, Phys. Rev. E 55, pp 1478–1495, 1997.

[5] L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung and F. Marchesoni, Stochastic resonance, Revs. of Modern Physics 70, pp 223–287, 1998.

[6] C. E. Shannon and W. Weaver, The mathematical theory of communication, The University of Illinois Press, 1949.

[7] В. С. Анищенко, А. Б. Нейман, Ф. Мосс, Л. Шиманский-Гайер, Стохастический резонанс как индуцированный шумом эффект увеличения степени порядка, УФН, Том 169, №1, pp 7–38, 1999.

Ինֆորմացիայի օպտիմալ հաղորդումը ստոխաստիկ ռեզոնանսով շեմային համակարգում

Ա. Հախումյան, Վ. Թովմասյան, Հ. Հարոյան

Ամփոփում

Դիտարկված է ինֆորմացիայի հաղորդման արագության կախվածությունը աղմուկների մակարդակից ստոխաստիկ ռեզոնատորով կապուղում: Դուրս է բերված ազդանշանի և աղմուկի սպեկտրալ լայնությունների միջև կապը, որի դեպքում ելքային ազդանշան աղմուկ հարաբերությունը և ինֆորմացիայի հաղորդման արագությունը ստացվում են առավելագույն: