Модифицированные сети Петри, описание поведения с помощью формальных языков

Гоар Р. Петросян

Ереванский Государственный Университет

Аннотация

В работе вводится понятие модифицированной сети Петри. По заданной КС-грамматике (контекстно-свободной грамматике) строится эквивалентная по порождаемому языку модифицированная сеть Петри, являющаяся расширением стандартной сети Петри с помощью сдерживающих позиций.

Для изучения поведения систем необходим анализ динамики функционирования системы, а также рассмотрение множества возможных последовательностей реализации событий. При моделировании систем сетями Петри события системы представляются переходами сети, а условия, при выполнении которых могут быть реализованы события, позициями с соответствующей маркировкой.

Определение. Сетью Петри М является двойка, $M=(C,\mu)$, где С-структура сети Петри, а μ-текущее состояние[1], [2], [4].

Определение. Структура Сети Петри С является четверкой $C=(P,T,I,O)$, где $P=\{P1, P2, \ldots, Pn\}$- конечное множество позиций, $n\geq 0$; $T=\{t1, t2, \ldots tm\}$- конечное множество переходов, $m\geq 0$; $P\cap T=\varnothing$, а I и O называются соответственно входными и выходными функциями и осуществляют отображение из переходов в комплекты позиций: $I:T\rightarrow P^{\infty}$, $O:T\rightarrow P^{\infty}$ [1], [2].

Функционирование системы можно описать в терминах последовательностей выполнения переходов. Множество $L(C, \mu)$ последовательностей выполнения переходов сети Петри $M(C, \mu)$ представляет собой подмножество множества T^* всех цепочек, составленных из символов переходов сети. Таким образом, множество $L(C, \mu)$ является языком в алфавите T [3], [4].

Множество последовательностей переходов (язык сети Петри) может оказаться крайне важным при использовании сетей Петри. Если для замены существующей системы спроектирована новая, то поведение новой системы должно быть идентично поведению старой системы. При этом новая система может оказаться более дешевой, более быстродействующей, иметь другие улучшенные характеристики. Если обе системы моделируются сетями Петри, вышеизложенное равносильно тому, что языки этих сетей должны быть разными.

Фактически получаем формальную основу для установления эквивалентности систем: системы эквивалентны, если равны порождаемые ими языки.

[1] The research is supported partly by INTAS: 04-77-7173 project, http://www.intas.be and State Principal Program of Armenia on Scientific Computations.

Свойство эквивалентности важно при оптимизации, когда создается новая сеть Петри, которая лучше, чем старая (для некоторого функционального качества). Например, при аппаратной реализации сети Петри построение сети с меньшим числом позиций, переходов и дуг будет менее дорого из-за меньшего числа компонентов.

Если при преобразовании сети порождаемая новая сеть имеет тот же язык, то преобразование является сохраняющим язык. С помощью таких преобразований можно получить оптимальную сеть Петри.

При моделировании и анализе систем на основе сетей Петри необходим набор сохраняющих язык преобразований.

В сети Петри все символы из T, отмечающие переходы, различны. Однако в системах, моделируемых сетями, часто удобно считать разные события одинаковыми. Например, в программах разные операторы могут текстуально совпадать, в конвеерной линии в разных местах могут встречаться одинаковые устройства и т.д.

Для моделирования таких ситуаций в сетях Петри можно ввести специальные пометки, отмечающие "одинаковые" и "разные" переходы. Пометки эти сами являются символами из некоторого алфавита, который в общем случае отличен от алфавита T.

В зависимости от правил пометки переходов, от правил формирования последовательностей выполнения переходов и от того, в каком начальном состоянии находится сеть, выделяются различные классы языков сетей Петри. При сравнении этих классов друг с другом и с языками, порождаемыми другими типами абстрактных систем (конечные автоматы, автоматы с магазинной памятью, машины Тьюринга) можно представить характеристики моделирующих возможностей сетей Петри, их способность адекватно описывать системы со сложной динамикой функцонирования.

Поставим следующую задачу: с помощью сетей Петри моделировать процесс порождения КС-языков по заданной КС-грамматике. Другими словами, по заданной КС-грамматике $G=(N, \Sigma, P, S)$ (Σ-множество терминальных символов, N-множество нетерминальных символов, P-множество правил, S-начальный символ, который нетерминальный символ [3], [4]) построить помеченную сеть Петри $M=(C, \sigma, \mu, F)$ ($C=(P,T,I,O)$, $\sigma:T\to\Sigma$, $\mu:P\to N0$-множество неотрицательных целых чисел, F-заключительное состояние) такую, что $L(G)=L(M)$.

Исследование процессов функционирования сетей Петри и процессов порождения в КС-грамматиках выявляет сходство между запуском переходов и применением правил порождения, если принять позиции как нетерминальные символы, а фишки-как отдельные экземпляры нетерминальных символов. Терминальные символы связываются с переходами. Основное отличие заключается в отсутствии в сетях Петри информации об упорядочивании, которая содержится в выводе в виде предложений. Известно, что существуют КС-языки, не являющиеся языками сетей Петри.

Таким образом для решения нашей задачи недостаточно тех средств, которыми обладают обычные сети Петри.

Определение. Модифицированная сеть Петри C является пятеркой, $C=(P1, P2, T, I, O)$. P1-конечное множество основных позиций, P2-конечное множество сдерживающих позиций, T- конечное множество переходов, $P1\cap P2=\varnothing$, $P1\cap T=\varnothing$, $P2\cap T=\varnothing$. Обозначим $P= P1\cup P2$. $I:T\to P^\infty$ является входной функцией-отображением из переходов в комплекты позиций. $O:T\to P^\infty$ есть выходная функция- отображение из переходов в комплекты позиций.

Определение. Определим расширенную входную функцию I и выходную функцию O таким образом, что $\#(tj, I(pi)) = \#(pi, O(tj))$, $\#(tj, O(pi)) = \#(pi, I(tj))$ [1], [2], [4].

Граф модифицированной сети Петри обладает тремя типами узлов:

- является основной позицией,
- является сдерживающей позицией,
- является переходом.

Определение. Маркировка μ модифицированной сети Петри C=(P1, P2, T, I, O) есть функция, отображающая множество позиций P в множество неотрицательных целых чисел N0: μ:P→ N0 .

Определение. Переход tj в маркированной модифицированной сети Петри с маркировкой μ может быть запущен всякий раз, когда он разрешен. В результате запуска разрешенного перехода tj образуется новая маркировка μ', определяемая соотношением:

$$\mu'(pi)= \mu(pi)- \#(pi, I (tj))+ \#(pi, O (tj)).$$

Определение. Переход tj∈T в модифицированной сети Петри C=(P1, P2, T, I, O) называется переходом с приоритетом k, если количество входных основных позиций перехода tj равно k. k может принимать значение от 0 до n1, где n1=|P1|.

Определение. Переход tj∈T в маркированной модифицированной сети Петри C=(P1, P2, T, I, O) с маркировкой μ разрешен, если для всех pi∈P, μ(pi)≥ #(pi, I (tj)) и переход tj имеет приоритет, не меньший приоритета остальных переходов. Среди переходов с приоритетом равным 0 (т.е. все входные позиции являются сдерживающими) первым запускается тот переход, для которого выполняется μ(pi)≥ #(pi, I (tj)), для всех pi∈P и среди входных позиций перехода есть позиция, в которой в последнюю очередь образовались фишки.

Из определения видно, что для запусков переходов с приоритетом, равным 0 действует магазинный принцип: раньше запускается тот переход, в одной из входных позиций которого позже образовались фишки.

Состояние модифицированной сети Петри, функция следующего состояния, расширенная функция следующего состояния определяются аналогично определениям для обычных сетей Петри [1], [2], [4].

Начальное состояние, функция помечения, заключительные состояния модифицированной сети Петри также определяются аналогичным образом.

Определение. Назовем символ x∈N∪Σ бесполезным в КС-грамматике G = (N, Σ, P, S), если в ней нет вывода вида S ⇒*ωXy ⇒ *ωxy , где ω, x, y ∈ Σ*.

Определение. Назовем КС-грамматику G = (N, Σ, P, S) грамматикой без e-правил (или неукорачивающей), если либо (1) P не содержит e-правил, либо (2) есть точно одно e-правило S→e и S не встречается в правых частях остальных правил из P.

Определение. КС-грамматика G = (N, Σ, P, S) называется грамматикой без циклов, если в ней нет выводов A ⇒ +A для A ∈N. Грамматика G называется приведенной, если она без циклов, без e-правил и без бесполезных символов.

Определение. КС-грамматика G = (N, Σ, P, S) называется грамматикой в нормальной форме Хомского (или в бинарной нормальной форме), если каждое правило из P имеет один из следующих видов:

(1) A → BC, где A, B, C ∈ N,

(2) A → a, где a∈Σ,

(3) S → e, если e∈L (G), причем S не встречается в правых частях правил [4].

Алгоритм преобразования к нормальной форме Хомского.

Вход: Приведенная КС-грамматика G = (N, Σ, P, S).

Выход: КС-грамматика G' в нормальной форме Хомского, эквивалентная G, т.е. L (G')= L (G).

Метод: Грамматика G' строится следующим образом:

(1) Включить в P' каждое правило P вида $A \to a$.

(2) Включить в P' каждое правило P вида $A \to BC$.

(3) Включить в P' правило $S \to e$, если оно было в P.

(4) Для каждого правила из P вида $A \to X1, \ldots, Xk$, где $k>2$, включить в P' правила

$A \to X1' < X2, \ldots, Xk >$

$< X2, \ldots ,Xk > \to X2' < X3, \ldots ,Xk>$

$< X3, \ldots ,Xk > \to X3' < X4, \ldots ,Xk >$

$\ldots$

$< Xk\text{-}2, Xk\text{-}1 ,Xk > \to X'k\text{-}2 < Xk\text{-}1, Xk >$

$< Xk\text{-}1, Xk > \to X'k\text{-}1, X'k,$

где $Xi' = Xi$, если $Xi \in N$, Xi' – новый нетерминал, если $Xi \in \Sigma$, $< Xi \ldots Xk >$– новый нетерминал.

(5) Для каждого правила из P вида $A \to X1\ X2$, где хотя бы один из символов X1 и X2 принадлежит Σ, включить в P' правило $A \to X1'\ X2'$.

(6) Для каждого нетерминала вида a', введенного на шагах (4) и (5), включить в P' правило $a' \to a$. Наконец, пусть N' – это N вместе со всеми новыми нетерминалами, введенными при построении P'. Тогда искомый грамматикой будет $G'= (N', \Sigma', P', S)$.

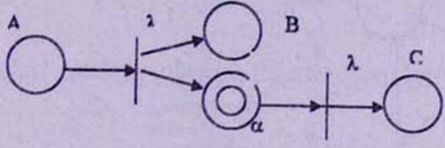
Заметим, что недостаток этого алгоритма состоит в том, что в правых частях правил из P' может встречаться S, но для наших дальнейших исследований этот факт не имеет значения.

Алгоритм построения модифицированной сети Петри, эквивалентной заданной КС-грамматике.

1. Заданную КС-грамматику G' преобразовать к нормальной форме Хомского (или бинарной нормальной форме). Обозначим полученную грамматику через $G = (N, \Sigma, P, S)$.

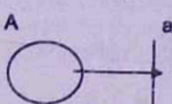
2. Построить модифицированную сеть Петри $C=(P1, P2, T, I, O)$ следующим образом:

а) если правило из P имеет вид $A \to BC$, где $A,B,C \in N$, то построить следующий фрагмент сети Петри:



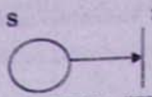
Теперь запишем это с помощью расширенной входной и выходной функций $O(A)=\{tj\}$, причем $\sigma\{tj\}=\lambda$, $A \in P1$. $I(B)=\{tj\}$, $B \in P1$. $I(\alpha)=\{tj\}$, $\alpha \in P2$. $O(\alpha)=\{tm\}$, причем $\sigma\{tm\}=\lambda$.

б) если правило из P имеет вид $A \to a$, где $a \in \Sigma$, то строим следующий фрагмент модифицированной сети Петри:



$O(A) = \{tj\}$, причем $\sigma(ti) = a$, $A \in P1$.

в) если правило из P имеет вид $S \to e$, то строим следующий фрагмент модифицированной сети Петри:



O (S) = tk, причем σ (tk) = λ, S∈P1.

Из алгоритма видно, что каждому нетерминальному символу КС-грамматики соответствуют ровно одна основная позиция модифицированной сети Петри, т.е. |P1| = |N| . Число сдерживающих позиций модифицированной сети Петри, построенной по указанному алгоритму, равно числу правил вида A → BC, где A, B, C∈N, грамматику G.

По алгоритму мы построим помеченную модифицированную сеть Петри. Определим теперь начальное и заключительное состояния. Начальное состояние модифицированной сети Петри μ=(1,0,0,…,0), т.е. одна фишка в основной позиции S (начальной позиции), соответсвующей начальному нетерминалу КС-грамматики и ноль фишек во всех остальных позициях. μ-n-мерный вектор, где n=n1+n2=| P1|+| P2|. Множество заключительных состояний модифицированной сети Петри F={(0,0,0,…,0)}, т.е. все позиции (основные и сдерживающие) пусты.

Определим L(C) = {σ (β)∈∑*/β∈T*,δ (μ, β) ∈F}. Модифицированная сеть Петри, построенная по указанному выше алгоритму, моделирует все левые выводы в грамматике G. Приведем пример КС-грамматики и построим для них эквивалентную модифицированную сеть Петри.

Пример: КС-грамматика G' = ({S}, {a,b}, P' , S), где P' состоит из правил ' S →a Sb | ab,

L (G') = {an bn / n ≥ 1}.

Эквивалентная грамматика в нормальной форме Хомского:

G = ({S, a', b', < Sb >}, {a, b}, P, S), где P состоит из правил:

S → a'< Sb > / a' b'

< Sb > → Sb'

b' → b

a' → a.

Построим модифицированную сеть Петри согласно нашему алгоритму:

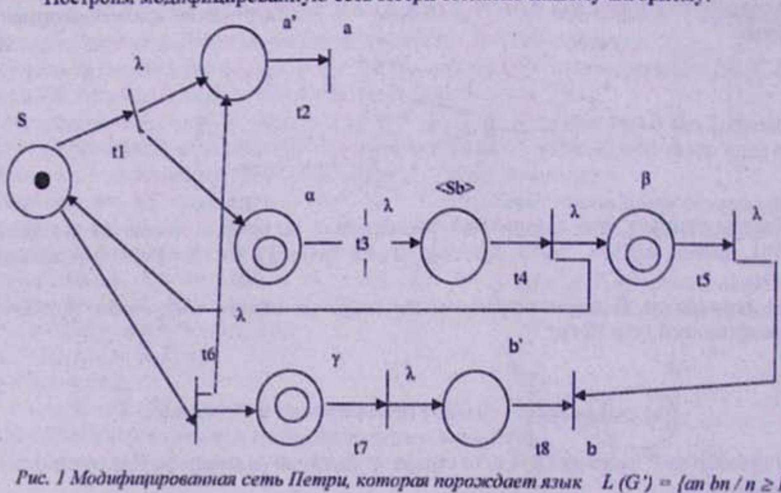


Рис. 1 Модифицированная сеть Петри, которая порождает язык L (G') = {an bn / n ≥ 1}.

Возьмем какой-нибудь левосторонний вывод в грамматике G.

$S \Rightarrow a' < Sb > \Rightarrow a < Sb > \Rightarrow aS\,b' \Rightarrow aa' < Sb > b' \Rightarrow aa < Sb > b' \Rightarrow aaSb'b' \Rightarrow aaa'b'b'b' \Rightarrow aaab'b'b' \Rightarrow aaabb'b' \Rightarrow aaabbb' \Rightarrow aaabbb$:

В модифицированной сети Петри этому выводу соответствует следующая последовательность запусков переходов.

Запуск перехода t1, в позициях a' и α образуется по одной фишке. t2 имеет проиритет = 1, а t3 – приоритет = 0, разрешен переход t2. Запускается t2 (текущая строка символов=a). Далее единственным разрешенным переходом является t3. Запускается t3, в позиции <Sb> образовалась фишка. Затем запускается t4, образуются фишки в S и в позиции β. Переход t1 разрешен, запускаем t1, образовались фишки в a' и α. Запускается разрешенный переход t2 (текущая строка символов=aa). Далее запускаем переход t3 (переход t3 имеет приоритет 0, так же, как переход t5, но так как в α позже появилась фишка, чем в β, то разрешен переход t3). Затем запустятся переходы в следующей последовательности: t4,t6,t2 (текущая строка станет= aaa), t7, t8 (aaab), t5, t8 (aaabb), t5, t8 (aaabbb):

Из примера видно, что сдерживающие позиции служат для упорядочения запусков переходов. Если в выводе применяется правило $A \rightarrow BC$ где $A, B, C \in N$, то в сети Петри необходима сдерживающая позиция, которая позволяет вначале запустить переходы, порождающие строку символов, выводимую из B, и затем переходы, порождающие строку символов, выводимую из C.

Литература

[1] Питерсон Д., "Теория сетей Петри и моделирование систем". Москва, Мир, 1984г.

[2] Котов В. Е. " Сети Петри". Москва, Мир, 1984г.

[3] Ахо А., Ульман Д., "Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции". Перевод под редакцией Курочкина, Т1-Т3.

[4] Гордеев А. В., Молчанов А. Ю., "Системное программное обеспечение". Учебник, Санкт-Петербург, 2002г.

Պետրիի ձևափոխված ցանցեր, վարքի նկարագիրը ֆորմալ լեզուների օգնությամբ

Գ. Պետրոսյան

Ամփոփում

Աշխատանքում մտցվում են Պետրիի ձևափոխված ցանցեր հասկացությունները: Տրված ԿԱ - քերականությամբ (կոնտեքստից - անկախ քերականություն) կառուցվում է դուրս բերված լեզվով համարժեք Պետրիի ձևափոխված ցանց, որը հանդիսանում է Պետրիի ստանդարտ ցանցի ընդլայնումը սահմանափակող դիրքերի օգնությամբ: