Математические вопросы кибернетики и вычислительной техники 25, 2006, 39 – 44.

Взаимосвязь языков модифицированых сетей Петри с некоторыми классами формальных языков

Гоар Р. Петросян

Ереванский Государственный Университет

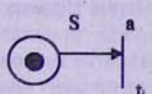
Аннотация

В работе приводится об эквивалентности КС-грамматик (контекстно-свободный) и модифицированных сетей Петри. Модифицированная сеть Петри-это расширение стандартной сети Петри с помощью сдерживающих позиций. Для КС языка $\{\omega\omega^R / \omega \in \Sigma^*, \Sigma = \{a, b\}\}$, который не является языком сетей Петри, построена модифицированная сеть Петри, для которой $L(C) = \{\omega\omega^R / \omega\in\Sigma^*, \Sigma = \{a, b\}\}$. С помощью графов характеризуется взаимосвязь языков модифицированных сетей Петри с некоторыми классами формальных языков.

Теорема об эквивалентности. Для любой КС-грамматики $G=(N, \Sigma, P, S)$ можно построить помеченную модифицированную сеть Петри $\gamma=(C, \sigma, \mu, F)$ так, что $L(G)=L(C)$.

Доказательство. Пусть построена модифицированная сеть Петри по алгоритму приведенному в [5, рис.1]. Докажем, что $L(G)=L(C)$. Напомним, что начальное состояние модифицированной сети Петри $\mu=(1,0,0,\ldots,0)$ (одна фишка в начальной позиции, соответствующей начальному нетерминалу грамматики и ноль фишек во всех остальных позициях), а заключительное состояние $F=\{(0,0,\ldots,0)\}$ (т.е. все позиции модифицированной сети Петри пусты). Для доказательства покажем, что $L(G)\subseteq L(C)$ и $L(C) \subseteq L(G)$.

Пусть $\omega\in L(G)$. Это означает, что $\omega\in\Sigma^*$ и $S\Rightarrow^*\omega$. Необходимость условия докажем индукцией по m, где m – длина вывода ω. Так как грамматика G преобразована к бинарной нормальной форме, то при $m=1$ $S\Rightarrow a$, т.е. есть правило $S\rightarrow a$. Тогда в модифицированной сети Петри есть такой фрагмент:



При выполнении модифицированной сети Петри запустится переход t_j и сеть попадает в заключительное состояние, значит $\omega\in L(C)$.

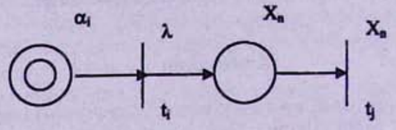
При $m=1$ может быть случай, когда $S\Rightarrow e$ и сеть Петри аналогичным образом попадает в заключительное состояние, т.е. $\omega\in L(C)$.

Предположим, наше утверждение верно для всех $m' < m$. Докажем для длины вывода m.

$$S \Rightarrow^{m-1} X_1 X_2 \ldots X_{n-1} X_n \Rightarrow X_1 X_2 \ldots X_n = \omega.$$

[1] The research is supported partly by INTAS: 04-77-7173 project, http://www.intas.be and State Principal Program of Armenia on Scientific Computations.

Согласно предположению индукции в то время, как в грамматике мы получим вывод длины m-1 цепочки $X_1 X_2 \ldots X_{n-1} X_n$, в сети Петри все позиции будут пусты и только в одной сдерживающей позиции есть одна фишка (непременно в сдерживающей позиции, так как если длина вывода цепочки $\omega>1$, то первый шаг этого вывода должен иметь вид $S \Rightarrow AB$, где $A,B \in N$, и в модифицированной сети Петри будет построена сдерживающая позиция, соответствующая правилу $S \rightarrow AB$). Нарисуем соответствующий фрагмент модифицированной сети Петри:



Тогда запустится единственний разрешенный переход t_i с приоритетом 0, затем запустится переход t_j с приоритетом 1 и сеть Петри попадает в заключительное состояние, т.е. $\omega \in L(C)$.

Докажем теперь, что $L(C) \subseteq L(G)$. Допустим, что модифицированная сеть Петри начиная с начального состояния, запуская последовательность переходов $\beta \in T^*$, пришла к заключительному состоянию. При этом породила строку символов $\omega \in L(C)$. Нужно показать, что $\omega \in L(G)$. По последовательности $\beta \in T^*$, запущенных переходов мы можем восстановить вывод терминальной цепочки ω. Из правил выполнения модифицированной сети Петри следует, что это левосторонный вывод цепочки ω в грамматике G. Очевидно, что $\omega \in L(G)$.□

Характеристика классов языков сетей Петри

Одним из простейших и наиболее изученных классов формальных языков является класс регулярных языков. Известно, что всякий регулярный язык – язык сети Петри. Можно построить сеть Петри, порождающую КС язык $\{a^n b^n \;/\; n>1\}$, который не является регулярным. Не все языки сетей Петри являются регулярными [1], [3], [4]. Не все языки сетей Петри являются и контекстно-свободными, о чем свидетельствует сеть, порождающая контекстно-связанный, но не контекстно-свободный, язык $\{a^n b^n c^n \;/\; n>0\}$. В отличие от случая с регулярными языками существуют также контекстно-свободные языки, не являющиеся языками сетей Петри. Примером такого языка служит контекстно свободный язык $\{\omega\omega^R \;/\; \omega \in \Sigma^*\}$.

Этот факт проливает некоторый свет на ограниченность сетей Петри как машин, порождающих языки, и следовательно, на природу языков сетей Петри. В сетях Петри нет возможности запомнить произвольно длинную последовательность произвольных символов. В сетях Петри можно запомнить последовательности ограниченной длины (но это возможно и в конечных автоматах) [1], [3]. Другой особенностью сетей Петри является способность запоминать число появлений символа, как например, в языке $\{a^n b^n c^n \;/\; n>0\}$, в пределах, не доступных для систем, порождающих регулярные и КС языки. Однако, сети Петри не обладают “обьемом магазинной памяти”, необходимым для порождения КС языков. Скорость роста пространства достижимых состояний с ростом длины входной строки для сетей Петри комбинаторна, но не экспоненциальна, т. е. “обьема магазинной памяти” недостаточно.

Причина того, что сети Петри способны порождать языки, которые не могут порождаться автоматами с магазинной памятью, несмотря на меньший размер пространства состояний, заключается в более гибких взаимосвязах между состояниями сети Петри по сравненную с ограниченными путями между состояниями в автомате с магазинной памятью. Это объясняется ограничениями в автомате с магазинной памятью на доступ только к верхнему элементу магазина, тогда как в сетях Петри возможно обращение к любому ее счетчику в любой момент времени [1].

Теперь естественно возникает вопрос: что из себя представляет класс языков, являющихся одновременно контекстно-свободными и языками сетей Петри? В настоящее время известна некоторая информация о языках, входящих в упомянутые классы. Одним подмножеством класса контекстно-свободных языков сетей Петри является класс регулярных языков. Другим - множество ограниченных контекстно-свободных языков.

Результаты исследования взаимосвязь класса языков сетей Петри с другими классами языков сведены на рис.1 и показаны в виде графа и диаграммы Венна.

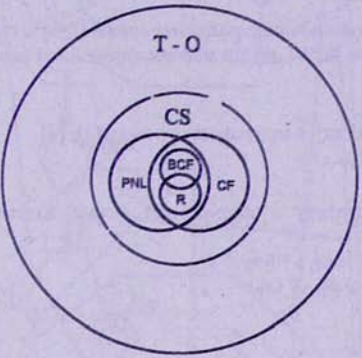


Рис.1 Взаимосвязь языков сетей Петри с трдиционными классами языков.
T-0-языки типа 0, CS-контекстно-связанные языки, PNL-языки сетей Петри, CF-контекстно-свободные языки, R-регулярные языки, BCF-ограниченные контекстно-свободные языки.

Выше с помощью теоремы об эквивалентности мы показали, что для любой КС-грамматики можно построить помеченную модифицированную сеть Петри так, что модифицированная сеть Петри порождает тот же язык, что и заданная КС-грамматика.

Из теоремы об эквивалентности следует рисунок 2, который характеризует взаимосвязь языков модифицированных сетей Петри с некоторыми классами формальных языков.

Сейчас для КС-языка $\{\omega\,\omega^R \,/\, \omega \in \Sigma^*, \Sigma = \{a, b\}\}$, который не является языком обычной сети Петри, построим модифицированную сеть Петри, для которой $L(C) = \{\omega\,\omega^R \,/\, \omega \in \Sigma^*, \Sigma = \{a, b\}\}$.

КС-грамматика $G' = (\{S\}, \{a, b\}, P', S)$, где P' состоит из следующих правил:

$S \to aSa \mid bSb \mid e$.

Преобразуем эту грамматику в грамматику без е-правил [3], [4].

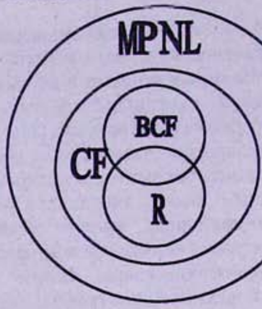


Рис.2 Взаимосвязь языков модифицированных сетей Петри с некоторыми классами формальных языков.MPNL-языки модифицированных сетей Петри.

$S' \to S \mid e$

$S \to aSa \mid aa \mid bSb \mid bb$

Преобразуем эту грамматику к приведенному виду [3], [4].

$S' \to aSa \mid aa \mid bSb \mid bb \mid e$

$S \to aSa \mid aa \mid bSb \mid bb$

Преобразуем эту грамматику к нормальной форме Хомского или в бинарной нормасльной форме [3], [4].

$S' \to a' <Sa> \mid a'a' \mid b' <Sb> \mid b'b' \mid e$

$S \to a' <Sa> \mid a'a' \mid b' <Sb> \mid b'b'$

$<Sa> \to Sa'$

$<Sb> \to Sb'$

$a' \to a$

$b' \to b.$

Сейчас уже можем построить модифицированную сеть Петри для грамматики $G = (\{S', <Sa>, <Sb>, S, a', b'\}, \{a, b\}, P, S')$ в бинарной нормальной форме. В рисункс 3 построена модивицированная сеть Петри, которая порождает КС-язык

$$L(C) = \{\omega\, \omega^R / \omega \in \Sigma^*, \Sigma = \{a, b\}\}.$$

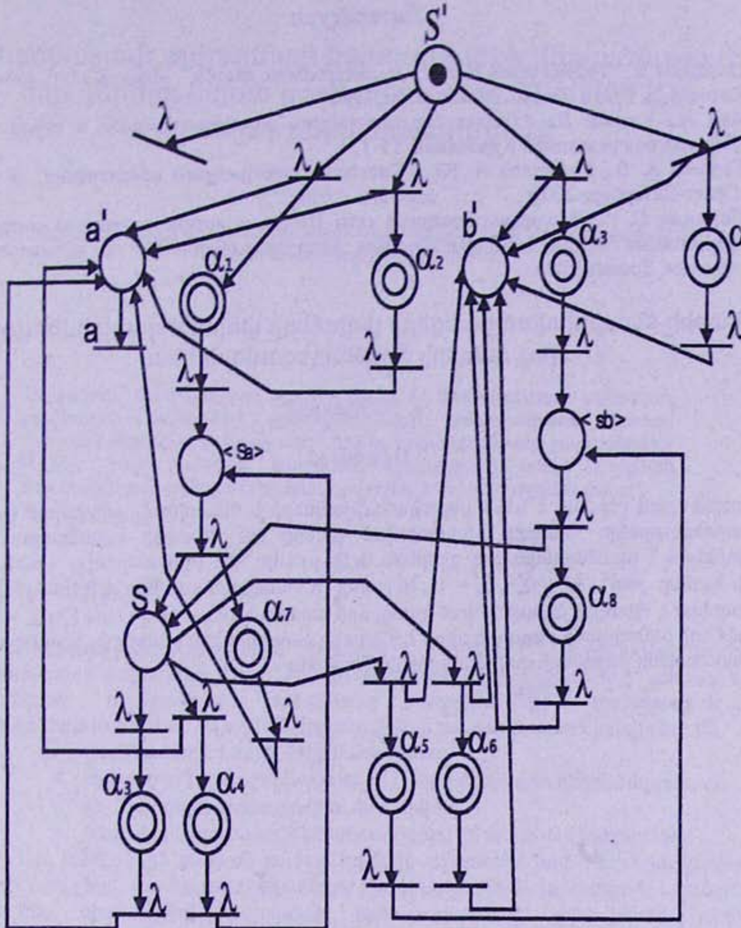


Рис. 3 Модифицированная сеть Петри, которая порождает КС-язык
$L(C) = \{\omega\,\omega^R \,/\, \omega \in \Sigma^*, \Sigma = \{a, b\}\}$.

Литература

[1] Питерсон Д., "Теория сетей Петри и моделирование систем". Москва, Мир, 1984г.
[2] Котов В. Е. "Сети Петри". Москва, Мир, 1984г.
[3] Ахо А., Ульман Д., "Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции". Перевод под редакцией Курочкина, Т1-Т3.
[4] Гордеев А. В., Молчанов А. Ю., "Системное программное обеспечение". Учебник, Санкт-Петербург 2002г.
[5] Петросян Г. Р., "Модифицированные сети Петри: описание поведения с помощью формальных языков". Математические вопросы кибернетики и вычислительной техники, Ереван, 2006.

Պետրիի ձևափոխված ցանցերի լեզուների փոխկապակցվածությունը որոշ դասերի ֆորմալ լեզուների հետ

Գ. Պետրոսյան

Ամփոփում

Աշխատանքում բերված է ԿԱ - քերականությունների և Պետրիի ձևափոխված ցանցերի համարժեքությունը: Պետրիի ձևափոխված ցանցը դա Պետրիի ստանդարտ ցանցի ընդլայնումն է սահմանափակող դիրքերի օգնությամբ: ԿԱ (կոնտեկստից - անկախ) - լեզվի համար $\{\omega\omega^R / \omega \in \Sigma^*, \Sigma = \{a, b\}\}$, որը չի հանդիսանում Պետրիի ցանցերի լեզու, կառուցված է Պետրիի ձևափոխված ցանց, որի համար $L(C) = \{\omega\omega^R / \omega \in \Sigma^*, \Sigma = \{a, b\}\}$. Գրաֆների օգնությամբ բնութագրվում է Պետրիի ձևափոխված ցանցերի լեզուների և որոշ դասերի ֆորմալ լեզուների փոխկապակցվածությունը: