АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 16 ФЕВРАЛЬ, 1980 ВЫПУСК 1

УДК 523.841+533.9

РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЛЕНГМЮРОВСКИЙ СОЛИТОН В МАГНИТОСФЕРЕ ПУЛЬСАРОВ

Г. И. МЕЛИКИДЗЕ, А. Д. ПАТАРАЯ

Поступила 26 февраля 1979
Пересмотрена 5 сентября 1979

Исследуется модуляционная неустойчивость одномерных ленгмюровских волн, фазовая скорость которых близка к скорости света, распространяющихся в релятивистской плазме. Для этих волн с помощью релятивистского кинетического уравнения и уравнений Максвелла получено нелинейное уравнение Шредингера с учетом нелинейного затухания Ландау. Найдены области изменения параметров плазмы, для которых может существовать релятивистский ленгмюровский солитон. Рассматривается как трехмерная, так и одномерная модель плазмы. Предполагается, что обсуждаемые процессы могут протекать в магнитосфере пульсаров.

Исследованию структуры магнитосферы пульсаров было посвящено большое число работ (см., например, [1—4]), в которых сделана попытка объяснить наблюдаемое излучение пульсаров. Для интерпретации радиоизлучения пульсаров, по-видимому, большое значение имеет изучение неустойчивости магнитосферной плазмы. В настоящее время пока нельзя отдать предпочтение какому-либо конкретному механизму радиоизлучения пульсаров. Так, например, существуют модели, в которых радиоизлучение пульсаров генерируется электронами [5], электронно-позитронными парами [2], протонами и ядрами [6]. В последнее время, однако, все более утверждается точка зрения, что пульсарная плазма является скорее не электронно-ионной, а электронно-позитронной [7—10].

В рамках модели магнитосферы пульсара, которая предполагает существование в ней электронно-позитронной плазмы, которую пронизывает ультрарелятивистский пучок, вследствие взаимодействия пучка с плазмой, возбуждаются ленгмюровские волны с фазовой скоростью, близкой к скорости света [7, 11, 12]. В настоящей работе мы рассматриваем нелинейное взаимодействие возбужденных ленгмюровских волн.

Для решения поставленной задачи используем релятивистские кинетические уравнения и уравнение Пуассона, записанные в системе отсчета, которая движется относительно лабораторной системы (в этой системе плазма как целое покоится) со скоростью $\lambda = d\omega/dk$, равной групповой скорости ленгмюровской волны, где ω и k — частота и волновой вектор в лабораторной системе отсчета.

Проведя аналогичные [13] математические преобразования, получаем уравнение Шредингера (с учетом нелинейного затухания Ландау) для первой гармоники амплитуды напряженности электростатического поля E_x [14].

$$i\frac{\partial E_x}{\partial t} + P\frac{\partial^2 E_x}{dx^2} + q|E_x|^2 E_x + \frac{s}{\pi} pv \int \frac{|E_x(x')|^2}{x - x'} dx' E_x = 0, \tag{1}$$

x и t — координата и время в движущейся системе отсчета, член с коэффициентом s обусловлен нелинейным затуханием Ландау, pv перед интегралом означает, что интеграл следует брать в смысле главного значения.

Модуляционную неустойчивость нелинейных волн, описываемых уравнением (1), исследуем хорошо известным методом [13, 15]. Если выполняется условие Лайтхилла $P \cdot q > 0$, максимальный инкремент модуляционной неустойчивости возмущения, направление которого совпадает с направлением распространения нелинейной волны, имеет следующий вид:

$$\Gamma_m = (q^2 + s^2)^{1/2} \cdot \rho_0, \tag{2}$$

где $\rho_0 = |E_{x0}|^2$, E_{x0} — невозмущенное значение E_x. Соответствующий волновой вектор возмущения равен:

$$K_m = \left(\frac{q^2 + s^2}{Pq}\rho_0\right)^{1/2}. \tag{2'}$$

Если выполняется условие Лайтхилла и $|q| \gg |s|$, то уравнение (1) имеет солитонное решение:

$$E_x = E_{\max} \operatorname{sech}\left[E_{\max}\sqrt{\frac{q}{2P}}(x - ut)\right] \exp\left\{i\left[\frac{u}{2P}\left(x - \frac{ut}{2}\right) + \frac{1}{2} q E_{\max}^2 t\right]\right\}, \tag{3}$$

где u — произвольная постоянная.

Коэффициенты P, q и s уравнения (1) зависят от невозмущенной функции распределения в лабораторной системе отсчета и от параметров плазмы. Ниже мы рассматриваем как электронно-позитронную, так и электронно-протонную плазму.

1. *Электронно-позитронная плазма. Трехмерная модель.* Рассмотрим случай, когда внешнее магнитное поле равно нулю. Невозмущенную функцию распределения в лабораторной системе выберем в виде функции Максвелла. Так как общие выражения для коэффициентов уравнения имеют довольно громоздкий вид, приведем их приближенные выражения для различных значений параметра $\mu = m_e c^2/T$, где m_e — масса покоя электрона, T — температура в энергетических единицах как электронной, так и позитронной компоненнт.

Если $\mu \sim 1$, то частота и групповая скорость ленгмюровской волны, при фазовой скорости $v_\Phi \approx c$ равны:

$$\omega_0 \approx 0.89\,\omega_p, \quad \lambda \approx 0.85\,c,$$

где $\omega_p^2 = (8\pi e^2 n_0)/m_e$, e — заряд электрона, n_0 — невозмущенная плотность числа частиц в лабораторной системе отсчета. P, q и s имеют следующий вид:

$$P \approx 0.46\,\frac{c^2}{\omega_0}\gamma_0^{-3};\quad q \approx 1.7\left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{1}{\omega_0};\quad s \approx -1.6\left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{1}{\omega_0}. \tag{4}$$

Если $1 \gg \mu \gg \frac{|k-k_0|}{k_0}$, где $k_0 = \frac{\omega_0}{c}$, то

$$\omega_0 \approx \omega_p\left[\mu \ln\left(\frac{1.85}{\mu}\right)\right]^{1/2},\quad \lambda = c\left[1 - \frac{1}{6}\mu^2 \ln\left(\frac{1.85}{\mu}\right)\right] \tag{5}$$

и

$$\begin{gathered} P = \frac{5}{6}\frac{c^2}{\omega_0}\mu^2 \ln\left(\frac{0.89}{\mu}\right)\left|\ln\left(\frac{1.85}{\mu}\right)\right|^{3/2}\gamma_0^{-3}, \\ q = \left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{1}{\omega_0}q_1,\qquad s = -\left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{1}{\omega_0}s_1, \end{gathered} \tag{6}$$

где

$$q_1 = 1 + \frac{2}{3}(\gamma_0\mu)^2 - \frac{1}{3}(\gamma_0\mu)^4\left[e^{-\gamma_0\mu}\,\mathrm{E^*i}(\gamma_0\mu) + e^{\gamma_0\mu}\,\mathrm{Ei}(-\gamma_0\mu)\right], \tag{7}$$

$$s_1 = 3\pi\left|\ln\left(\frac{1.85}{\mu}\right)\right|^{-2} e^{-\gamma_0\mu}. \tag{8}$$

$\gamma_0 = (1-\lambda^2/c^2)^{-1/2}$, $\mathrm{E^*i}(\gamma_0\mu)$ и $\mathrm{Ei}(-\gamma_0\mu)$ — интегральные показательные функции [16].

Когда $\gamma_0\mu \sim 1$, значения q_1 и s_1 даны в табл. 1, когда $\gamma_0\mu \ll 1$, то $q_1 \approx 3$ и если $\gamma_0\mu \gg 1$, то $q_1 \approx -9$.

Если $\mu \ll (|k-k_0|)/k_0$, то $q_1 \approx -3$, $s \to 0$.

Таблица 1

$\gamma_0\mu$	2	2.5	3	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	4
μ	0.251	0.152	0.092	0.083	0.075	0.068	0.062	0.056	0.034
q_1	6.05	4.67	2.17	1.57	0.96	0.33	−0.31	−0.97	−4.23
s_1	0.32	0.12	0.05	0.04	0.04	0.03	0.03	0.02	0.01

2. *Электронно-позитронная плазма. Одномерная модель.* Если плазма находится в сильном магнитном поле, то частицы быстро теряют поперечный импульс, что обусловлено магнитотормозным излучением, и их функция распределения оказывается близкой к изомерной. Поэтому мы исследуем случай и с одномерной функцией Максвелла, и со степенной функцией.

Рассмотрим первый случай.

Если $\mu \sim 1$, то $\omega_0 \approx 1.64\,\omega_p$ и $\lambda \approx 0.93\,c$, а

$$P \approx 0.2\frac{c^2}{\omega_0}\gamma_0^{-3}; \qquad q \approx 15.6\left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{1}{\omega_0}; \quad s \approx -4.28\left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{1}{\omega_0}. \tag{9}$$

А если $\mu \ll 1$, то $\omega_0 \approx (2/\mu)\,\omega_p$, $\lambda \approx c\,(1-(1/12)\,\mu^2)$, $\gamma_0\mu = \sqrt{6}$ и

$$P \approx 0.3\,\mu^2\frac{c^2}{\omega_0}\gamma_0^{-3}; \qquad q \approx 28.8\left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{1}{\omega_0}; \qquad s \approx -\left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{4}{\omega_0}. \tag{10}$$

Исследуем плазму со следующей степенной функцией распределения [12]:

$$f_0 = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{p_0}\left(1+\dfrac{p_0^2}{m_e^2c^2}\right)^{1/2}\left(1+\dfrac{p^2}{m_e^2c^2}\right)^{-3/2}, & p \leqslant p_0 \\ 0 & p > p_0 \end{cases} \tag{11}$$

где

$$p_0 \gg m_e c.$$

В этом случае интересующие нас величины принимают следующие значения:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3\pi}{4}}\,\omega_p; \qquad \frac{\lambda}{c} = 1 - \frac{\pi}{4}\frac{m_e c}{p_0}. \tag{12}$$

$$P = \frac{\pi^2}{12}\frac{c^2}{\omega_0}\gamma_0^{-3}; \quad q = 2\left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{1}{\omega_0}; \quad s = -\sqrt{\frac{\pi m_e c}{2p_0}}\left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{1}{\omega_0}. \tag{13}$$

Рассмотрим случай, когда невозмущенная функция распределения имеет вид:

$$f_0 = \frac{1}{m_e c}\,\frac{1}{B\left(\frac{1}{2},\ \nu - \frac{1}{2}\right)}\left(1 + \frac{p^2}{m_e^2 c^2}\right)^{-\nu},$$

где $\nu > 2$, а $B(1/2,\ \nu - 1/2)$ — бета-функция. В этом случае

$$P = \frac{c^2}{\omega_0}\gamma_0^{-3}P_1; \quad q = \left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{1}{\omega_0}q_2; \quad s = -\left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{1}{\omega_0}s_2. \tag{13'}$$

Значения P_1, q_2 и s_2 для некоторых ν даны в табл. 2.

Таблица 2

ν	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5
λ/c	0.75	0.5	0.375	0.3	0.25	0.21
q_2	84	34	30	39	28	32
s_2	1.5	2.1	2.3	2.5	2.7	2.7
P_1	−1.31	1.4	0.8	0.8	0.8	0.8

3. *Электронно-протонная плазма.* Исследуем электронно-протонную плазму с максвелловской функцией распределения, не находящейся во внешнем магнитном поле. Исходя из результатов работы [14], при $\mu_e = m_e c^2/T_e \gg 1$, где T_e — температура электронов в энергетических единицах, получаем:

$$P = \frac{3}{2}\frac{T_e}{m_e\omega_{p_e}}; \quad q = -\left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{6\mu_e^2}{\omega_{p_e}}q_s; \quad s = -\left(\frac{e}{m_e c}\right)^2\frac{27\sqrt{2\pi}}{4\omega_{p_e}}\mu_e^{-3/2},$$

где $\omega_{p_e}^2 = 4\pi e^2 n_0/m_e$,

$$q_3 = \frac{1}{\mu_e^3} - \frac{1}{8\mu_e} + \frac{m_e}{108\, m_p}, \tag{14}$$

m_p — масса покоя протона. Простой анализ показывает, что $q > 0$, если

$$8.1 \lesssim \mu_e \lesssim 153.2. \tag{15}$$

4. *Обсуждение результатов.* Мы нашли область изменения параметра μ и значения показателя степенной функции, для которых выполняется

условие Лайтхилла. Рассмотрим возможность существования ленгмюровского солитона в магнитосфере пульсаров. Будем исходить из одномерной модели плазмы с функцией распределения (11). Плазма как целое движется вдоль открытых магнитных силовых линий с лоренц-фактором γ_p относительно системы отсчета, связанной со звездой. Назовем эту систему системой наблюдателя. Малый параметр теории возмущения равен

$$\varepsilon = \left(\frac{\rho_0}{8\pi W_k}\right) \ll 1, \tag{16}$$

где W_k — средняя кинетическая энергия частиц невозмущенной плазмы, в расчете на единицу объема, которая для функций распределения (11) равна

$$W_k = \frac{\pi - 2}{2} n_0 m_e c^2. \tag{17}$$

Как видно из (13), $P \cdot q > 0$, $q \gg |s|$ и уравнение (1) имеет решение (3). Для существования солитона в магнитосфере пульсаров необходимо, чтобы время образования солитона было меньше времени τ, за которое плазма вылетит за пределы светового цилиндра; $\tau \sim \Pi/2\pi$, где Π — период вращения пульсара. В системе наблюдателя это условие записывается следующим образом:

$$\frac{1}{\Gamma_m} \gamma_0 \gamma_p < \tau, \tag{18}$$

где

$$\gamma_0 = \left(1 - \frac{\lambda^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{p_0}{m_e c}}.$$

Используя (2) и (13), условие (18) можно переписать в виде

$$\left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\pi - 2}\right) \frac{1}{\omega_0} \gamma_p \sqrt{\frac{p_0}{m_e c}} \, \varepsilon^{-1} < \tau. \tag{19}$$

Подставив в (19) численные значения и считая $\gamma_p \sim 10^3$ и $p_0 \sim 10^1 m_e c$, приближенно получим:

$$n_0^{-1/2} \varepsilon^{-1} < \tau. \tag{20}$$

Так как τ всех известных пульсаров порядка или больше 10^{-2} с, то, ясно, что существует довольно большая область изменения плотности плазмы и амплитуды линейной волны, для которых выполняется условие (20).

В заключение авторы выражают благодарность А. Б. Михайловскому, Дж. Г. Ломинадзе и Г. З. Мачабели за стимулирующие обсуждения.

Абастуманская астрофизическая
обсерватория

RELATIVISTIC LANGMUIR SOLITONS IN MAGNETOSPHERE OF PULSARS

G. I. MELIKIDZE, A. D. PATARAYA

The modulational instability of the one-dimensional Langmuir waves, propagated in the relativistic plasma, the phase velocity of which is about the light velocity is investigated. For these waves the nonlinear Shrödinger equation with regard for the nonlinear Landau damping has been derived by means of the relativistic Vlasov and Maxwell equations. The regional change of the parameters of the plasma, for which the relativistic Langmuir solitons exist, is found. Both one and three dimensional models of plasma are discussed. The discussed processes may proceed in the magnetosphere of the pulsars.

ЛИТЕРАТУРА

1. *P. Goldreich, W. H. Jullian*, Ap. J., 157, 869, 1969.
2. *P. A. Sturrok*, Ap. J., 164, 529, 1971.
3. *W. H. Jullian*, Ap. J., 183, 967, 1973.
4. *Р. М. Авакян, Г. П. Алоджанц, Г. С. Саакян, Д. М. Седракян*, Астрофизика, 12, 339, 1976.
5. *В. Л. Гинзбург*. УФН, 103, 393, 1971.
6. *F. Pacini, M. J. Rees*, Nature, 226, 622, 1970.
7. *M. A. Ruderman, P. G. Sutherland*, Ap. J., 196, 51, 1975.
8. *S. Hinata*, Ap. J., 206 282, 1976.
9. *R. Buschauer, G. Benford*, M. N., 179, 91, 1977.
10. *P. E. Hadee, W. K. Rose*, Ap. J., 219, 274, 1978.
11. *С. А. Каплан, В. Н. Цытович*, Астрофизика, 8, 441, 1972.
12. *Дж. Г. Ломинадзе, А. Б. Михайловский*, ЖЭТФ, 76, 959, 1979.
13. *Y. H. Ichikawa, T. Suzuki, T. Taniuti*, J. Phys. Soc. Japan, 34, 1089, 1973.
14. *Г. И. Меликидзе, А. Д. Патарая*, Сообщ. АН Груз. ССР, 90, № 1, 1978.
15. *Б. Б. Кадомцев*, Коллективные явления в плазме, Наука, М., 1976.
16. *Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Лёш*, Специальные функции, Наука, М., 1968.