Математические вопросы кибернетик и вычислительной техники 22, 2001, 118–126.

# Использование гидродинамической теории ударных волн для разработки методики распознавания массы ударяющей детали, ее скорости в момент удара

В. Г. Петросян, Р. .Р. Гюлбудагян

Институт «АРМАТОМ»

**Аннотация**

В работе, на основе гидродинамической теории ударных волн, разработан алгоритм распознавания и математическая программа, которые дают возможность определить характеристики сигналов ударного перехода, в частности, вычислить массу ударяющей детали и ее скорость в момент удара.

## 1 Введение

В последние годы в технике управления и контроля на атомных электростанциях важное место начинает приобретать использование систем диагностики. Системы диагностики предназначены в первую очередь для повышения уровня безопасности атомных электростанций. Данный аспект вызвал интенсивное развитие способов диагностики [1], [6].

В спектре эффективных методов диагностики важную роль приобретает контроль корпусных шумов для определения незакрепленных или оторвавшихся деталей, а также деталей с ослабленным креплением.

Корпусные шумы появляются при ударе детали по стенкам или встроенным элементам, затем распространяются в структуре, в последующем сигналы записываются пьезоэлектрическими датчиками ускорения с чувствительностью измерения в звуковой области.

Этой проблеме посвящены в частности работы [1], [2]. В этих работах разработан алгоритм определения массы свободного предмета на основе теории удара Герца [1], [2], который позволяет получить основные характеристики поперечного удара свободной детали о массивную пластинку, а именно: максимальная сила удара; время контакта; максимальное проникание предмета в пластину; частоту возбуждаемых ударом волн.

Однако при решении задачи по теории удара Герца учитываются только поперечные удары, другими словами не рассматривается зависимость величины массы от угла наклона удара. Кроме того, указанный алгоритм не позволяет определить величину скорости в момент удара.

В связи с этим появляется необходимость решения задачи установления скорости ударяющей детали в момент удара, а также определения зависимости массы детали от основной частоты или периода регистрируемых сигналов, появляющихся вследствие удара детали, иными словами, необходимо решить задачу распознавания ударяющей детали.

Целью настоящей работы является создание алгоритма и его реализация на ЭВМ для определения массы детали и ее скорости в момент удара по гидродинамической теории распространения ударных волн (УВ) в сплошных средах, по исходной информации, в частности, по основному периоду и соответствующей интенсивности регистрируемых пьезодатчиком сигналов.

## 2 Описание алгоритма.

Для решения данной задачи анализируем косые УВ (ударные волны) и определим связи между физическими и геометрическими величинами при ударном переходе [5].

Рассмотрим плоскую УВ, которая распространяется в среде с невозмущенной плотностью - $\rho_0$, с углом наклона - $\beta$ к направлению потока в среде.

Схематически это явление представлено на рис.1

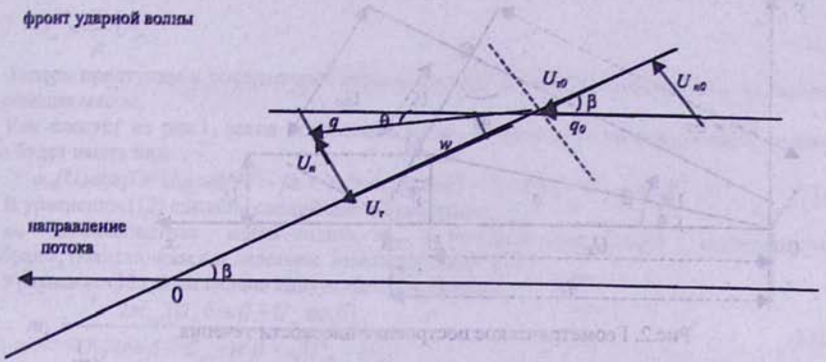


Рис.1. Конфигурация направлений в косой ударной волне.

На рис. 1. введены следующие обозначения.

$\vec{q}$ - вектор скорости УВ за фронтом; $\vec{U}_n$ - вектор нормальной составляющей скорости УВ за фронтом; $\vec{U}_\tau$ - вектор тангенциальной составляющей скорости УВ за фронтом; $\vec{q}_0$ - вектор скорости УВ перед фронтом; $\vec{U}_{n0}$ - вектор нормальной составляющей скорости УВ перед фронтом; $\vec{U}_{\tau 0}$ - вектор тангенциальной составляющей скорости УВ перед фронтом; $\beta$ - угол наклона косой УВ; $w$ – угол между линией фронта УВ и вектором скорости - $\vec{q}$ за фронтом; $\theta$ - угол отклонения потока в косой УВ; $\rho_0$ - плотность равновесной или невозмущенной составляющей среды; $P_0$ - давление равновесного состояния среды.

Первым этапом решения поставленной проблемы является задача нахождения уравнения связывающего физические и геометрические величины при ударном переходе. Эта задача сводится к анализу уравнений сохранения массы и импульса в проекциях на фронт УВ и необходимости конкретизации термодинамичеких свойств изучаемой среды. Предполагается , что рассматриваемая среда как термодинамическая система является двухпараметрической и определяется уравнением состояния, т.е. уравнением адиабаты Гюгонио в виде:

$$P = F(\rho) \tag{1}$$

где P – давление сжатого или неравновесного состояния среды; $\rho$ - плотность сжатого состояния среды.

Уравнения сохранения массы и импульса соответственно имеют следующий вид:

$$\rho_0 U_{n0} = \rho U_n \tag{2}$$

$$P_0 + \rho_0\ U_{n0}^2 = P + \rho\ U_n^2 \tag{3}$$

Для установления связи между физическими и геометрическими величинами при ударном переходе удобно вводить систему координат, получаемую совмещением плоскости течения УВ и плоскости годографа с началом координат в точке ноль, причем ось X направлена по вектору скорости $\vec{q}_0$, где справедливо представление векторов скорости УВ в компонентах $(q_0, 0)$ и $(U_x, U_y)$. Построенная система координат показана на рис.2.

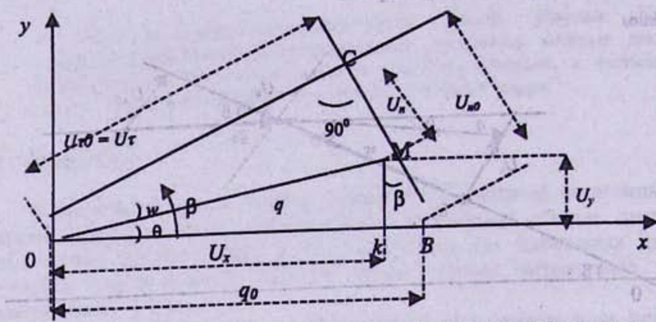


Рис.2. Геометрическое построение плоскости течения.

Геометрическая совокупность состояний, реализуемых при сжатии УВ различной интенсивности, представляется кривой, называемой ударной полярой, которую в плоскости годографа аналитически можно представить в следующей форме:

$$U_x = q_0\left(1 - \frac{P - P_0}{\rho_0 q_0^2}\right) \tag{4}$$

$$U_y = \frac{P - P_0}{\rho_0 q_0}\left\{\frac{\rho_0 q_0^2}{P - P_0}\left[1 - \rho_0 F(P)\right] - 1\right\}^{1/2} \tag{5}$$

В теории косых УВ одно из основополагающих равенств сохранения тангенциальной составляющей скорости УВ перед ее фронтом и позади нее имеет следующий вид:

$$U_{\tau 0} = U_\tau \tag{6}$$

После некоторых преобразований из соотношений (2) - (6), получим следующее уравнение:

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{U_n^2 \cos\beta - U_\tau U_n \sin\beta}{U_\tau\left[U_\tau \cos\beta + U_n \sin\beta - \sqrt{U_{n0}^2 + U_{\tau 0}^2}\right]}. \tag{7}$$

Заметим, что при $\beta = 0$ уравнение (7) принимает следующий вид:

$$U_\tau = \frac{\rho U_n^2}{\sqrt{2\rho_0 \rho U_n^2 + \rho_0^2 U_{n0}^2}}. \tag{8}$$

При $\beta = 90^\circ$ уравнение (7) имеет следующий вид:

$$U_\tau = \sqrt{(1+\frac{\rho}{\rho_0})^2 U_n^2 - U_{n0}^2} \tag{9}$$

Уравнение (7) равносильно следующему уравнению:

$$U_\tau^4 - 2(1+\frac{\rho}{\rho_0})U_n ctg\beta U_\tau^3 + \left[2\frac{\rho}{\rho_0}U_n^2 ctg^2\beta - (1+\frac{\rho}{\rho_0})^2 U_n^2 + \frac{U_{n0}^2}{\sin^2\beta}\right]U_\tau^2 + \\ +2\frac{\rho}{\rho_0}(1+\frac{\rho}{\rho_0})U_n^3 ctg\beta\, U_\tau - \frac{\rho^2}{\rho_0^2}U_n^4 ctg^2\beta) = 0 \tag{10}$$

Далее заметим, что из уравнения сохранения массы (2) получаем следующее соотношение:

$$U_n = \frac{\rho_0}{\rho}U_{n0} \tag{11}$$

Теперь приступим к определению эквивалентной массы УВ, основываясь на законе сохранения массы.

Как следует из рис.1, закон сохранения массы в проекциях на направление потока волн будет иметь вид:

$$m_в[U_{\tau0}cos\beta + U_{n0}cos(90^0 - \beta) + q_0] = m_{экв}[qcos\theta + U_\tau cos\beta + U_n cos(90^0 - \beta)] \tag{12}$$

В уравнении (12) сделаны следующие обозначения:

$m_в$ – эквивалентная масса волны; $m_{экв}$ – эквивалентная масса механической мембраны, появляющаяся вследствии взаимодействия УВ.

Уравнение (12) равносильно следующему уравнению:

$$m_в = \frac{2m_{экв}[U_\tau\cos\beta + U_n\sin\beta]}{U_{\tau0}\cos\beta + U_{n0}\sin\beta + \sqrt{U_{n0}^2 + U_{\tau0}^2}} \tag{13}$$

При получении соотношения (13) применена следующая формула (см.рис.1,2):

$$\cos\theta = \frac{1}{q}(U_\tau\cos\beta + U_n\sin\beta), \tag{14}$$

фактически по формуле (13) определяем величину эквивалентной массы УВ.

Отметим, что эквивалентная масса механической мембраны определяется из следующего основного соотношения:

$$w_0 = \sqrt{\frac{S_{экв}}{m_{экв}}}, \tag{15}$$

в формуле (15) применены следующие обозначения:

$w_0 = 2\pi f_0$ - основная резонансная частота механической мембраны.

$S_{экв}$ – эквивалентная упругость механической мембраны.

Теперь приступим к выводу основного уравнения определения массы ударяющей детали.

Отметим,что для решения задачи определения массы ударяющей детали появляется необходимость учета условия адекватности ударяющей детали и косой УВ. Условие адекватности ударяющей детали и косой УВ учитывается следующим равенством:

$$m_{0T}\left[U_{\tau0,T}\cos\beta + U_{n0,T}\sin\beta + \sqrt{U_{n0,T}^2 + U_{\tau0,T}^2}\right] = \\ = m_в\left[U_{\tau_0}\cos\beta + U_{n0}\sin\beta + \sqrt{U_{n_0}^2 + U_{\tau_0}^2}\right] = 2m_{экв}[U_\tau\cos\beta + U_n\sin\beta] \tag{16}$$

Фактически условие эквивалентности ударяющей детали и косой УВ оценивается по их одинаковым воздействиям на механическую мембрану.

В уравнении (16) применены следующие обозначения :

$m_{0T}$ - масса ударяющей детали ; $U_{\tau0,T}$ – тангенциальная составляющая скорости детали; $U_{n0,T}$ – нормальная составляющая скорости детали.

Условие адекватности косой УВ и ударяющей детали учитывается также следующими условиями:

$$\begin{cases} m_{0T}U_{n0,T} = m_{в}U_{n0} \\ m_{0T}U_{\tau0,T} = m_{в}U_{\tau0} \end{cases} \quad (17)$$

При соударении тел появляющаяся в металле механическая мембрана имеет эквивалентную упругость - $S_{экв}$ и условие баланса энергии при поперечном ударе определяется следующим уравнением:

$$\frac{1}{2}m_{0T}U_{\tau0,T}^2 = \frac{1}{2}S_{экв}w_{\max}^2 \quad (18)$$

где $w_{max}$ – максимальное динамическое перемещение.

Условие баланса энергии при продольном ударе имеет следующий вид:

$$\frac{1}{2}m_{0T}U_{n0,T}^2 = \frac{1}{2}S_{экв}w_{\max}^2 \quad (19)$$

После некоторых преобразований, исходя из условия адекватности (16) и соотношений (18), (19) получим следующее уравнение:

$$m_{0T} = \frac{4m_{экв}^2\left[U_\tau\cos\beta + U_n\sin\beta\right]^2}{S_{экв}w_{\max}^2\left[\frac{\cos\beta}{U_{\tau0}} + \frac{\sin\beta}{U_{n0}} + \frac{\sqrt{U_{n0}^2 + U_{\tau0}^2}}{U_{\tau0}U_{n0}}\right]\cdot\left[U_{\tau0}\cos\beta + U_{n0}\sin\beta + \sqrt{U_{n0}^2 + U_{\tau0}^2}\right]} \quad (20)$$

Отметим, что при выводе уравнения определения массы ударяющей детали в виде (20) вводится понятие "массы" волны – $m_в$, которая представленное следующим математическим образом:

$$m_в = \frac{2m_{экв}\left[U_\tau\cos\beta + U_n\sin\beta\right]}{U_{\tau0}\cos\beta + U_{n0}\sin\beta + \sqrt{U_{n0}^2 + U_{\tau0}^2}} \quad (21)$$

Теперь приступим к определению характеристик механической мембраны.

Как следует из формулы (20), чтобы определить массу ударяющей детали, – $m_{0T}$, необходимо определить эквивалентную массу – $m_{экв}$, эквивалентную упругость - $S_{экв}$ механической мембраны.

При решении задачи определения характеристик механической мембраны заметим, что вследствие удара по поверхности конденсированной среды, (в нашем примере в качестве среды используется сталь) появляющаяся в ней механическая мембрана колеблется с основной резонансной частотой $f_0 = \frac{w_0}{2\pi}$. В приближении натянутой по пе-риметру мембраны, основная резонансная частота $f_0$ определяется следующим образом [6]:

$$f_0 = \frac{0{,}38}{r}\sqrt{\frac{\tau}{\rho_0}}, \qquad f_0 = \frac{1}{T} \quad (22)$$

В формуле (22) сделаны следующие обозначения:

$\tau$ - предельное значение текучести материала мембраны; $r$ – радиус мембраны;

$\rho_0$ - плотность материала мембраны (сталь); $T$ – период колебаний, соот-ветствующий основной резонансной частоте.

Из соотношения (22) следует, что радиус мембраны определяется следующим образом:

$$r = 0{,}38T\sqrt{\frac{\tau}{\rho_0}}, \tag{23}$$

Толщина мембраны отождествляется с максимальным динамическим перемеще-нием – $w_{max}$. В приближении поперечного удара тела по однородной прямой балке основанное на балансе энергии максимальное динамическое перемещение $w_{max}$ определяется следующим выражением [3]:

$$w_{max} = \frac{m_{oT}\, g}{S_{экв}}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{U_{r0,T}^2 S_{экв}}{g^2\left(m_{oT} + \frac{17}{35}m_0\right)}}\right] \tag{24}$$

$m_o$ – масса конденсированной среды, по которой происходит удар.

Для данной задачи действует условие:

$$m_{oT} << m_o \tag{25}$$

Таким образом, для данной задачи максимальное динамическое перемещение или толщина мембраны определяется следующим выражением:

$$w_{max} = \frac{2m_{oT}\, g}{S_{экв}} \tag{26}$$

Эквивалентная упругость мембраны определяется из формулы (15) и выражается следующим соотношением:

$$S_{экв} = \frac{4\pi}{T^2} m_{экв} \tag{27}$$

Имея в виду следующие соотношения:

$$m = \rho_0\, v = \rho_0\, \pi r^2\, w_{max}. \tag{28}$$

$$m_{экв} = 0{,}01m, \tag{29}$$

где $m$ – реальная масса мембраны.

После некоторых преобразований получим:

$$S_{экв} = 0{,}76\pi\sqrt{0{,}02 m_{0T}\, \pi g \tau} \tag{30}$$

$$m_{экв} = \frac{0{,}0038T^2\sqrt{m_{0T}\, g\tau}}{\sqrt{0{,}02\pi}} \tag{31}$$

Таким образом, мы определили характеристики механической мембраны, а именно: радиус, толщину, эквивалентную упругость, реальную и эквивалентную массы в зависимости от массы ударяющего свободного предмета - $m_{oT}$.

Имея в виду формулы (27) – (31) и выражение (20), окончательно получим искомое соотношение определения массы ударяющего свободного предмета, которое имеет следующий вид:

$$m_{oT} = \frac{0{,}0018\pi^{1/3}\tau\left[U_r\cos\beta + U_n\sin\beta\right]^{4/3} T^{8/3}}{g^{1/3}\left[U_{r0}\cos\beta + U_{n0}\sin\beta + \sqrt{U_{n0}^2 + U_{r0}^2}\right]^{2/3}\left[\frac{\cos\beta}{U_{r0}} + \frac{\sin\beta}{U_{n0}} + \frac{\sqrt{U_{n0}^2 + U_{r0}^2}}{U_{r0}U_{n0}}\right]^{2/3}} \tag{32}$$

Теперь определим скорости ударных волн. Как следует из основной формулы определения массы ударяющего предмета - (32), чтобы определить массу – $m_{OT}$, необходимо вычислить скорости УВ, а именно $U_{\tau}, U_{\tau 0}, U_n, U_{n0}$.

Для решения поставленной задачи используем уравнения сохранения массы и импульса (2) и (3) для ударного перехода.

Решая эти уравнения относительно неизвестной нормальной составляющей скорости УВ перед фронтом $-U_{n0}$, получим следующее соотношение:

$$U_{n0} = \sqrt{\frac{P - P_0}{\rho_0 (1 - \frac{\rho_0}{\rho})}} \tag{33}$$

Как следует из соотношения – (33), величину нормальной составляющей скорости УВ - $U_{n0}$ можно вычислить, если из результатов эксперимента определим значение разницы давлений за и перед фронтом УВ, регистрируемое пьезодатчиком - $\Delta P = P - P_0$.

Величина $\Delta P$ связана с напряжением – V, соответствующей амплитуде сигнала, следующим соотношением [4]:

$$\Delta P = \frac{e}{l} V \tag{34}$$

$e$ = 97,627 н/м – упругая постоянная пьезоматериала пьезодатчика при наличии нулевого электрического поля;

$l$ – толщина пьезоэлектрического слоя пьезодатчика.

Плотность сжатого состояния $\rho$ можно определить из уравнения состояния материала (сталь). Для различных металлов предложено большое число эмпирических уравнений состояния в виде $\rho = F(\Delta P)$. В частности, одна из наиболее употребительных зависимостей давления от плотности сжатого состояния имеет следующий вид:

$$\Delta P = \frac{B_1}{\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{1/3}} \left[ e^{B_2 \left\{1 - \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{1/3}\right\}} - 1 \right] \tag{35}$$

Для стали константы $B_1$ и $B_2$ имеют следующие значения:

$B_1 = 0{,}624\ 10^{11}$ н/м$^2$

$B_2 = 8{,}099$

На рис. 3 приведен график зависимости $\Delta P$ от $\rho$ для стали, описываемая формулой (35), называемый гидростатической компрессионной кривой, которая в интервале значений $\rho \rightarrow [7880 \div 7980$ кг/м$^3]$ имеет почти линейный вид :

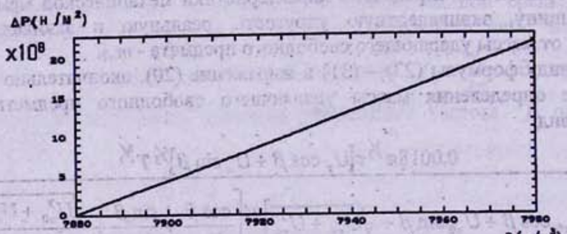


Рис.3 Гидростатическая компрессионная кривая.

Определяя $\Delta P$ и используя гидростатическую компрессионную кривую, графическим путем можно найти значение плотности сжатого состояния -$\rho$.

Таким образом, зная значение $\Delta P = P - P_0$ и $\rho$, на основе формулы (33) определяется величина вектора нормальной составляющей скорости УВ перед фронтом - $U_{n0}$.

Нормальная составляющая скорости УВ за фронтом - $U_n$ определяется на основе формулы (11), а тангенциальная составляющая скорости УВ за фронтом - $U_\tau$ вычисляется, решая алгебраическое уравнение (10).

Таким образом, мы имеем все необходимые значения величин, чтобы определить массу свободно ударяющего предмета по основному соотношению (32).

Теперь определим скорость свободно ударяющего предмета в момент удара.

Скорость свободно ударяющего предмета в момент удара определяется из условия адекватности УВ и ударяющего тела, которое имеет следующий вид:

$$U_{\tau 0,T} = \frac{m_e U_{\tau 0}}{m_{0T}} \tag{36}$$

Отметим, что эмпирически установлено следующее соотношение:

$m_{экв} = 0{,}01\ m$

Реальная масса возбужденной области в материале вследствие удара - $m$ определяется следующей формулой:

$$m = \rho_0 \pi r^2 h\ , \tag{37}$$

*где* $h$ - толщина возбужденного слоя в материале (сталь).

Эмпирически установлено, что действует следующее соотношение

$$h = 30\ w_{max}\ . \tag{38}$$

где максимальное динамическое перемещение определяется по формуле (26).

Таким образом, получены все необходимые формулы для определения скорости свободно ударяющего тела в момент удара - $U_{\tau 0,T}$.

В заключение отметим, что на основе разработанного алгоритма реализована программа «MASSA», основные результаты которой следующие:

- Установлена зависимость ударяющей массы – $m_{0T}$ от угла наклона удара - $\beta$ , от нормальной, тангенциальной составляющих скоростей ударной волны за и перед ее фронтом волны, от основного периода (частоты) и от максимального допустимого напряжения материала мембраны.
- Определена явная зависимость скорости тела в момент удара от массы тела.

Для достижения цели – разработки алгоритма распознавания массы и ее скорости в момент удара были вычислены следующие переменные характеристики механической мембраны: радиус мембраны, эквивалентная упругость мембраны, толщина мембраны, реальная масса мембраны, «масса» волны.

Были также установлены следующие явные зависимости: нормальная составляющая скорости УВ перед фронтом волны как функция от давления в металле; нормальная составляющая скорости УВ за фронтом волны как функция от нормальной составляющей скорости УВ перед фронтом; тангенциальная составляющая за и перед фронтом УВ как функция от нормальной составляющей за и перед фронтом волны.

Результаты разработанного алгоритма возможно использовать при определении характеристик ударного перехода по измеренным сигналам диагностических систем, функционирующих на современных атомных электростанциях.

## Литература


[1] Методика обработки и анализа БИ (базовых измерений) для систем СКТ (система контроля течи) и СОССП (система обнаружения свободных и слабозакрепленных предметов). Научно-технический отчет. ВНИИАЭС. Москва 1997.

[2] Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. М.: Стройиздат , 1965.

[3] Кайно Г. Акустические волны. Москва, "Мир".1990.

[4] Косые ударные и детанационные волны. Под ред. В.С. Соловьева М.: Изд-во МВТУ, 1989.

[5] В.К. Иофе, В.Г. Корольков, М.А. Сапожков. Справочник по акустике. М.: Связь, 1979.

[6] Системная документация – «KUS» (СОССП) – фирмы SIEMENS 1989.


### Հարվածային ալիքների տեսության օգտագործմամբ՝ հարվածող առարկայի մասսայի և նրա՝ հարվածի պահին արագության ճանաչման մեթոդի մշակում

*Վ. Գ. Պետրոսյան, Ռ. Ռ. Գյուլբուդաղյան*


Ամփոփում

Աշխատանքում, հարվածային ալիքների հիդրոդինամիկական տեսության հիման վրա, մշակված են ալգորիթմ և մաթեմատիկական ծրագիր, որոնք հնարավորություն են ընձեռնում որոշելու հարվածային անցման ապտանշանների բնութագրիչները, մասնավորապես՝ հարվածող մարմնի մասսան և հարվածի պահին նրա արագությունը: