

# АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

## АСТРОФИЗИКА

ТОМ 16

ФЕВРАЛЬ, 1980

ВЫПУСК 1

УДК 524.3

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СПИРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ГАЛАКТИКИ ПО РАДИОИЗЛУЧЕНИЮ НЕЙТРАЛЬНОГО ВОДОРОДА В ЛИНИИ 21 см.

#### II. НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ. $30^\circ \lesssim |l| \lesssim 60^\circ$

В. Г. БЕРМАН, Ю. Н. МИШУРОВ

Поступила 2 июля 1979

Рассчитано нелинейное движение газа в гравитационном поле спирального рукава и распределение его плотности в нелинейной теории. Построены контуры линии радиоизлучения НI в 21 см в области галактических долгот  $30^\circ \lesssim |l| \lesssim 60^\circ$  для моделей спиральной структуры Галактики Лина и др. [3] и Марочника и др. [10]. Показано, что вывод [2], сделанный в линейной теории, о возможности согласования модели [10] с наблюдениями НI, подтверждается в нелинейной теории. В модели [10] удастся также понять распределения по радиусу Галактики зон НII, облаков CO,  $\gamma$ -излучения, остатков сверхновых и т. д., связав их с изменением по радиусу степени сжатия газа в галактической ударной волне.

1. *Введение.* Для расчета контуров линии радиоизлучения НI в 21 см необходимо знать поле скоростей и распределение плотности межзвездного газа (см., например, [1]). В [2] дан подробный анализ метода расчета течения газа в рамках волновой теории спиральной структуры галактик в линейном приближении. Вкратце суть метода такова. Согласно [3] по звездному диску Галактики распространяется спиральная волна плотности. Эта волна плотности — рукав — своим гравитационным полем возмущает движение газа, отклоняя его от кругового. Линейное приближение означает, что отклонение течения газа от кругового мало.

Строго говоря, использовать линейную теорию для расчета возмущенного движения газа нельзя. Как показано, например, в [4, 5] для значений параметров спиральной структуры Галактики Лина и Шу [3] (угловая скорость вращения спирального узора  $\Omega_p = 13.5$  км/с · кпс, амплитуда силы гравитационного поля рукава  $F = 5\%$ ) в окрестности Солнца движение

газа является существенно нелинейным: образуются галактические ударные волны. Важное отличие нелинейного режима течения газа от линейного заключается в том, что, во-первых, скачок плотности газа на фронте ударной волны может стать значительно больше единицы, во-вторых, рукав по газу становится более узким.

Цель настоящей работы — рассчитать движение газа в гравитационном поле рукава и распределение его плотности в нелинейном приближении, а также построить контуры линии радиоизлучения НІ в 21 см в области галактических долгот  $30^\circ \lesssim |l| \lesssim 60^\circ$ . В отличие от предыдущих работ, например, [6—9], мы рассматриваем течение газа и контуры линии 21 см не только для линовских  $\Omega_p$  и  $F_0^*$  (здесь и далее индекс «0» означает, что величина берется в точке с координатами Солнца), но и для параметров Марочника и др. [10] ( $\Omega_p = 23$  км/с · кпс,  $F_0^* \approx 10\%$  [2]), при этом модель движения газа будет построена полностью в соответствии с волновой теорией спиральной структуры галактик (см. ниже и [2]).

Результаты настоящей работы подтверждают выводы [2] о том, что модель спиральной структуры Галактики, предложенную Марочником и др. [10], удастся согласовать с наблюдениями НІ. В этой модели становится также понятным следующий важный вопрос: почему количество таких объектов, как областей НІІ, молекулярных облаков и т. д., — индикаторов спиральной структуры — растет к центру Галактики, а на расстоянии Солнца их почти нет, хотя нейтрального водорода здесь много. Это можно связать с изменением степени сжатия газа в галактической ударной волне с расстоянием от центра Галактики  $R^*$ . В ряде работ (см., например, обзоры [11, 12] и цитированную там литературу) была высказана идея о том, что сжатие газа в ударной волне инициирует образование плотных облаков и, следовательно, рождение звезд, возникновение областей НІІ, формирование молекул и т. д. Естественно, чем больше сжатие, тем этот процесс идет интенсивнее. Как будет показано ниже, в модели Марочника и др. [10] вблизи  $R_0$  ударной волны нет вообще. (Это связано с тем, что вследствие близости  $\Omega_p$  к угловой скорости вращения галактического диска на расстоянии Солнца  $\Omega_p$  невозмущенная скорость натекания газа на рукав меньше скорости звука в газе  $c$ , а амплитуда потенциала рукава падает с ростом  $R$  от 5 кпс до 10 кпс). Поэтому на расстоянии Солнца вследствие малости степени сжатия газа процесс образования различных объектов замедлен. При уменьшении  $R$  скорость натекания газа на рукав возрастает (растет  $|\Omega_p - \Omega|$ ), становясь больше  $c$  при  $R \lesssim 9$  кпс, и растет амплитуда гравитационного потенциала рукава. В этой области развивается сильная ударная волна. Степень сжатия газа велика. Процесс образования плотных облаков, звезд и т. д. идет интенсивно.

\* На это обстоятельство обратил наше внимание А. А. Сучков.

2. Метод расчета нелинейного движения межзвездного газа. Представим гравитационный потенциал Галактики  $\varphi$  в виде суммы невозмущенной осесимметричной части  $\varphi_G(R)$  и возмущения от рукава  $\bar{\varphi} = A(R) \cos \chi$ , где  $A < 0$  — амплитуда потенциала рукава,

$$\chi = 2(\text{ctg } i \ln R/R_0 + \psi - \Omega_p t) \quad (1)$$

фаза волны,  $\psi$  — азимутальная координата в плоскости Галактики, отсчитываемая по часовой стрелке,  $t$  — время,  $i(R)$  — угол закрутки спиралей. Волновая теория строится в ВКБ-приближении  $\text{ctg } i \gg 1$ ,  $A$  — медленно меняющаяся функция  $R$  [3]. В этом приближении геометрия спирального рукава определяется уравнением  $\chi = \text{const}$ . Отметим отличие записи  $\chi$  в настоящей работе от принятого в [2]. Во-первых, мы моделируем рукав логарифмической спиралью (но это не будет спираль равного наклона, т. к.  $i$  есть функция  $R$ ), во-вторых, перед  $\psi$  стоит «+», следовательно, для закручивающихся ветвей  $i > 0$ . Спиральный узор, как видно, вращается твердотельно с угловой скоростью  $\Omega_p$ . Величину  $-2\Omega_p t$  можно обозначить через  $\chi_0$  (начальная фаза в (1) опущена). Смысл  $\chi_0$  — фаза Солнца в спиральной волне или местоположение Солнца между рукавами.

Нелинейные газодинамические уравнения движения газа в гравитационном поле рукава в ВКБ-приближении, когда малыми членами порядка  $\sin i$  и выше пренебрегают, имеют вид [7, 13]:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial \sigma u}{\partial \eta} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{R} \frac{\partial u}{\partial \eta} - 2 \Omega_p v = - \frac{c^2}{R \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} - \frac{1}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u}{R} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{x^2}{2\Omega} (u - u_0) = 0, \quad (4)$$

здесь  $u$  — нормальная к рукаву компонента скорости газа,  $u_0 = (\Omega - \Omega_p) R \sin i$  — невозмущенная нормальная компонента скорости, происходящая от относительного движения газового диска Галактики, вращающегося с угловой скоростью  $\Omega(R)$ , и спирального узора, вращающегося с угловой скоростью  $\Omega_p$ ,  $v$  — возмущенная гравитационным полем рукава тангенциальная компонента скорости газа,  $\sigma = \sigma_0 + \bar{\sigma}$  — полная поверхностная плотность газа ( $\sigma_0$  и  $\bar{\sigma}$  — соответственно, невозмущенная и возмущенная плотности газа),  $x$  — эпициклическая частота [3]. При выводе системы (2) — (4) совершен переход от полярных галактоцентрических координат  $R, \psi$  к спиральным  $\eta, \xi$  [4, 5, 7, 13]:

$$\eta = \cos i \ln R/R_0 + (\psi - \Omega_p t) \sin i, \quad (5)$$

$$\xi = -\sin i \ln R/R_0 + (\psi - \Omega_p t) \cos i. \quad (6)$$

В соответствии с идеей ВКБ-метода [3] предполагается, что все величины в (2)—(4) быстро изменяются перпендикулярно к рукаву, т. е. с  $\eta$ , и медленно вдоль рукава, т. е. с  $\xi$ . Поэтому зависимостью величин, входящих в (2)—(4), от  $\xi$  пренебрегаем (см. цитированные работы). При дифференцировании в (3)  $\varphi$  производная берется лишь от  $\cos \lambda$ . Величина  $R$  понимается локально.

Компоненты скорости в спиральных координатах связаны с компонентами в полярных следующими соотношениями [4]:

$$u = u_0 + u_1 \cos i + v_1 \sin i, \quad (7)$$

$$v = -u_1 \sin i + v_1 \cos i, \quad (8)$$

где  $u_1, v_1$  — соответственно, радиальная и азимутальная возмущенные гравитационным полем рукава компоненты скорости газа.

К системе (2)—(4) необходимо добавить граничные условия. Вследствие периодичности потенциала рукава по  $\psi$ , с периодом  $\pi$ , а значит и по  $\eta$  с периодом  $\pi \sin i$ , все газодинамические величины в (2)—(4) должны иметь период  $\pi \sin i$ .

В [1, 2] и других работах, в которых для расчета контуров линии 21 см использовалось линейное приближение, система, аналогичная (2)—(4), линейризовалась по малым возмущениям. В этом случае нетрудно выписать аналитические решения.

В настоящей работе мы не станем линейризовывать систему (2)—(4), а будем решать нелинейные уравнения. Очевидно, такая задача не поддается аналитическому решению, и его надо искать численно. Для этого необходимо задать входящие в (2)—(4) параметры  $\Omega_p, R, \Omega(R), c(R), i(R), A(R)$ . Решив эту систему для каждого фиксированного  $R$ , нетрудно перейти к полярным координатам и скоростям в этих координатах, а затем к лучевой скорости, что позволяет известным образом рассчитать контуры линии 21 см (см., например, [1]).

Счет по времени продолжается до тех пор, пока не наступит стационарное (или квазистационарное) состояние. Вообще, можно было бы попытаться решить стационарные уравнения методом [4, 5], положив в (2)—(4)  $d/dt = 0$ . Однако для  $\Omega_p$ , близкого к  $\Omega_0$ , большая часть луча зрения падает в область неустойчивости (по-видимому, численной), обнаруженной в [5]. В то же время, как отмечено в [7], в нестационарной задаче эта неустойчивость не проявляется. Поэтому мы предпочли решать нестационарную систему уравнений (2)—(4). Численный метод изложен в Приложении.

Остановимся вкратце на том, как задавать  $A(R)$  и  $i(R)$ . В [6—9]  $A(R)$  определялось из условия  $F = 2A/\Omega^2 R^2 \sin i \approx 5 + 7\% = \text{const}$ . Отсюда  $A \approx (0.025 + 0.035) \Omega^2 R^2 \sin i$ .

Это совершенно произвольное допущение. Значение  $F \approx 5\%$  было найдено Юанем [14] при исследовании миграции поперек рукава звезд, расположенных вблизи  $R_0$  от центра Галактики. Поэтому правильно было бы сказать, что им найдено значение  $F$  при  $R = R_0$ , т. е.  $F_0$ , и нет никаких оснований считать, что такое же  $F$  будет и при всех  $R$ . На самом деле согласно [15]

$$A(R) = \text{const} (RR_0)^{-1/2}, \quad (9)$$

где  $R$ , задается уравнением (59b) работы [15] (вдали от линдбладовских резонансов ее можно аппроксимировать  $R \approx 3|\Omega_p - \Omega|/x$ ). Очевидно, зависимость  $A(R)$ , приведенная выше, не совпадает с (9).  $\text{Const}$  в (9) можно определить, задав, например,  $F_0$ .

В цитированных выше работах полагалось  $i \approx 6 + 12^\circ = \text{const}$ . Это также произвольное допущение:  $i$  должно находиться в результате решения некоторого дисперсионного уравнения [3] (см. ниже).

3. *Контуры линии 21 см.* Изложим результаты расчета контуров линии 21 см для двух моделей спиральной структуры Галактики: модель 1 — Лин и др. [3], модель 2 — Марочник и др. [10].

а) *Модель 1.* Примем  $\Omega_p = 13.5$  км/с·кпс,  $F_0 = 0.05$  [3]. Зависимость  $A(R)$  определяется согласно (9).  $c(R)$  и  $\Omega(R)$  возьмем из [1].  $i(R)$  задается следующим образом:  $\text{tg } i = 2/kR$ ,  $k$  — решение некоторого дисперсионного уравнения [3], причем выбирается, так называемая, «коротковолновая» мода, или мода  $k_\infty$  [10, 16]. Для нахождения решения дисперсионного уравнения в него необходимо подставить  $\Omega_p$ ,  $\Omega$  и поверхностную плотность звездного диска (диск считается маргинально устойчивым [3]). Согласно [3] вся Галактика вращается со шмидтовской скоростью. Звездная плотность есть суммарная плотность всех подсистем Галактики, спроектированная в плоскость (обозначим эту плотность через  $\sigma_L$  — она берется из [3]). Подставляя в дисперсионное уравнение  $\sigma_L$  и  $\Omega$  из [1], можно найти  $i(R)$ . Таким образом, все параметры для решения системы (2)—(4) определены.

б) *Модель 2.* Примем:  $\Omega_p = 23$  км/с·кпс,  $F_0 = 0.1$  [2],  $A(R)$ ,  $c(R)$  и  $\Omega(R)$  определяются аналогично 1-ой модели [2].  $i(R)$  находится в результате решения того же дисперсионного уравнения, что и в 1-ой модели, однако согласно [10] выбирается «длинноволновая» мода, или мода  $k_0$  [10, 16]. При этом вместо полной звездной плотности необходимо подставить плотность лишь «плоской» подсистемы — обозначим ее  $\sigma_M$ . Согласно [10, 16, 17—19] примем  $\sigma_M = 40 M_\odot/\text{пс}^2$ .

После задания всех параметров система (2)—(4) решалась численно на ЭВМ БЭСМ-6 для  $R$  в интервале от 4,8 до 10 кпс, с шагом 0,2 кпс. На рис. 1 приведены  $\sigma$  в зависимости от  $R$  и  $l$ . Скорость и плотность газа в промежуточных точках находились с помощью линейной интерполяции. Затем известным способом [1] рассчитывались контуры линии 21 см — зависимость яркостной температуры излучения  $T_V$  от  $V$  (невозмущенная плотность газа и спиновая температура брались из [1]). Границы  $R$  определяются следующими соображениями. Нижняя — исключить центральную область Галактики, а также окрестность внутреннего линдбладовского резонанса [3] (это накладывает ограничение на долготу:  $|l| \geq 30^\circ$ ).

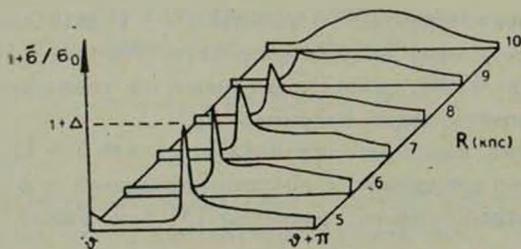


Рис. 1. Зависимость  $\sigma = 1 + \sigma/\sigma_0$  от  $R$  и  $l$  для модели 2.

Верхняя связана с окрестностью, так называемого, коротационного резонанса, где  $\Omega = \Omega_p$ . В этой области и за ней выражение для потенциала рукава, полученное в [3, 15], неприменимо (см. [20—22]). Для модели 2  $\Omega_p$  близко к  $\Omega_0$ , следовательно, уже при  $|l| \geq 60^\circ$  значительная часть луча зрения попадает в область, где волновая теория без учета эффектов, связанных с коротационным резонансом, неприменима. Поэтому верхняя граница  $R$  была выбрана равной 10 кпс. В модели 1 коротационный резонанс наступает при  $R \approx 15$  кпс, и можно было бы построить контуры линии 21 см для всех  $l$ . Однако, поскольку наша цель сравнить между собой согласие моделей 1 и 2 с наблюдениями, эти контуры для нее не строятся. При вычислении оптической толщины интегрирование оканчивается при  $R = 10$  кпс, что накладывает ограничения на  $V$ : расчет контуров  $T_V(V)$  справедлив для  $V \operatorname{sgn} l \geq 10 \div 20$  км/с.

На рис. 2 приведены контуры для модели 1.  $\chi_0 = 180^\circ$  [3] (зависимость от  $\chi_0$  слабая). На рис. 3 — для модели 2.  $\chi_0 = 180^\circ$  (в записи [2] это соответствует  $\chi_0 = 150^\circ$ ). Наблюдения для  $30^\circ \leq l \leq 60^\circ$  взяты из [1], для  $-60^\circ \leq l \leq -30^\circ$  из [23]. В настоящей работе мы не будем обсуждать деталей поведения  $T_V(V)$  при различных характерных долготах. В целом, как видно, согласие с наблюдениями модели 2 не хуже, а в ряде случаев, может быть, даже лучше, чем модели 1. Для иллюстрации того, насколько контуры чувствительны к изменениям  $\Omega_p$ , на рис. 4 при-

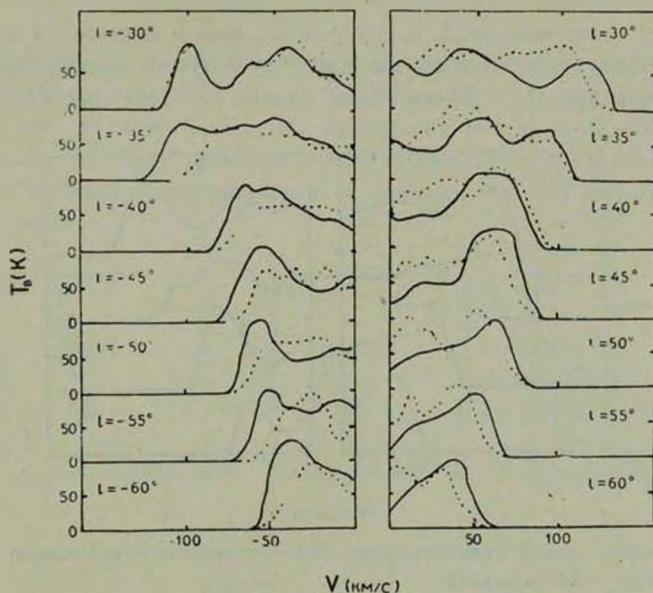


Рис. 2. Контуры линий радиоизлучения HI: пунктирная — наблюдения; сплошная — модель 1.

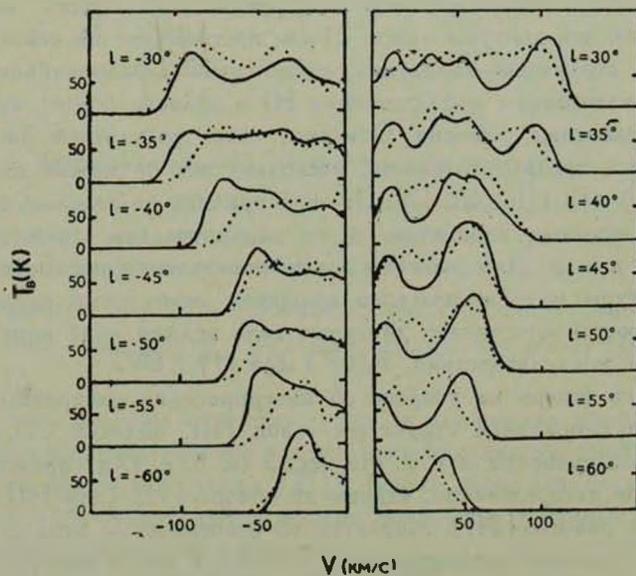


Рис. 3. Контуры линий радиоизлучения HI: пунктирная — наблюдения; сплошная — модель 2 ( $\Omega_p = 23$  км/с · кпс).

ведены  $T_B(V)$  для модели 2, в которой  $\Omega_p$  взято равным  $24 \text{ км/с} \cdot \text{кпс}$ . ( $l_0 = 210^\circ$ ). Контуры в этом случае при  $l > 0$  лучше согласуются с наблюдениями, чем при  $\Omega_p = 23 \text{ км/с} \cdot \text{кпс}$ , однако согласие при  $l < 0$  хуже.

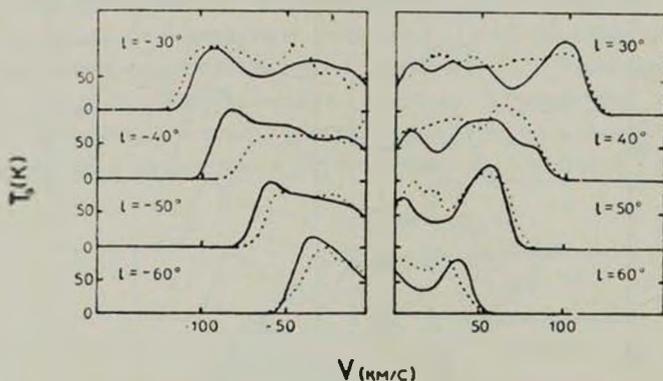


Рис. 4. Контуры линий радиоизлучения HI: пунктирная — наблюдения; сплошная — модель 2 ( $\Omega_p = 24 \text{ км/с} \cdot \text{кпс}$ ).

4. *Обсуждение результатов. Интерпретация распределения по  $R$  индикаторов спиральной структуры Галактики.* Учет нелинейности течения межзвездного газа в гравитационном поле рукава подтвердил основной вывод [2] о том, что контуры линии 21 см, построенные на основе модели спиральной структуры Галактики, предложенной Марочником и др. [10], можно согласовать с наблюдениями HI в области долгот, где справедливы нерезонансные решения. Отметим, что результаты настоящей работы являются предварительными, поскольку мы не можем пока рассчитать  $T_B(V)$  для  $|l| \geq 60^\circ$  [2]. По этой причине не делалась попытка найти точно искомые параметры и не варьировались такие величины, как  $\Omega_p$ ,  $F_0$  и т. д. Для окончательного определения параметров спиральной структуры и галактического вращения необходимо разработать метод, позволяющий рассчитать движение газа вблизи и за коротационным резонансом, и, следовательно,  $T_B(V)$  для  $|l| \geq 60^\circ$ .

Остановимся теперь на вопросе об интерпретации распределения по  $R$  индикаторов спиральной структуры — зон НII, облаков CO,  $\gamma$ -излучения, остатков сверхновых и т. д. На рис. 5 (а, б, в, г, д) представлены соответствующие распределения, взятые из обзора [11] (для НII наблюдения взяты из работы [24]). Характерной особенностью этих распределений является наличие максимума при  $R \approx 4 \div 6 \text{ кпс}$  и быстрое спадание с ростом  $R$  практически до нуля при  $R \approx 10 \div 12 \text{ кпс}$ .

В ряде работ (см., например, [11, 12] и цитированную там литературу) была высказана идея, что такое поведение распределений связано с изменением степени сжатия газа в галактической ударной волне, которая

является «триггерным» механизмом в процессе образования плотных облаков, молодых звезд и т. д., с  $R$ . Минимум в распределениях при  $R \leq 4 \div 5$  кпс, возможно, связан с дефицитом газа в этой области [11].

В целом эта идея представляется весьма привлекательной, однако в указанных работах применение ее к галактикам, на наш взгляд, сделало не совсем адекватно.

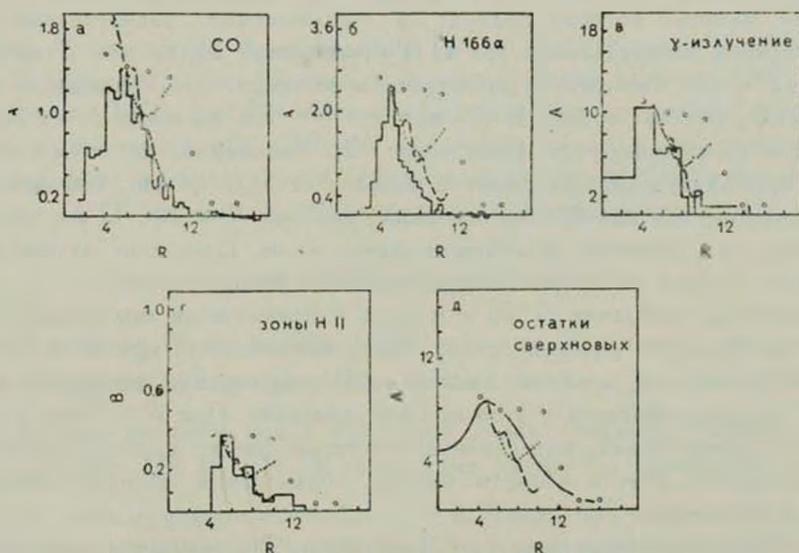


Рис. 5. Распределения по  $R$  соответствующих объектов ( $R$  в кпс,  $A$  — в произвольных единицах [11],  $B$  — в  $\text{кпс}^{-2}$ ) — сплошная; зависимости  $\Delta(R) = (\tau/\tau_0)_{\text{рсаж}}$ , характеризующие степень сжатия газа в ударной волне в различных моделях: пунктирная — модель 1, кружки — модель Савы [9], штриховая — модель 2.

1. В работах [25, 26] полагалось, что количество зон H II пропорционально  $(\Omega - \Omega_p)(\rho/\rho_0)_{\text{рсаж}}^2$  (в обозначениях этих работ  $(\rho/\rho_0)_{\text{рсаж}} = 1 + \Delta$ , см. рис. 1).

На самом деле, по-видимому, вряд ли количество молодых объектов будет прямо пропорционально частоте прохождения ударной волны через выделенный объем (см. также [27]). Кроме того, как показано в [24], темп звездообразования лучше аппроксимируется функцией от плотности газа в первой степени, а не в квадрате.

2. В более поздних работах [11, 12, 28] и др. в качестве параметра, характеризующего степень сжатия газа, использовалась величина  $w_{\perp 0}$  (в обозначениях этих работ  $w_{\perp 0} = u_0$ ).

В действительности скачок плотности в ударной волне определяется не только (и не столько)  $w_{\perp 0}$ , но и  $A$ ,  $i$  и  $s$ . Поэтому для описания изме-

нения с  $R$  степени сжатия газа нам представляется более правильным использовать не  $w_{\text{ш}}(R)$ , а, например, величину  $\Delta(R) = (\sigma/\sigma_0)_{\text{решк}}$ .

На рис. 5 на наблюдаемые распределения наложены зависимости  $\Delta(R)$  для различных моделей: моделей 1 и 2 раздела 3 и из работы [9] (поскольку величина  $\Delta$  характеризует лишь относительное количество молодых объектов на различных расстояниях от центра Галактики, и, кроме того, масштаб по осям ординат в наблюдаемых распределениях за исключением распределения зон Н II произволен, шкала для  $\Delta$  выбиралась так, чтобы максимум в наблюдаемом распределении совпадал со значением  $\Delta$  в этой же точке). В [9] принято  $F = 5\%$  по всему диску Галактики (по этому поводу см. выше раздел 2). Как видно, в этом случае  $\Delta(R)$  приблизительно постоянно в области от 5 до 14 кпс. Согласно же наблюдениям, как подчеркивалось выше, уже при  $R \approx 10 \div 12$  кпс количество молодых объектов практически равно нулю. Поведение величины  $\Delta$  в модели 1 также не объясняет наблюдаемого распределения.

Наконец, поведение  $\Delta(R)$  в модели 2 практически полностью отражает наблюдаемые распределения. Как оказывается, при  $R \approx 10$  кпс ударной волны нет, и сжатие газа мало. Соответственно, процесс образования молодых объектов в этой области замедлен. При  $R \lesssim 9$  кпс развивается ударная волна, интенсивность которой растет с уменьшением  $R$ . Следовательно, в этой области процесс образования молодых объектов идет эффективно.

В заключение можно сказать следующее. Исследования кинематики звезд [19, 25], радиоизлучения Н I, распределения СО, Н II,  $\gamma$ -излучения, остатков сверхновых по  $R$  в рамках волновой теории спиральной структуры галактик приводят к выводу, что модель Марочника и др. [10], по-видимому, удастся согласовать с наблюдениями.

Авторы выражают благодарность А. А. Сучкову и Ю. А. Щекинову за ценные обсуждения работы.

#### Приложение

Изложим вкратце численный метод решения системы (2)—(4). Преобразуем ее к такому виду, чтобы можно было воспользоваться схемой Самарского—Попова [30]. Для этого сделаем замену  $x = R\eta$  и перейдем к лагранжевым массовым переменным [30]:

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \frac{1}{\sigma}, \quad (\text{П.1})$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = u. \quad (\text{П.2})$$

Смысл  $s$  — масса газа кольца единичной ширины и радиуса  $R$ . В дальнейшем вместо уравнения непрерывности (2) используем (П. 1).

В этих переменных уравнения (3), (4) запишутся так:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\Omega v = - \frac{\partial}{\partial s} (c^2 \sigma + w) + f, \quad (\text{П.3})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{x^2}{2\Omega} (u - u_0) = 0, \quad (\text{П.4})$$

здесь  $f$  — плотность внешней силы (в нашем случае это напряженность гравитационного поля рукава),  $w$  — искусственная вязкость [30]. В соответствии с ВКБ-приближением  $w$ , очевидно, вводится именно в уравнение для  $u$ . Расчеты с квадратичной вязкостью показали, что численные решения после фронта ударной волны являются осциллирующими по  $x$  (см. также [31]), поэтому мы пользовались линейной вязкостью:

$$w = 0.5 \zeta \sigma \left( \left| \frac{\partial u}{\partial s} \right| - \frac{\partial u}{\partial s} \right), \quad (\text{П.5})$$

где  $\zeta$  — коэффициент искусственной вязкости. О выборе  $\zeta$  см. ниже.

Нетрудно убедиться, что замена  $s \rightarrow s/\sigma_0$ ,  $\sigma \rightarrow \sigma/\sigma_0$  не изменяет уравнений, поэтому под  $\sigma$  мы будем далее понимать величину  $1 + \sigma/\sigma_0$ .

Систему (П. 1)—(П. 5) необходимо дополнить граничными условиями. В невозмущенном состоянии  $\tilde{\sigma} = 0$ . Тогда при изменении  $\eta$  от 0 до  $\pi \sin i$   $s$  изменяется от 0 до  $\pi R \sin i$ . В силу сохранения массы в возмущенном состоянии пределы изменения  $s$  останутся теми же. Граничные условия формулируются так: все газодинамические величины должны иметь по  $s$  период  $\pi R \sin i$ .

Получающиеся разностные уравнения (мы использовали неявную схему Самарского—Попова [30]) после линеаризации можно привести к трехточечному алгебраическому уравнению, которое, как оказывается, очень похоже на приведенные в [30]. Оно решалось методом циклической прогонки [32]. Коэффициент вязкости выбирается следующим образом:  $\zeta = n h \Delta u / 4$  [30, 31], где  $h = \pi R \sin i / N$  — шаг сетки,  $N \approx 120$ ,  $n$  — количество шагов, на которое размазывается фронт ударной волны ( $n \approx 3 + 4$ ),  $\Delta u$  — предполагаемый скачок нормальной компоненты скорости ( $\Delta u \approx 20 + 30$  км/с). Внешняя сила включалась адиабатически:  $f = [\exp(-\alpha t) - 1] \cdot \partial \tilde{\varphi} / \partial x$ ,  $\alpha \approx 0.2\Omega$ . Расчет по времени велся до наступления квазистационарного состояния, т. е. порядка 4 + 5 оборотов Галактики.

DETERMINATION OF THE GALAXY SPIRAL STRUCTURE  
PARAMETERS FROM HI AT 21 cm. II. NONLINEAR  
THEORY.  $30^\circ \leq |l| \leq 60^\circ$

V. G. BERMAN, Yu. N. MISHUROV

Gas flow and its distribution in spiral arm gravitational potential is calculated by means of the nonlinear theory. Contours of H I emission in 21 cm based on the Galaxy spiral structure models proposed by Lin et. al. [3] and Marochnik et. al. [10] are constructed for the region  $30^\circ \leq |l| \leq 60^\circ$ . It is shown that the conclusion about the possibility of agreement model [10] with observations made by means of the linear theory [2] is confirmed in the nonlinear theory. In model [10] distributions with R H II regions, CO-clouds,  $\gamma$ -radiation, supernova remnants and so on may also be understood connecting them with variation of gas compression in galactic shock with R.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. B. Berton, *Astron. Astrophys.*, 10, 76, 1971.
2. В. Г. Берман, Ю. Н. Мишулов, *Астрофизика*, 14, 637, 1978.
3. C. C. Lin, C. Yuan, F. H. Shu, *Ap. J.*, 155, 721, 1969.
4. W. W. Roberts, *Ap. J.*, 158, 123, 1969.
5. F. H. Shu, V. Milione, W. W. Roberts, *Ap. J.*, 183, 819, 1973.
6. W. W. Roberts, *Ap. J.*, 173, 259, 1972.
7. A. H. Nelson, T. Matsuda, *M. N.*, 179, 663, 1977.
8. S. C. Simonson, *Astron. Astrophys.*, 46, 266, 1976.
9. T. Sawa, *Astrophys. Space Sci.*, 53, 467, 1978.
10. L. S. Marochnik, Yu. N. Mishurov, A. A. Suchkov, *Astrophys. Space Sci.*, 19, 285, 1972.
11. W. B. Berton, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 14, 275, 1976.
12. W. W. Roberts, W. B. Berton, 16 Gen. Assem. IAU, 1976, ed. H. van Woerden, 1977, p. 195.
13. P. R. Woodward, *Ap. J.*, 195, 61, 1975.
14. C. Yuan, *Ap. J.*, 158, 889, 1969.
15. F. H. Shu, *Ap. J.*, 160, 99, 1970.
16. Л. С. Марочник, А. А. Сучков, *УФН*, 112, 275, 1974.
17. А. А. Сучков, *Астрон. цирк.*, № 972, 1977.
18. А. А. Сучков, *Астрон. ж.*, 55, 972, 1978.
19. Е. Д. Павловская, А. А. Сучков, *Письма АЖ*, 4, 450, 1978.
20. J. W.-K. Mark, *Ap. J.*, 203, 81, 1976.
21. J. W.-K. Mark, *Ap. J.*, 203, 363, 1976.
22. Ю. Н. Мишулов, *Астрофизика*, 1979 (в печати).
23. D. L. Ball, E. J. Grayzeck, R. H. Harten, P. D. Jackson, F. J. Kerr, *Astron. Astrophys.*, Suppl. ser., 25, 449, 1976.
24. P. G. Mezger, *Proc. IAU Symp. No. 38*, 1970, p. 107.
25. P. O. Lindblad, *IAU Symp. No. 58*, 1974, p. 399.

26. *F. H. Shu*, Lectures delivered at the Advanced Study Institute on the Interstellar Medium, Schliesee, preprint, 1973.
27. *С. Б. Пикельнер, С. А. Каплан, А. В. Засов*, в кн. «Происхождение и эволюция галактик и звезд», Наука, М., 1976, стр. 235.
28. *W. W. Roberts, M. S. Roberts, F. H. Shu*, Ap. J., 196, 381, 1975.
29. *Ю. Н. Мишуров, Е. Д. Павловская, А. А. Сучков*, Астрон. ж., 56, 268, 1979.
30. *А. А. Самарский, Ю. П. Попов*, Разностные схемы газовой динамики, Наука, М., 1976.
31. *Б. Л. Рождественский, Н. Н. Яненко*, Системы квазилинейных уравнений, Наука, М., 1978.
32. *А. А. Самарский*, Введение в теорию разностных схем, Наука, М., 1971.