Э. А. КАЗАРЯН, А. К. ПОГОСЯН, И. А. ПОГОСЯН

АНАЛИЗ ОДНОГО КЛАССА ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯМИ И ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ.

Рассматривается система, в которую поступает случайный поток вызовов, интенсивность которого зависит от общего состояния системы. Время поступления первого вызова в свободную от вызовов систему имеет эрланговское распределение с параметрами $(\lambda_1, \lambda_2, \dots \lambda_k)$.

Обслуживание поступившего вызова в свободную систему начинается мгновенно на первом приборе (впереди у которого N мест для ожидания). Если в момент поступления вызова у первого прибора есть хотя бы одно свободное место, то вызов становится в очередь, в противном случае этот вызов теряется. После окончания обслуживания на первом приборе в течение случайного времени имеющего эрланговскую функцию распределения с параметрами $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$, вызов с вероятностью P_1 уходит из системы и с вероятностью $q_1=1-P_1$ его обслуживание считается не до конца завершенным, он поступает на второй прибор (впереди у которого M место для ожидания). Если прибор свободен, то мгновенно начинает обслуживание. Если он занят, то вызов становится в очередь. Если нет мест для ожидания, то этот вызов также считается потерянным.

Второй прибор подключается к работе не только в момент поступления первого вызова из первого прибора, а еще в двух случаях:

1) в момент окончания обслуживания на втором приборе, если в очереди у второго прибора нет вызовов, а у первого i вызовов $i>N_1$ $(N_1<N)$;

2) в момент, когда в первую очередь поступает N_1+1-ый вызов, а второй прибор в этот момент свободен. В обоих случаях на второй прибор поступает вызов, стоящий первым в очереди.

После окончания обслуживания вызова на втором приборе (время обслуживания не зависит, откуда поступил этот вызов) и имеет эрланговское распределение с параметрами $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m)$ вызов с вероятностью P_2 покидает систему, а с вероятностью $q_2=1-P_2$ его обслуживание считается не до конца завершенным, он возвращается в конец очереди перед вторым прибором.

Для того, чтобы вызов поступил в систему, должны протекать l фаз. Причем интенсивности фаз зависят от состояния системы. Скажем, что система находится в состоянии E_{ijxyz} если у первого прибора i вызовов, у второго—j вызовов (считаются, и те, которые на приборах), поступление находится на фазе X, обслуживание на фазах y и z соответственно для первого и второго приборов. Причем $y=0$ $(z=0)$ означает, что на первом приборе (втором) нет вызова. Если система находится в состоянии E_{ijxyz}, то интенсивность поступления фазы X постоянна и равна λ_{ijxyz}.

Для рассматриваемой системы в работе находится время пребывания вызова в системе, период занятости, число обслуженных и потерянных вызовов за период занятости, стационарные вероятности состояний системы. Заметим, что все вычисления описанных характеристик доведены до рабочих программ на ЭВМ ЕС—1033.

На основе полученных результатов, при исследовании аналогичной системы, в которой вместо эрланговских распределений произвольные функции, с помощью апроксимации произвольных функций распределений эрланговскими, можно получить приближенные значения всех вышеперечисленных характеристик.

Легко видеть, что процесс функционирования рассматриваемой системы есть скачкообразный процесс. На основе работ [1, 2] заключаем, что функционирование исследуемой системы можно описать с помощью вложенного полумарковского процесса с конечным числом состояний. Причём в качестве состояний можно взять E_{ijxyz}.

Введем следующие обозначения:

$P_{ijxyz}(i'j'x'y'z')$ — стационарная вероятность того, что система перейдет в состояние $E_{i'j'x'y'z'}$ за один шаг, если она находится в состоянии E_{ijxyz};

$\xi_{ijxyz}(i'j'x'y'z')$ — время пребывания в состоянии E_{ijxyz} до перехода в состоянии $E_{i'j'x'y'z'}$ за один шаг;

$$E=\{(ijxyz): i=\overline{0N},\quad j=0\overline{M},\quad x=\overline{1,e}\quad y=\overline{0,n},\ z=\overline{0,m},\}$$

$$E_0=\{(ijxyz):\quad i=j=y=z=0,\quad x=\overline{1,e}\},\quad E_1=E-E_0,$$

ξ_{ijxyz} — время пребывания во множестве состоянии E_1 с момента попадания в состояние E_{ijxyz}, до первого момента попадания в свободное состояние E_0.

Вычисление значений переходных вероятностей $p_{ijxyz}(i',j',x',y',z')$ и математических ожиданий величин $\xi_{ijxyz}(i'j'x'y'z')$ для всевозможных переходов не представляет особой трудности.

Для случайных величин ξ_{ijxyz} $((ijxyz)\in E_1)$ справедливо следующее стохастическое уравнение [1].

$$\xi_{ijxyz}=\sum_{E_0} I_{ijxyz}(i'j'x'y'z')\,\xi_{ijxyz}(i'j'x'y'z')+\sum_{E_1} I_{ijxyz}(i'j'x'y'z')\left[\xi_{ijxyz}(i'j'x'y'z')+\xi_{i'j'x'y'z'}\right], \quad (1)$$

где $I_{ijxyz}(i'j'x'y'z')$ — индикатор перехода системы в состояние $E_{i'j'x'y'z'}$ за один шаг если она находится в состоянии E_{ijxyz}.

На основе (1) в силу [2] стр. 137 можно найти

$$\gamma_{ijxyz}=\sum_{E_0} P_{ijxyz}(i'j'x'y'z')\,\eta_{ijxyz}(i'j'x'y'z')+\sum_{E_1} P_{ijxyz}(i'j'x'y'z')\left[\eta_{ijxyz}(i'j'x'y'z')+\gamma_{i'j'x'y'z'}\right] \quad (2)$$

где $$\eta_{ijxyz}(i'j'x'y'z')=M\xi_{ijxyz}(i'j'x'y'z'),$$
$$\gamma_{ijxyz}=M\xi_{ijxyz},$$

а также аналогичное уравнению (1) линейное уравнение для распределений случайных величин ξ_{ijxyz}. Для краткости изложения делать это не будем. Заметим только, что случайная величина ξ_{10110} имеет то же самое распределение, что и период занятости рассматриваемой системы, следовательно γ_{10110}, являющейся решением (2), есть среднее периода занятости.

Пусть K_{ijxyz}—число потерянных вызовов с момента попадания системы в состояние E_{ijxyz} до конца периода занятости, $R_{ijxyz}=MK_{ijxyz}$, тогда с помощью аналогичных рассуждений применяемых при выводе (1) и (2), можно составить стохастическое и алгебраические линейные уравнения для нахождения величин K_{ijxyz} и R_{ijxyz}, при этом нам понадобятся величины K_{ijxyz} $(i'j'x'y'z')$, которые непосредственно получаются на основе определений системы, здесь K_{ijxyz} $(i'j'x'y'z')$—число потерянных вызовов при переходе в состояние $E_{i'j'x'y'z'}$ за один шаг, если система находится в E_{ijxyz}.

Примем во внимание только то, что величины K_{ijxyz} $(i'j'x'y'z')$ отличны от нуля только в двух случаях:

1) в момент поступления вызова, когда у первого прибора заняты все места для ожидания;

2) в момент окончания обслуживания вызова на первом приборе при условии, что вызов поступает на второй прибор и заняты все M места для ожидания у второго прибора.

Введем обозначения:

$T^{1\alpha}_{ijxyz}$—среднее время пребывания конкретного вызова в системе с момента попадания системы в состояние $E_{i+\alpha\ jxyz}$, если этот вызов; i-ый в очереди перед первым прибором за ним в очереди еще α вызовов;

$T^{2\alpha}_{ijxyz}$— среднее время пребывания конкретного вызова в системе с момента попадания системы в состояние $E_{i,\ \alpha+jxyz}$, если в момент попадания системы в данное состояние этот вызов j-ый в очереди у второго прибора, за ним в очереди еще α вызовов;

$P_{ijxyz}(t)$—вероятность того, что система в момент времени t находится в состоянии E_{ijxyz}, если в момент $t=0$ она находится в состоянии E_{00100},

$$p_{ijxyz}=\lim_{t\to\infty} p_{ijxyz}(+).$$

На основе формулы полных вероятностей и математического ожидания нетрудно для введенных величин $T^{1\alpha}_{ijxyz}$, $T^{2\alpha}_{ijxyz}$, p_{ijxyz} составлять линейные уравнения [3], после решения которых T-среднее время пребывания виртуального вызова в системе примет вид

$$T=\sum_{E:l\neq N} p_{ijnyz}\, p_{ijnyz}\,(i+1,\ j1yz)\ T^{10}_{i+1jlyz}.$$

Ясно, что число потерянных вызовов за период занятости одинаково распределен со случайной величиной K_{10110} и имеет среднее значение R_{10110}.

ЛИТЕРАТУРА

1 *Королюк В. С., Турбин А. Ф.* Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем. Киев, Наукова думка, 1982, с. 235.

2 *Сильвестров Д. С.* Полумарковские процессы с дискретным множеством состояний. М., Советское радио, 1980, с. 271.

3 *Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н.* Введение в теорию массового обслуживания—М., Наука, 1966, с. 524.

Է. Ա. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա. Կ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ, Ի. Ա. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

ՀԵՏԱԴԱՐՁ ԿԱՊՈՎ ԵՎ ՓՈԽԱՐԿՈՒՄՆԵՐՈՎ ԴԻՆԱՄԻԿ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄԵԿ ԴԱՍԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Աշխատանքում դիտարկվում է սահմանափակ քանակությամբ սպասելու տեղերով և վիճակին համապատասխան երկրորդ դինամիկ միացումներով համակարգ։

Գտնված են համակարգի աշխատանքային հիմնական բնութագրիչները՝ զբաղվածության պարբերությունը, զբաղվածության պարբերության ընթացքում կորած և սպասարկված պահանջների քանակը, պահանջի համակարգում գտնվելու ժամանակը, համակարգի վիճակների ստացիոնար հավանականությունները։

Բոլոր հաշվումները հասցված են գործող ծրագրերի մակարդակի էլեկտրոնային հաշվողական ЕС—1033 *մեքենայի վրա։*