Х. В. КЕРОПЯН, Г. В. КЕРОПЯН, Б. В. БАБАЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕНИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ В ГРАФИЧЕСКИХ ДИАЛОГОВЫХ СИСТЕМАХ (ГДС)

При построении ГДС реального времени наряду с введенными в [1] критериями для оценки эффективности диалоговых систем используются также вероятность выполнения задания, среднее время выполнения задания и его дисперсия. Особенностью выделенных характеристик является учет как параметров программно-технического обеспечения системы, так и структура и особенности организации диалога в ГДС, производительность, надежность, восстанавливаемость ее отдельных подсистем. Поэтому вероятность или среднее время выполнения задания могут быть использованы в качестве интегрального критерия для оценки качества ГДС реального времени.

В настоящее время вопросы исследования вероятности выполнения задания в ГДС разработаны недостаточно глубоко. Это обусловлено, в первую очередь, необходимостью учета различных параметрических и временных ограничений, сбоев и отказов программно-технического обеспечения, ошибок, допускаемых пользователем при взаимодействии, динамического изменения нагрузок в системе, различного типа резервирования (структурное, функциональное, временное и т. д.).

Вопросы исследования вероятности выполнения задания для систем различного класса рассмотрены в работах [2—8].

Отметим имеющееся многообразие методов определения вероятности выполнения задания. Так, в работах [6,8] используется метод введения дополнительного события, в [3,6,7]—методы теории полумарковских процессов, в [2,4,10]—дифференциальный метод, и, наконец, в [5,10]—методы теории марковских цепей с полумарковским вмешательством случая. Такое многообразие методов обусловлено, во-первых, сложностью объекта исследования, а во-вторых, в возможности различной интерпретации временных ограничений (временного резерва) в исследуемых системах.

При исследовании выделенных характеристик ГДС в данной работе существенно используются предложенные в [1] полумарковские (ПМ) модели ГДС, при этом вероятность выполнения задания определяется как некоторый аддитивный функционал на преобразованной ПМ модели диалога системы.

В данной работе предлагается метод определения вероятности выполнения задания и ее моментов при различных предположениях о стратегии организации восстановления в системе и функциях распределения рассматриваемых случайных величин.

Основные ограничения и предположения. В данной работе исследуется ГДС, предназначенная для выполнения некоторого задания объема a. Рассматривается случай фиксированного объема a. В процессе выполнения задания в системе могут возникать различного типа сбои и отказы, которые приводят к увеличению времени выполнения задания. Исследуются две схемы возникновения отказов и сбоев. В первом случае предполагается, что потоки отказов и сбоев—взаимно независимые случайные величины с произвольными функциями распределениями с конечными средними. Тогда рассматриваются неперекрывающиеся отказы и сбои. Во втором случае предполагается, что функции распределения отказов и сбоев экспоненциальные. Тогда рассматриваются и перекрывающиеся отказы и сбои, т. е. допускается, что во время восстановления сбоев могут возникать отказы. В системе отказы и сбои не накапливаются.

Контроль работоспособности в системе непрерывный и полный, позволяющий обнаружить отказы и сбои в момент их возникновения. При этом ремонт полностью восстанавливает исходные характеристики и свойства системы.

Предполагается, что функции распределения (ФР) времен восстановления отказов и сбоев произвольные с конечными средними.

В дальнейшем при исследовании системы предполагается, что в качестве исходной информации заданы граф диалога системы $G(H,I,P)$, полумарковский процесс (ПМП) $Y(t)$, описывающий взаимодействие пользователя с системой, характеристики надежности и стратегии восстановления программно-технических подсистем, входящих в состав ГДС.

Описание функционирования системы и постановка задачи исследования. Функционирование ГДС начинается из i_0-го состояния обдумывания $i_0 \in H$. Состояние задается с помощью вектора начального распределения P^0. В начальный момент все программно-технические подсистемы ГДС исправны. В состоянии i_0 система пребывает случайное время ξ_{i_0} и после этого, если в системе не возникли отказы или сбои, то согласно графу диалога $G(H,I,P)$ система переходит в j-ое состояние обдумывания.

Если в состоянии i_0 наступили сбои, то система переходит к их восстановлению, после чего работа системы продолжается с того состояния, в котором возник сбой. Наступление сбоя в системе приводит к частичному (локальному) обесцениванию (искажению) выполненного к этому моменту времени задания. После восстановления сбоя система продолжает выполнение задания с имеющегося в момент его наступления уровня. Если в состоянии i_0 в системе наступают отказы, то система немедленно приступает к их восстановлению, после чего она продолжает работу из состояния i_0.. Возникновение отказа в системе приводит к полному обесцениванию задания, выполненному к моменту его возникновения, а после восстановления отказа выполнение задания система начинает сначала. В j-ом состоянии обслуживания система пребывает случайное время ξ_j, после чего, если в этом состоянии системы отказы или сбои не наступили, то она переходит, согласно графу диалога $G(H,I,P)$ в состояние обдумывания i. Если в j-ом состоянии наступили сбои, то система переходит к их восстановлению, после чего она продолжает работу с j-го состояния, а при наступлении отказов, после их восстановления, система работу продолжает с начального состояния i_0. В этих условиях требуется определить для рассматриваемой ГДС вероятность выполнения задания, среднее и дисперсия времени выполнения задания.

Математическая модель процесса формирования системы. Для исследования вероятности выполнения задания среднего и дисперсии времени выполнение задания в ГДС поставим в соответствие процессу функционирования системы некоторый случайный процесс $\varphi(t)$. Одна из возможных реализаций $\varphi(t)$ показана на рис. 1*a*. $\varphi(t)$ и строится следующим образом. В начальный момент $\varphi(t)|_{t=t_0}=0$. В состоянии i_0 $\varphi(t)$ линейно возрастает с угловым коэффициентом (C_{i_0}/C_{i_0} — темп выполнения задания в этом состоянии). Если в состоянии i_0 воз никает сбой, то во время его восстановления $\varphi(t)$ постоянна, а после восстановления продолжает линейно возрастать с коэффициентом C_{i_0} с уровня, который он имел в момент возникновения сбоя. Если возникает отказ в i_0-м состоянии, то $\varphi(t)$ скачком изменяется до нуля и остается на этом уровне до окончания восстановления отказа, после чего начинает линейно возрастать с коэффициентом C_{i_0}. Если отказы или сбои в состоянии i_c не возникли, то $\varphi(t)$ после перехода в состояние j продолжает возрастать с коэффициентом c_j · $\varphi(t)$ обрывается в момент t_{B_3} выполнения задания, когда $\varphi(t)$ достигает уровня a.

Из приведенного описания видно, что $\varphi(t)$ не является марковским процессом. Его можно преобразовать в марковский процесс с помощью введения дополнительных координат (переменных), т. е включаем рассматриваемый случайный процесс $\varphi(t)$ в более сложный марковский процесс.

Введем случайные процессы:

$X(t)$—полумарковский процесс, описывающий функционирование системы. Ввиду того, что $X(t)$ строится на основе ПМП $Y(t)$ диалога с помощью некоторых преобразований, назовем его преобразовательным ПМП ГДС.

$$\eta(t)=t-\sup\{t_n,\ \ n\geqslant 0;\ \ t_n\leqslant t\}$$

$\eta(t)$—время, прошедшее от последнего изменения состояния преобразованного ПМП $X(t)$; t_n—момент n-го перехода преобразованного ПМП $X(t)$. Тогда трехмерный случайный процесс $\alpha(t)=<\varphi(t),\ \eta(t),\ X(t)>$ является однородным марковским процессом. Одна из возможных реализаций $\alpha(t)$ приведена на рис. 1.

Описание преобразованного ПМП $X(t)$. Для определения характеристик $X(t)$ воспользуемся приведенным в работе [1] описанием ПМ модели /диалога/ взаимодействия $Y(t)$. Пусть $Y(t)$ задан с помощью двойки $<P_0,\ P^*(t)>$, где P^0—начальное распределение; $P^*(t)$—ПМ матрица системы:

$$P^*(t)=\{P^*_{ij}(t);\ \ i,\ j\in E_0\}$$

где E_0—фазовое пространство $Y(t)$; $P_{ij}(t)$ – переходные вероятности $Y(t)$.

Введем обозначения: E^*— фазовое пространство $X(t)$;
Выделим E^* следующие подмножества: E_0—подмножество нормального функционирования, оно совпадает фазовым пространством первоначального ПМП диалога $Y(t)$; E_1—подмножество состояния восстановления последствия сбоев; E_2—подмножество состояния восстановления последствия отказов; $F_i^j(t)$—ФР отказов j-го типа в i-ом состоянии системы $Y(t)$; $E_i^j(t)$—ФР сбоев j-ого типа в i-ом состоянии системы $Y(t)$; $A_i^j(t)$—ФР времени восстановления отказов j го типа, возникшего в i-ом состоянии;

$B^j(t)$—ФР времени восстановления сбоев j-го типа, $K_i(n_i)$—соответственно количество типов отказов и сбоев в i-ом состоянии; системы.

Согласно [10] для задания $X(t)$ достаточно определить его начальное распределение g^0 и ПМ матрицу переходных вероятностей

$$Q(t)=\{Q_{ij}(t);\quad i,\ j\in E^*\}=p(t)$$

где E^*—фазовое пространство $X(t)$, $E^*=E_0\cup E_1\cup E_2$.

Согласно описанию функционирования системы g^0 совпадает с p^0, поэтому перейдем к определению элементов ПМ матрицы $Q(t)$.

В случае неперекрывающихся отказов и сбоев переходные вероятности $X(t)$ определяются

$$Q_{ij}(t)=\int_0^t D^0_{ij}(x)\,\overline{p}^*_i(x)\,dF^j_i(x)\qquad i\in E_0,\ j\in E_2$$

$$Q_{ij}(t)=\int_0^t D^1_{ij}(x)\,\overline{p}^*_i(x)\,dE^j_i(x)\qquad j\in E_1$$

$$Q_{ij}(t)=\int_0^t D_i(x)\,dp^*_{ij}(x)\qquad i,\ j\in E_0$$

$$Q_{ij}(t)=B^i(t)\ r_{ij}\qquad i\in E_1\cup E_2;\ j\in E_0$$

где $D^0_{ij}(t)=\prod\limits_{f}^{k_i}\ \prod\limits_{l\neq f}^{n_i}\ \overline{F}^l_i(t)\ \overline{E}^f_i(t)$

$$D'_{ij}(t)=\prod_{f\neq j}^{k_i}\ \prod_{l}^{n_i}\ \overline{F}^l_i(t)\ \overline{E}^f_i(t)$$

$$D_i(t)=\prod_{f}^{k_i}\ \prod_{l}^{n_i}\ \overline{F}^l_i(t)\ \overline{E}^f_i(t)$$

$$\overline{F}(t)=1-F(t);\qquad p^*_i(t)=\sum_j p^*_{ij}\cdot(t)$$

Вероятности переходов r_{ij} определяются согласно принятой стратегии восстановления. С помощью $Q_{ij}(t)$ могут быть определены вероятности переходов вложенной цепи Маркова

$$g_{ij}=Q_{ij}(t)\,/\,t\to\infty$$

ФР времени пребывания $X(t)$ в состояниях определяются по формуле

$$Q_i(t)=\sum_j Q_{ij}(t)\equiv p_i(t)$$

Во втором случае обозначим через ν^j_i, μ^j_i) соответственно интенсивность отказов /сбоев/ j-го типа в i-ом состоянии.

В случае, когда рассматриваются перекрывающиеся сбои и отказы, т. е. когда во время восстановления сбоев могут возникать отказы, переходные вероятности $X(t)$ определяются следующим образом:

$$Q_{ij}(t)=\frac{\nu^j_i}{\beta_i}\int_0^t e^{-\beta_i x}\,\overline{p}^*_i(x)\,dx\qquad i\in E_0;\ j\in E_2$$

$$Q_{ij}(t)=\frac{\mu^j_i}{\beta_i}\int_0^t e^{-\beta_i x}\,\overline{p}^*_i(x)\,dx\qquad j\in E_1$$

$$Q_{ij}(t)=\frac{\nu_i^j}{\beta_i^0}\int_0^t e^{\beta_i^0 x}\, d\, B_i^j(x) \qquad i\in E_1,\ j\in E_2$$

$$Q_{ij}(t)=\int_0^t e^{-\beta_i' x} d\, p_{ij}^{\cdot}(x) \qquad i,j\in E_0$$

$$Q_{ij}(t)=\int_0^t e^{-\beta_i^0 x}\, dB^i(x) r_{ij} \qquad i\in E_2,\ j\in E_0$$

$$Q_{ij}(t)=B^i(t)\ r_{ij} \qquad i\in E_1,\ j\in E_0$$

$$\beta_i=\sum_i \nu_i^j+\sum_j \mu_i^j=\beta_i^0+\beta_i'$$

Описание случайного процесса $\alpha(t)$. Пусть задан с. п. $\alpha(t)= =<\varphi(t), \eta(t), X(t)>$, все компоненты которого неотрицательны, а третья — целочисленная, определенная на $[o,a]\times[o,a]\times E^*$, где $E^*=\{0, 1, 2, \ldots\}$

Для $\alpha(t)$ вероятности переходов состояния x, y, i за малый $(t, t+\Delta)$ промежуток времени определяются $(x\geqslant y)$

$$P\left\{(b(x),y,i)\xrightarrow{\Delta}(b(x+c_i\Delta)y,i)\right\}=\frac{\overline{F}_i(y+\Delta)}{\overline{F}_i(y)}0\ (\Delta) \tag{1}$$

$$P\left\{(b(x),y,i)\xrightarrow{\Delta}(b(x+c_i\Delta),o,j)\right\}=\frac{p_{ij}(y+\Delta)-p_{ij}(y)}{\overline{F}_i(y)}+0(\Delta)i,\quad j\in E_0 \tag{2}$$

$$P\left\{(b(x),y,i)\xrightarrow{\Delta}(b(x+0(\Delta)),oj)\right\}=\frac{p_{ij}(y+\Delta)-p_{ij}(y)}{\overline{F}_i(y)}+0(\Delta)\quad j\in E_1 \tag{3}$$

$$P\left\{(b(x),y,i)\xrightarrow{\Delta}(b(o+0(\Delta)),o,j)\right\}=\frac{p_{ij}(y+\Delta)-p_{ij}(y)}{\overline{F}_i(y)}+0(\Delta)\quad j\in E_2 \tag{4}$$

$$P\left\{(b(x),y,i)\xrightarrow{\Delta}(b(x),\ y+\Delta,i)\right\}\frac{\overline{F}_i(y+\Delta)}{\overline{F}_i(y)}+0(\Delta)\quad i\in E_1 \tag{5}$$

$$P\left\{(b(x),y,i)\xrightarrow{\Delta}(b(o),o,j)\right\}=\frac{p_{ij}(y+\Delta)-p_{ij}(y)}{\overline{F}_i(y)}+0(\Delta)\quad j\in E_1\cup E_0 \tag{6}$$

$$P\left\{(b(x),y,i)\xrightarrow{\Delta}(b(x),o,j)\right\}=\frac{p_{ij}(y+\Delta)-p_{ij}(y)}{\overline{F}_i(y)}+0(\Delta)\quad i\in E_1,\ j\in E_2 \tag{7}$$

$$P\left\{(b(o),y,i)\xrightarrow{\Delta}(b(o),y+\Delta,i)\right\}\frac{\overline{F}_i(y+\Delta)}{\overline{F}_i(y)}0(\Delta)\quad i\in E_2 \tag{8}$$

$$P\left\{(b(o),y,i)\xrightarrow{\Delta}(b(o),o,j)\right\}=\frac{p_{ij}(y+\Delta)-p_{ij}(y)}{\overline{F}_i(y)}+0(\Delta)\quad j\in E_0\cup E_2 \tag{9}$$

$$\lim_{\Delta\to 0}\ 0(\Delta)=\lim\frac{0(\Delta)}{\Delta}=0$$

где $b(x)$ — строго монотонная непрерывная функция, в дальнейшем будем предполагать, что $b(o)=0$.

Перейдем к определению распределения времени γ_a первого достижения процессом $\alpha(t)$ уровня $b(a)\geqslant 0$. Если $a\geqslant 0$ случайная величина с ФР $R(t)=p(a\leqslant t)$, то при условии независимости $\alpha(t)$ и a имеем

$$Q_a(z)=p\{\gamma_a\leqslant z\}=\int_0^\infty Q_y(z)\,dR(y)$$

Поэтому будем рассматривать только случай, когда a постоянная — $a=const$.

Введем обозначения. Если $p_1,\cdots,p_n$ — неотрицательные числа с суммой, равной 1, а $\theta_1,\cdots,\theta_n$ — случайные величины с ФР $A_1(x),\cdots,A_n(x)$, то под

$$\begin{matrix}\theta_1 & : & p_1\\ \vdots & & \vdots\\ \theta_n & : & p_n\end{matrix} \tag{10}$$

будем понимать случайную величину с функцией распределения

$$A(x)=\sum_1^n p_i\,A_i(x) \tag{11}$$

Обозначим через $\gamma_i(x,y)$ время первого достижения процессом $X(t)$ множества $\{b(a)\}\times\{0,b(a)\}\times\{0,1\cdots\}$ из состояния $(b(x),y,i)$, где $b(x)\geqslant y$. Пусть $\gamma_i(a,y)\equiv 0$, т. е. если $X(o)=(b(x),y,i)$

то $\gamma_i(x,y)=\inf\{t:\varphi(t)=b(a)\}$ (12)

Тогда — $\gamma_i(0,0)=\gamma_i$.

Используя (10, 11, 12) и формулу полной вероятности для γ_i, выпишем следующие стохастические состояния.

$$\underset{i\in E_1}{\gamma_i(x,y)}=\Delta+\begin{cases}\gamma_i(x,\ y+\Delta) & :\ (5)\\ \gamma_j(x,o) & :\ (6)\quad j\in E_0\cup E_1\\ \gamma_j(0,0) & :\ (7)\quad j\in E_2\end{cases}$$

$$\gamma_i(x,y=\Delta+i\in E_0\begin{cases}\gamma_i(x+c_i\Delta,\ y+\Delta) & :\ (1)\\ \gamma_j(x+c_i\Delta,\ 0) & :\ (2)\quad i,j\in E_0\\ \gamma_j(x,0) & :\ (3)\quad j\in E_1\\ \gamma_j(0,0) & :\ (4)\quad j\in E_2\end{cases}$$

$$\gamma_i(0,y)=\Delta+i\in E_2\begin{cases}\gamma_i(0,y+\Delta) & :\ (8)\\ \gamma_j(0,0) & :\ (9)\quad j\in E_0\cup E_2\end{cases}$$

Если ввести обозначения $\varphi_i(x,y,s)=M\exp[-s\gamma_i(x,y)]$, то из (12) выпишем следующие сравнения для $\varphi_i(x,y,s)$

$$\varphi_i(x,y,s)=(1-\Delta s)\Bigg\{\varphi_i(x+c_i\Delta,\ y+\Delta,s)\frac{\overline{F}_i(y+\Delta)}{\overline{F}_i(y)}+\sum_{j\in E_0\cup E_1}\varphi_j(x+c_i\Delta,0,s)$$

$$\frac{p_{ij}(y+\Delta)-p_{ij}(y)}{\overline{F}_i(y)} + \sum_{j\in E_2} \varphi_j(0,0,s) \frac{p_{ij}(y+\Delta)-p_{ij}(y)}{\overline{F}_i(y)}\Bigg\}: \qquad i\in E_0$$

$$\varphi_i(y,y,s)=(1-\Delta s)\left\{\varphi_i(x,y+\Delta,s)\frac{\overline{F}_i(y+\Delta)}{\overline{F}_i(y)} + \sum_{j\in E_0\cup E_1} \varphi_j(x,0,s)\right.$$

$$\left.\frac{p_{ij}(y+\Delta)-p_{ij}(y)}{\overline{F}(y)} \sum_{j\in E_2} \varphi_j(0,0,s) \frac{p_{ij}(y+\Delta)-p_{ij}(y)}{\overline{F}_i(y)}\right\}, \qquad i\in E_1$$

$$\varphi_i(0,y,s)=(1-\Delta s)\left\{\varphi_i(0,y+\Delta,s)\frac{\overline{F}(y+\Delta)}{\overline{F}_i(y)} \sum_{j\in E_0\cup E_2} \varphi_j(0,0,s) \frac{p_{ij}(y+\Delta)-p_{ij}(y)}{\overline{F}(y)}\right\}$$

$i\in E_2$

$$F_i(t)=\sum_j p_{ij}(t).$$

При условии, что существуют $F_i^1(y)$, $p_{ij}^1(y)$ и непрерывность $\varphi_i(x,y,s)$ по x и y, используя соотношения для $\varphi_i(x,y,s)$, можно показать, что $\varphi_i(x,y,s)$ дифференцируемы по x и y и удовлетворяют системе функционально-дифференциальных уравнений с граничными условиями

$$c_i\frac{\partial}{\partial x}\psi_i(x,y,s)+\frac{\partial}{\partial y}\psi_i(x,y,s)=s\psi_i(x,y,s)-\sum_{j\in E_0\cup E_1}\psi_j(x,0,s)p'_{ij}(y)-\sum_{j\in E_2}\psi_j(0,0,s)\,p'_{ij}(y); \qquad i\in E_0$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\varphi_i(x,y,s)=s\psi_i(x,y,s)-\sum_{j\in E_0\cup E_1}\psi_j(x,0,s)\,p'_{ij}(y)-\sum_{j\in E_2}\psi_j(0,0,s)p'_{ij}(y);$$

$i\in E_1$

$$\frac{\partial}{\partial y}\psi_i(0,y,s)=s\psi_i(0,y,s)-\sum_{k\in E_0\cup E_2}\psi_j(0,0,s)\,p'_{ij}(y); \quad i\in E_2 \qquad \varphi_i(a,y,s)=1;$$

$A i\in E^*$

$$\psi_i(a,y,s)=1-F_i(y); \quad \psi_i(x,y,s)=\varphi_i(x,y,s)\,\overline{F}_i(y)$$

Полученную систему функционально-дифференциальных уравнений можно решать методами, изложенными в работах [3,10]. С помощью найденных $\psi_i(x,y,s)$ можно определить вероятность выполнения задания системой $\varphi_0(x,y,s)$ с помощью следующего соотношения

$$\varphi_0(x,y,s)=\sum_{j\in E^*} P_j^0\;\varphi_j(x,y,s)$$

где P^0—начальное распределение преобразованного ПМП $X(t)$.

С помощью найденных $\varphi_i(x,y,s)$ можно определить среднее и дисперсию времени выполнения задания

$$\bar{\tau}_{B3_i}(x,y)=-\frac{\partial}{\partial s}(x,y,s)\;/s=0$$

$$\sigma_{B3i}\cdot(x,y)=\frac{\partial}{\partial s^2}\;\varphi_i^2(x,y,s)/s=0-\Big[\bar{\tau}_{B3i}\;(x,y)\Big]^2$$

а также приведенные в работе [3] коэффициенты использования системы в заданном интервале времени, до окончания резерва времени, до выполнения задания с помощью соответствующих соотношений. В качестве примера рассмотрим простейшую схему диалога, когда система может находиться в двух состояниях: в состоянии обдумывания (0) и обслуживания (1).

Пусть работа выполняется в состоянии (0) с нулевым темпом, а в состоянии (1) с темпом a, $0<a<\infty$. В обоих состояниях система подвержена отказам и сбоям с параметрами μ_1, μ_2 и λ_1, λ_2 соответственно. Рассмотрим случай неперекрывающихся отказов и сбоев, ф. р. времен восстановления которых произвольные $B_i^j(t)$, $i=1,2$; $j=0,1$ с конечными средними B_i^j соответственно. Восстановление в системе осуществляется следующим образом. Если в состоянии (0) возник отказ (сбой), то после восстановления работа начинается (продолжается) с имеющегося до сбоя уровня с состояния (0). Если в состоянии (1) возник отказ, то после его восстановления система начинает работу сначала—с состояния (0). А в случае сбоя после его восстановления продолжает с уровня, имеющегося в момент его возникновения в состоянии (1). Если не возникли отказы или сбои в состоянии (0) (1), то система с интенсивностью $\mu_0(\lambda_0)$ переходит в состояние (1) (0). Тогда для $t_i(x)$ времени выполнения задания с уровня x можно написать следующие стохастические соотношения

$$t_0(x)=\Delta t+\begin{cases} t_0(x) & : 1-(\mu_0+\mu_1+\mu_2)\Delta t \\ t_0(x)+t^0_{b_1} & : \mu_1\Delta t \\ t_0(0)+t^0_{b_2} & : \mu_2\Delta t \\ t_1(x) & : \mu_0\Delta t \end{cases}$$

$$t_1(x)=\Delta t+\begin{cases} t_1(x+c\Delta t) & : 1-(\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)\Delta t \\ t_1(x)+t^1_{b_1} & : \lambda_1\Delta t \\ t_0(x) & : \lambda_0\Delta t \\ t_0(0)+t^1_{b_2} & : \lambda_2\Delta t \end{cases}$$

Если обозначить через $\varphi_i(x,s)=Me^{-st_i(x)}$; $\qquad i=0,1$
преобразование Лапласа - Стилтьеса вероятности выполнения задания, то для нее получаем: $\Lambda_0=\mu_0+\mu_1+\mu_2$; $\quad \Lambda_1=\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2$

$$\varphi_1(x,s)=(1-s\Delta t)\{(1-\Lambda_1\Delta t)\varphi_1(x+c\Delta t,s)+\varphi_1(x,s)B_1^1(s)\lambda_1\Delta t+\varphi_0(0,s)B_2^1(s)\lambda_2 \Delta t+\varphi_0(x,s)\lambda_0\Delta t\}$$

$$\varphi_0(x,s)=(1-s\Delta t)\{\varphi_0(x,s)(1-\Lambda_0\Delta t)+\varphi_1(x,s)\mu_0\Delta t+\varphi_0(x,s)B_1^0(s)\mu_1\Delta t+\varphi_0(0,s) B_2^0(s)\mu_2\Delta t\}$$

откуда после предельного перехода $\Delta t\to 0$ для $\varphi_1(x,s)$, $\varphi_0(x,s)$ получаем уравнения

$$a\frac{\partial}{\partial x}\varphi_1(x,s)=\left[s+\Lambda_1-\lambda_1B_1^1(s)\right]\varphi_1(x,s)-\varphi_0(x,s)\lambda^0-\varphi_0(0,s)B_2^1(s)\lambda_2$$

$$\varphi_0(x,s)(s+\Lambda_0-\mu_1B_1^0(s))=\varphi_1(x,s)\mu_0+\varphi_0(0,s)B_2^0(s)\mu_2$$

с граничным условием: $\varphi_1(a,s)\equiv 1$

$$a\frac{\partial}{\partial x}\varphi_1(x,s)=A(s)\varphi_1(x,s)-B(s)\varphi_1(0,s)$$

$$\varphi_0(x,s)=\frac{\varphi_1(x,s)\mu_0+\varphi_0(0,s)B_2^0(s)\mu_2}{s+\Lambda_0-\mu_1 B_1^0(s)}$$

$$A(s)=s+\lambda_1-\lambda_1 B_1^1(s)-\frac{\mu_0\lambda_0}{s+\Lambda_0-\mu_1 B_1^0(s)}$$

$$B(s)=B_2^1(s)\lambda_2+\frac{\lambda_0\,\mu_2\,B_2^0(s)}{s+\Lambda_0-\mu_1 B_1^0(s)}$$

Можно показать, что $\varphi_0(0,s)=\varphi_1(0,s)$

При граничном условии $\varphi_1(a,s)=1$ методом вариации постоянных получаем

$$\varphi_1(x,s)=\exp\left\{dA(s)(x-a)\right\}+\varphi_1(0,s)\left[1-\exp\left\{dA(s)(x-a)\right\}\right]\frac{B(s)}{A(s)};$$

$$d=a^{-1}$$

Из соотношения для $\varphi_1(x,s)$ при $x=0$ получаем для $\varphi_1(s)=\varphi_1(0,s)$

$$\varphi_1(s)=e^{-adA(s)}\left[1-\frac{B(s)}{A(s)}\left\{1-e^{-adA(s)}\right\}\right]^{-1}$$

Для среднего времени выполнения задания получаем

$$\overline{t}_{B3}=\frac{A'(o)-B'(o)}{B(o)}\left(e^{adA'(o)}-1\right)$$

где

$$A(o)=B(o)=\lim_{s\to o}B(s),\qquad A'(o)=\lim_{s\to o}A'(s);\qquad B'(o)=\lim_{s\to o}B'(s)$$

Разработанная модель позволяет исследовать среднее значение и дисперсию времени выполнения задания ИГС РВ с учетом сбоев и отказов ее аппаратурно-программных подсистем, при наличии различных типов их резервирования и стратегии организации восстановления.

ЛИТЕРАТУРА

1 *Цурин О. Ф., Керопян Х. В.* Моделирование и анализ ГДС. Киев, общество «Знание» УССР, 1980, с. 24.

2 *Черкесов Г. Н.* Надежность технических систем с временной избыточностью М./ Советское радио, 1974, с. 296.

3 *Креденцер Б. П.* Прогнозирование надежности систем с временной избыточностью. Киев, Наукова думка, 1978, с. 240.

4 *Захарин А. Н.* Об одном классе монотонных процессов с вмешательством случая. Киев, ИК АН УССР, Преп. 71/71, 1971, с. 15.

5 *Гульчук Г. Г., Кирилюк Н. И., Маланюк Л. Б.* Об устойчивости функционирования одного класса сложных систем. В сб.: Моделирование структур технических комплексов АСУ, Киев, Наукова думка, 1974, с. 84—90.

6 *Коваленко И. Н.* Исследование по анализу надежности сложных систем. Киев, Наукова думка, 1975 с. 230.

7 *Коваленко И. Н.* Анализ редких событий при оценке эффективности и надежности систем. М., Советское радио, 1980, с. 208.

8 *Бродецкий Г. Л.* Об одном управлении процессом обработки информации при случайных отказах. Изв. АН СССР. Тех. кибернетика № 5, 1980, с. 95—101.

9 *Королюк В. С., Турбин А. Ф.* Полумарковские процессы и их применение. Киев, Наукова думка, 1976, с. 210.
10 *Ежов И. И.* Цепи Маркова с дискретным вмешательством случая, образующим полумарковский процесс. УМЖ, т. 18, № 1, 1966, с. 105—130.

Խ. Վ. ՔԵՐՈԲՅԱՆ, Հ. Վ. ՔԵՐՈԲՅԱՆ, Բ. Վ. ԲԱԲԱՅԱՆ

ԳՐԱՖԻԿԱԿԱՆ ԴԻԱԼՈԳԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՒՄ (ԳԴՀ) ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ

Ամփոփում

Աշխատության մեջ առաջարկված է իրական ժամանակում աշխատող ԳԴՀ հուսալիության մոդելը և հետազոտված են նրա մի շարք բնութագրեր ։ Ստացված են արտահայտություններ առաջադրանքի կատարման ժամանակի բաշխվածության ֆունկցիայի, Լապլաս-Ստիլտեսի ձևափոխության, միջին արժեքի և դիսպերսիայի համար։