А. Е. КАРАПЕТЯН

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ МАШИННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ПОСТРОЕНИЯ МАТРИЦЫ, ПРЕОБРАЗУЮЩЕЙ КВАДРАТНУЮ МАТРИЦУ К КВАЗИДИАГОНАЛЬНОМУ ВИДУ

Как известно, в разных задачах механики (особенно в задачах, касающихся вопросов об устойчивости механических систем), особое место занимает вопрос о построении матрицы, преобразующей квадратную матрицу к квазидиагональному виду. В соответствии с этим, в данной работе мы хотим изложить вопросы и виводы, полученные на стадии машинной реализации при решений данной задачи, на основе алгоритмов, изложенных в [1].

1. Алгоритм преобразовавния матрицы к квазидиагональному виду.

Шаг 1. Дана квадратная матрица $U(n, n)$, где n— размерность матрицы.

Шаг 2. Найти собственные значения $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ матрицы U порядка n, среди которых могут быть и равные. (Собственное значение кратности m рассматривается как m равных собственны значений и каждому из них приписывается свой индекс).

В дальнейшем эти собственные значения будем разбивать на группы, отмечая принадлежность к той или иной группе верхним индексом. Так, $\lambda_j^{(\sigma)}$ обозначает j—ое собственное значение группы σ.

Шаг 3. Множество собственных значений $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ разбивается на групп $p: \lambda_1^{(\sigma)}, \lambda_2^{\sigma}, \ldots, \lambda_{k\sigma}^{(\sigma)}$, $(\sigma=1, 2, \ldots, p; \sum_{\sigma=1}^{p} K_\sigma=n)$, так, что $|\lambda_i^{(\sigma)}-\lambda_j^{(s)}|>0$, где $\sigma\neq s$, $i=1, \ldots, k_\sigma$; $j=1,2.,\ldots k_s$;

Шаг 4. Формируется множество матриц $\Delta_\sigma(U)$, $\sigma=1,2,\ldots, p$;

$$\text{где } \Delta_\sigma(U)=\prod_{\substack{s=1\\ s\neq\sigma}}^{p}\left(U-\lambda_j^{(s)}E\right),\ \sigma=1,2,\ldots, p;$$

Шаг 5. Определяется ранг матрицы $\Delta_\sigma(U)$, $\sigma=1, \ldots, p$;

Шаг 6. Определяется соответствующие данному рангу матрицы $\Delta_\sigma(U)$, $(\sigma=1,\ldots, p)$ матрицы K_σ $(\sigma=1, 2, \ldots, p)$ матрица K_σ представляет из себя линейно независимые столбцы матрицы $\Delta_\sigma(U)$).

Шаг 7. Строятся блочная матрица $K=(K_1, K_2, \ldots K_p)$, матрица M, где $M=K^{-1}$ и приводится матрица M к блочному виду.

$$M = \begin{vmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ M_p \end{vmatrix},$$

Шаг 8. Строятся блочные матрицы Λ_σ, $\sigma=1,2,\ldots,p$, где $\Lambda_\sigma = M_\sigma U K_\sigma$;
Шаг 9. Получение квазидиагональной матрицы Λ, имеющей следующий вид

$$\Lambda = \begin{vmatrix} \Lambda_2 & & & & & 0 \\ & \Lambda_2 & & & & \\ & 0 & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ & & & & \cdot & \\ & & & & & \Lambda_p \end{vmatrix}$$

Таким образом, построенная матрица K преобразует матрицу U к квазидиагональному виду Λ.

2. Программные модули и вопросы программирования для автоматизации данного алгоритма.

Машинная реализация данного алгоритма входит в состав тела пакета прикладных программ, как одна из подсистем, которая предназначена для решения задач из вышеуказанной предметной области. Поэтому вопросы программного обеспечения в данной стадии имеют особую важность. Организация программного обеспечения на современном уровне базируется на системном подходе, при котором программное обеспечение образует единую систему, а не набор автономных программ для решения отдельных задач. Результатом такого системного подхода является создание пакетов прикладных программ (ППП). Как видно из описанного выше алгоритма, создаваемые модули должны связываться друг с другом прямыми цепочками, т. е. выход одного модуля является входом для другого модуля. Поэтому в основу данной реализации заложен один из основополагающих принципов современного программирования—принцип модульности [2].

Возможности эффективной реализации модульного программирования на ЕС ЭВМ связаны с тем, что после трансляции программы с любого языка мы получаем объектный модуль. Поэтому данная реализация построена таким образом, что модули, входящие в пакет, транслируются и хранятся в библиотеке объектных модулей, что экономит время на трансляцию исходных модулей при каждом решении конкретной задачи с помощью пакета. Так как наша задача чисто алгебраического характера, то она программирована в системе алгебраических преобразований.

При ее решении требовались производить как обычные численные вычисления, так и алгебраические преобразования, причем вычисления как первого, так и второго типа достаточно сложны (подпрограмма MEAT, вычисляющая собственные значения $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ заданной действительной квадратной матрицы U требует большого времени счета и большого объема машинной памяти).

Для автоматизированной работы данного алгоритма создана управляющая программа—монитор, которая организует последовательность выполняемых программ в соответствии с требованиями алгоритма. Точность результатов существенно зависит от числа значащих цифр, используемых в вычислениях.

Система управления данными, обеспечивающая интерпретацию запросов к внешним массивам из программных модулей, реализована в виде специальной списочной структуры, которая размещена в наборе данных прямого доступа, и соответствующей управляющей программы [3].

Аргументы передаются от программы к программе по именам, а не по значениям, т. е. вызываемая подпрограмма получает адрес соответствующего аргумента или адрес информационного вектора этого аргумента [4].

Готовые подпрограммы выступают в следующих наименованиях и предназначены для выполнения следующих функций [5]:

1—MATU—преобразование входной действительной матрицы к верхней почти треугольной форме с помощью ортогональных преобразований.

2—MEAT—нахождение собственных значений действительной верхней почти треугольной матрицы, которые совпадают с собственными значениями исходной матрицы. В данной реализации подпрограмма MATU имеет вспомогательный характер. Выбор метода Хаусхолдера для нахождения собственных значений $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ обусловлен тем, что он дает более стабильные численные результаты, хотя арифметических операций осуществляется в два раза больше, чем в преобразовании действительной матрицы к верхней почти треугольной форме по методу Уилкинсона. Надо отметить, что в случае вырожденной матрицы программа заблаговременно прекращает работу.

3—MSSOB—разбиение (сортировка) собственных значений на группы.

4—MSSBB—получение множеств $\Delta\sigma(U)$ ($\sigma=1, 2, .., p$).

5—MFGR—определение ранга матрицы общего вида.

6—MLIN—реализация процесса для получения блочных матриц $K\sigma$, $\sigma=1,2,\ldots p$, что образует матрицу $K=(K_1, K_2, \ldots, K_p)$.

7—MINV—вычисления обратной матрицы общего вида и определителя (по методу Гаусса-Жордана) для получения матрицы $M=K^{-1}$

8—MMBΛ—разбиение матрицы M на блоки

$$M=\begin{vmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ M_p \end{vmatrix},$$

для получения блочных матриц $\Lambda\sigma=M\sigma UK\sigma$; $\sigma=1,2,\ldots, p$.

9—MKBZ—построение квазидиагональной матрицы

$$\Lambda=\begin{vmatrix} \Lambda_1 & & & 0 \\ & \Lambda_2 & & \\ & & \cdot & \\ 0 & & & \cdot \\ & & & \Lambda_p \end{vmatrix}$$

Все подпрограммы реализованы на алгоритмическом языке PL/I системы ОС ЕС ЭВМ версии 6.1. Прикладное исследование данного алгоритма и применение ЭВМ в исследованиях алгебраических задач, что оказывается возможным при использовании стандартного математического обеспечения ЭВМ и традиционных языков программирования, позволяет сделать относительно языковой основы программирования этих задач следующий вывод:
программирование на языке PL/I дает возможность получать качественные по быстродействию и объему используемой памяти программ, и тем самым является удобным для программирования алгебраических алгоритмов.

Данная подсистема разработана и реализована в ВЦ АН АрмССР

ЛИТЕРАТУРА

1 *Абгарян К. А.* Матричные и асимптотические методы в теории линейных систем. М., Наука, 1973 г.

2 *Лимонов Ю. М.* Пакет программ комплексного анализа линейных систем автоматического управления. Управляющие системы и машины, № 1, 1981.

3 *Фадеев Д. К., Фадеева В. Н.* Параллельные вычисления в линейной алгебре. Кибернетика, № 6, 1977.

4 Пакет научных подпрограмм на языке PL/I. Руководство программиста. Линейная алгебра. Таллин, 1980.

5 *Уилкинсон Дж. Х.* Алгебраическая проблема собственных значений. М., Наука, 1970.

Հ. Ե. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ՄԱՏՐԻՑԸ ԱՆԿՅՈՒՆԱԳԾԱՅԻՆ ՏԵՍՔԻ ՎԵՐԱԾՈՂ ՄԱՏՐԻՑԻ ԿԱՌՈՒՑՄԱՆ ՄԵՔԵՆԱՅԱԿԱՆ ԻՐԱՑՄԱՆ ՄԻ ՔԱՆԻ ՏԵՍԱԿԵՏՆԵՐԸ.

Ամփոփում

Հոդվածում նկարագրված է քառակուսային մատրիցան կվազի-անկյունագծային տեսքի բերելու ալգորիթմը։

Տրված է այդ ալգորիթմը իրականացնող ծրագրային մոդուլների կանչման և արդյունքների տեղաբաշխման համար անհրաժեշտ պարամետրերի նկարագրերը։

Քննարկված է նաև ենթածրագրերի իրականացման ալգորիթմական լեզվի և ստացված արդյունքների ճշգրտության հարցը։