

# АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

# АСТРОФИЗИКА

ТОМ 15

НОЯБРЬ, 1979

ВЫПУСК 4

УДК 523.355

## К ТЕОРИИ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПРОТОСКОПЛЕНИЯХ

А. С. ЗИЛЬБЕРГЛЕЙТ, А. Д. ЧЕРНИН

Поступила 12 декабря 1978

Пересмотрена 27 февраля 1979

Исследуется динамическая эволюция газовых протоскоплений, возникающих в метагалактической среде на активной фазе космогонического процесса в результате сверхзвуковых столкновений больших газовых масс. Такие протоскопления представляют собою слои сжатого и разогретого газа, содержащие тангенциальный разрыв и ограниченные распространяющимися от разрыва ударными фронтами. Неустойчивость тангенциального разрыва приводит к турбулизации слоя, а нарушение баротропии при разрыве генерируемых разрывом возмущений вызывает появление существенной вихревой компоненты внутренних движений. Построена теория неустойчивости тангенциального разрыва при наличии неоднородности и небаротропности среды. Рассмотрена роль вязкости в процессе разрушения тангенциального разрыва. Показано, что вихревые движения, возникающие в слое — протоскоплении, способны обеспечить быстрое вращение протогалактик, образующихся в результате фрагментации слоя. Обсуждаются возможные наблюдательные следствия завихренного состояния протогалактической среды.

1. *Введение.* Представление о формировании скоплений галактик в ударных волнах большого масштаба [1] получило в последние годы значительное теоретическое развитие [2—12]. С этой точки зрения хорошо известная по наблюдениям корреляция между морфологией галактик и типом образуемого ими скопления [13] должна, по-видимому, рассматриваться как одно из существенных указаний на характер физических условий в различных областях метагалактической среды в эпоху формирования скоплений. Процессы релаксации в этих системах не могли, скорее всего, зайти слишком далеко, и потому современное состояние скоплений в значительной степени отражает их предысторию. В этом смысле пререгу-

лярный характер распределения и движения галактик в неправильных скоплениях и быстрое вращение многих из населяющих их галактик являются, вероятно, отражением бурного, сильно возбужденного состояния протоскоплений еще на газовой фазе. Состояние же газовых сгущений, из которых образовались правильные скопления, было, вероятно, более спокойным и сглаженным. Можно предполагать, что газодинамические процессы, формировавшие протоскопления, представляли с самого начала какие-то разные, даже крайние возможности в каждом из этих случаев.

Теория сверхзвуковых движений газовых масс [14] действительно допускает две радикально различные возможности. Протоскопления обоих типов формировались в ударных волнах, но сами ударные волны могли иметь различную природу — эволюционную и неэволюционную. Волны первого типа возникают в результате внутренней эволюции непрерывных течений или слабых возмущений; в условиях метагалактической среды они могли бы быть результатом развития гравитационной неустойчивости. Эволюционные ударные волны формируют газовые протоскопления, представляющие собой слои уплотненного и разогретого газа, «блины» [1, 5].

Неэволюционные ударные волны появляются как результат сверхзвуковых столкновений газовых масс, уже в значительной степени обособившихся и изолированных от окружающей их среды. Сами эти газовые массы, «облака», могли быть обязаны происхождением эволюционным процессам. Нелинейные взаимодействия таких сильных возмущений, столкновения «облаков» вели к ряду новых явлений, наиболее важным из которых представляется формирование тангенциального разрыва в зоне контакта газовых масс. В результате образуется — подобно «блину» — слой разогретого и уплотненного газа в обкладках ударных фронтов, но этот слой «заряжен» теперь тангенциальным разрывом. Будучи абсолютно неустойчивым, тангенциальный разрыв неизбежно распадается, образуя турбулентный слой. Можно полагать, что протоскопление, возникшее как турбулентный слой, должно превращаться скорее в клочковатую, иррегулярную систему после своего распада на галактики, сохраняя черты исходного сильно возбужденного состояния: при этом сами галактики должны обладать значительными собственными движениями — как поступательными, так и вращательными [15, 16].

Важно, что неустойчивость тангенциального разрыва в неоднородной и небаротропной среде протоскопления непосредственно ведет к генерации в ней вихревых движений. В настоящей работе строится газодинамическая теория этого процесса. Краткое сообщение по теме работы опубликовано ранее [17].

2. *Неустойчивость тангенциального разрыва в небаротропной среде.* Неустойчивость тангенциального разрыва развивается, как известно [14],

благодаря силам давления. Но так как сами они являются потенциальными, эти силы могут создавать лишь потенциальные движения, и потому в известных примерах неустойчивости тангенциального разрыва возмущения, отходящие от поверхности разрыва, являются безвихревыми.

Однако в условиях газового протоскопления, испытывающего постепенное охлаждение, распределение давления, плотности и температуры таково, что распространение в нем возмущений представляет собой небаротропный процесс: давление в волне не является функцией только плотности. Действительно, уравнение для ротора скорости  $\mathcal{C}$ ,

$$\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} v = - \operatorname{rot} \frac{p}{\rho} = - \rho^{-1} \operatorname{grad} p, \quad (1)$$

следующее из уравнения Эйлера (в пренебрежении, для простоты, нелинейным членом) имеет нулевую правую часть только при условии, что давление  $p$  не зависит ни от чего, кроме плотности  $\rho$ . В газовом протоскоплении распределение давления всюду почти одинаково,  $p_0 = \text{const}$ , а распределение плотности сильно неоднородно,  $\rho_0 = \rho_0(x)$  [5]. Поэтому в таких условиях

$$\operatorname{rot} \frac{p}{\rho} \approx - \frac{1}{\rho_0} (\operatorname{grad} p) \times (\operatorname{grad} \rho_0) \neq 0. \quad (2)$$

Здесь  $\operatorname{grad} p$ ,  $\operatorname{grad} \rho_0$  — колебания давления и плотности в волне. Векторное произведение отлично от нуля, когда волна распространяется не параллельно градиенту «невозмущенной» плотности  $\rho_0$ . При этом теорема Кельвина—Гельмгольца о сохранении вихря (точнее, циркуляции скорости) нарушается и величина ротора скорости является функцией времени.

Задача о неустойчивости тангенциального разрыва в небаротропной среде протоскопления должна, таким образом, учитывать, что в отличие от обычной постановки фигурирующие в ней малые возмущения не являются чисто потенциальными: они содержат также и вихревую компоненту. Мы покажем, что неустойчивость, развивающаяся и здесь благодаря лишь потенциальным силам давления, генерирует и усиливает в равной мере обе компоненты движения — потенциальную и вихревую.

Будем считать, что тангенциальный разрыв находится в обкладках (параллельных) ударных фронтов: давление между ударными фронтами поддерживается стационарным и приблизительно однородным, тогда как плотность возрастает от фронтов к центральной плоскости слоя (ср. [5]). Для описания малых возмущений воспользуемся найденным ранее [12] решением (ниже индекс «1» будет относиться к области  $x > 0$ , индекс «2» — к области  $x < 0$ , см. рис. 1):

$$\left. \begin{aligned}
 \delta \rho_n(x, y, t) &= A_n \delta \rho_n \left| \sqrt{\frac{\delta v_n(0)}{\rho_n(x)}} \exp[i\varphi_n(x, y, t)]; \right. \\
 \delta v_n(x, y, t) &= \frac{k}{\omega - kv_n} a_n^2(x) \delta \rho_n(x, y, t) \rho_n^{-1}(x); \\
 \delta u_n(x, y, t) &= -\theta_n(x) a_n^2(x) \delta \rho_n(x, y, t) \rho_n^{-1}(x); \\
 \delta p_n(x, y, t) &= a_n^2(x) \delta \rho_n(x, y, t); \quad n = 1, 2. \\
 \varphi_1(x, y, t) &= \omega t - ky - \omega \theta_1(x); \\
 \varphi_2(x, y, t) &= \omega t - ky + \omega \theta_2(x); \quad \text{Im } \theta_{1,2} > 0; \\
 (\omega - kv_n)^2 &= a_n^2(x) [k^2 + \omega^2 (\theta_n')^2], \quad n = 1, 2; \\
 \delta \xi(y, t) &= A \exp[i(\omega t - ky)]; \\
 \delta U_n(y, t) &= \frac{D \delta \xi}{Dt} \Big|_{t=0} = \bar{v}(\omega - kv_n) \delta \xi(y, t).
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Здесь  $\rho_n(x)$ ,  $p = \text{const}$  — невозмущенные плотность и давление,  $a_n(x) = [\gamma p / \rho_n]^{1/2}$  — локальная скорость звука,  $\omega$  — частота колебаний,  $k$  —  $y$ -проекция волнового вектора,  $\delta \rho_n$ ,  $\delta p_n$  — возмущение плотности и давления,  $\delta u_n$ ,  $\delta v_n$  —  $x$  и  $y$  — компоненты возмущения скорости.  $v_1 = v_x$ ,  $u_2 = 0$ ,  $\delta \xi$  — возмущение фронта разрыва,  $\delta U_n$  — его скорость, величины  $\theta_n(x)$  определяются из дисперсионного уравнения (5) так, что  $\theta_n(0) = 0$ ,  $A_n$ ,  $A$  — амплитуды возмущений,  $n = 1, 2$ . Решение отвечает высокочастотному приближению:

$$\omega \gg a_n \left( \frac{\partial \rho_n}{\rho_n} \right), \quad \omega \gg t_n^{-1},$$

где  $t_n$  — характерное время изменения общих гидродинамических параметров протоскопления, близкое к текущему космологическому возрасту.

Условия непрерывности потоков массы, импульса и энергии на поверхности разрыва приводят после исключения из них амплитуд  $A$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  к соотношению

$$\frac{\omega \theta_1'(0)}{\rho_1(0) (\omega - kv_1)^2} + \frac{\omega \theta_2'(0)}{\rho_2(0) \omega^2} = 0. \quad (7)$$

Равенства (5) и (7) совпадают с соответствующими выражениями для однородной среды [14] с той лишь разницей, что в них входят локальные значения скоростей звука и продольных компонент волновых векторов  $\omega \theta_{1,2}'$  на плоскости  $x = 0$ . По этой причине дисперсионное соотношение

оказывается тем же, что и в обычном случае, и сохраняется условие неустойчивости в форме

$$v_t < [a_1^{23}(0) + a_2^{23}(0)]^{3/2}. \quad (8)$$

Неоднородность среды не затрудняет, как видим, развитие неустойчивости тангенциального разрыва, но приводит вместе с тем к явлению экспоненциального усиления вихря в распространяющихся от разрыва возмущениях:

$$\begin{aligned} \delta\Omega_n(x, y, t) &= |\text{rot } \delta v_n|_z = \frac{k}{\omega} a_n^2(x) \frac{\rho_n'(x)}{\rho_n(x)} \varphi_n(x, y, t) = \\ &= \text{const} \frac{k}{\omega} a_n^2(x) \frac{\rho_n'(x)}{\rho_n(x)} \sqrt{\frac{\bar{v}_n(0)}{\bar{v}_n(x)}} \exp[i\varphi_n(x, y, t)]. \end{aligned} \quad (9)$$

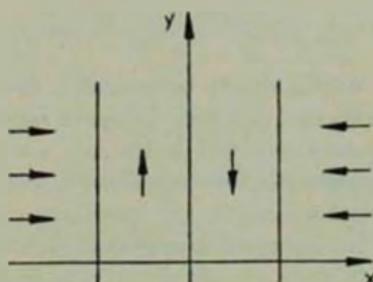


Рис. 1. Динамическая структура слоя, образующегося при неэволюционном сверхзвуковом столкновении газовых масс. Вертикальные линии — ударные фронты; вдоль  $y$  имеется тангенциальный разрыв.

Рассмотрение более общей трехмерной задачи показывает, что тангенциальный разрыв и в неоднородной среде является абсолютно неустойчивым. Требуется лишь, чтобы условие (8) выполнялось для величины  $v_t \cos \psi$ , где  $\psi$  — угол между невозмущенной скоростью и проекцией волнового вектора на плоскость  $x = 0$  (ср. [18]).

Тангенциальный разрыв содержит в себе завихренность, сосредоточенную (формально) в его плоскости («вихревой лист»). Тем не менее, даже в случае небаротропной среды он питает отходящие от него возмущения не завихренностью, а лишь энергией; вихри появляются в среде из-за небаротропии течения. Так обстоит дело на линейной стадии процесса, когда амплитуда колебаний поверхности разрыва мала (к ней и относятся решение (7)—(9)). Что же касается дальнейшей эволюции разрыва, то она ведет, по-видимому, к полному разрушению этой поверхности и образованию отдельных вихревых ядер.

3. *Вязкая диффузия завихренности.* Фактором, препятствующим развитию неустойчивости тангенциального разрыва, служит вязкость, стремящаяся погасить отходящие от разрыва возмущения. Для возмущения с пространственным масштабом  $l$  характерное время вязкого затухания

$$t_v = \frac{l^2}{\nu} \approx \frac{l^2}{l_p a}. \quad (10)$$

Здесь  $\nu$  — коэффициент вязкости, выражающийся через длину пробега частиц  $l_p$  и скорость звука. Так как характерное время роста возмущения в результате неустойчивости пропорционально масштабу,

$$t_i = \omega^{-1} \approx \frac{l}{v_i}, \quad (11)$$

выживающими оказываются возмущения масштабов

$$l > l_c \approx \frac{\nu}{v_i} \approx l_p \frac{a}{v_i}. \quad (12)$$

(Здесь, как и выше,  $v_i$  — разность скоростей в тангенциальном разрыве).

Вместе с тем вязкость стремится размыть тангенциальный разрыв в слой конечной (макроскопической) толщины, в котором тангенциальная скорость меняется непрерывно. Она приводит в этом процессе к диффузии завихренности от вихревого листа, к расплыванию ее по прилегающим слоям газа. Теорема Кельвина—Гельмгольца и в этом случае недействительна, так как в ее условие входит отсутствие диссипативных процессов. Вязкая диффузия завихренности характеризуется тем же временем, что и вязкое затухание; расплывание переходного слоя на толщину  $l$  происходит за время  $t_v$ . В зоне толщины  $l_c$  (см. формулу (12)) вокруг поверхности тангенциального разрыва вязкая диффузия завихренности преобладает над гидродинамической неустойчивостью. За характерное гидродинамическое время всего процесса эволюции протоскопления (как отмечалось, это время близко к возрасту мира в эпоху формирования ударных волн) диффузия завихренности охватит зону толщины

$$L_c \approx \sqrt{v l(z_0)} \approx \sqrt{l_p a l(z_0)}. \quad (13)$$

Скорость звука и длина пробега, входящие в формулы (10)—(13), различны в разных местах протоскопления. Тем не менее для оценки можно принять некоторые характерные значения этих величин, относящиеся к основной массе газа в протоскоплении. Скорость звука сразу за фронтом сильной ударной волны близка к скорости набегающего на фронт газа (всего раза в два меньше ее), а последняя определяется исходным движением, формирующим ударную волну, и в свою очередь близка к хабблов-

ской скорости в пространственном масштабе  $L$ , соответствующем массе скопления:

$$a \simeq v \simeq v_{II} \simeq 10^6 \Omega^{1/6} (1 + z_s)^{1/2} M_{15}^{1/3} \text{ см/с}, \quad (14)$$

$$L \simeq (M_{15}^2 (z_s))^{1/3} \simeq 10^{24} \Omega^{-1/3} (1 + z_s)^{-1} M_{15}^{1/3} \text{ см} \quad (15)$$

( $\Omega$  — космологический параметр плотности,  $M_{15} = M/10^{15} M_{\odot}$ ). Температура газа, отвечающая скорости звука  $a$ ,

$$T \simeq \left( \frac{ma^2}{k} \right) \simeq 10^8 \Omega^{1/3} (1 + z_s) M_{15}^{2/3} \text{ К} \quad (16)$$

( $k$  — постоянная Больцмана,  $m$  — масса протона). Теперь можно оценить и длину пробега  $l_p$ , считая, что пробег частиц ограничен кулоновскими столкновениями в плазме протоскопления:

$$l_p \simeq (\sigma_p v_p m)^{-1} \simeq 10^{24} \Omega^{-1/3} (1 + z_s)^{-1} M_{15}^{4/3} \text{ см}, \quad (17)$$

где

$$\sigma_p = 2\pi (e^2 k T)^{-2} \Lambda$$

— сечение кулоновского рассеяния,  $\Lambda = 30$  — кулоновский логарифм,  $e$  — заряд электрона.

С помощью (12), (14), (17) находим, что в области с размером  $l$ , содержится масса

$$M \simeq \rho l^3 \simeq 10^{11} \alpha^{-3} M_{15}^4 M_{\odot}. \quad (18)$$

Здесь  $\alpha = v/v_i > 1$ . Величина  $M$ , не зависит ни от  $\Omega$ , ни от момента формирования ударной волны  $t$ , и по порядку величины близка к массе спиральных галактик, подобных нашей Галактике, если, скажем,  $M_{15}^4/\alpha \sim 1$ . Угловой момент, сосредоточенный в вихре масштаба  $l$ ,

$$K_s \simeq v_i l \simeq 10^{32} \Omega^{-1/6} (1 + z_s)^{-1/2} M_{15}^{2/3} \text{ см}^2/\text{с}, \quad (19)$$

не зависит от параметра  $\alpha$  и сравним с моментом гигантской спиральной галактики,  $K_G \sim 10^{30} \text{ см}^2/\text{с}$ , если, скажем,  $M_{15} > 10^{-2}$ .

Что же касается величины  $L_s$ , даваемой формулой (13), то, как следует из (14), (17), она меньше размера протоскопления (который в свою очередь порядка исходного масштаба  $L$ , даваемого формулой (15)), если масса протоскопления не слишком велика (ср. [15]):

$$M < M_p = m \Lambda (e^2/Gm^2)^2 \simeq 5 \cdot 10^{16} M_{\odot}. \quad (20)$$

Величина  $M_p$  не зависит ни от каких космологических параметров и вы-

ражается только через фундаментальные константы (и кулоновский логарифм, который очень слабо зависит от параметров плазмы). Массы реальных скоплений удовлетворяют, очевидно, условию (20), и это означает, что для основного объема протоскопления генерация завихренности в гидродинамической неустойчивости существенное вязкой диффузии завихренности от поверхности тангенциального разрыва.

На нелинейной стадии развития неустойчивости, когда наступает разрушение тангенциального разрыва, вязкость служит механизмом переза-мыкания вихревых нитей, что и ведет в конечном итоге к обособлению изолированных вихревых ядер.

Заметим, что возмущения, распространяющиеся от тангенциального разрыва, могут достигать ударных фронтов (см. рис. 1) и вызывать их возмущение. Так как рассеивающиеся на фронтах возмущения усиливаются со временем, нарастающими оказываются в этом случае и возмущения фронтов (формулы, связывающие амплитуды падающих волн и возмущений фронта, имеются в работах [22, 11]). В результате весь комплекс, показанный на рис. 1, становится неустойчивым. Вообще любые образования такого рода (к ним относятся и комплексы, возникающие при пересечении ударных фронтов [14]), включающие в себя тангенциальный разрыв, должны быть по этой причине неустойчивыми.

**4. Заключение.** Итак, существенные характеристики галактик и скоплений появляются в картине бурных гидродинамических движений как прямое следствие физических условий в метагалактической среде на активной фазе космогонического процесса. Многообразие нелинейных гидродинамических явлений в эту эпоху включает в себя и эволюционные и неэволюционные процессы, способные дать начало скоплениям галактик различных типов. Последние, как упоминалось, различаются не только массами, но и общей структурой и морфологией, и кажется возможным сопоставить правильным скоплениям эволюционный, более спокойный способ формирования, а неправильным — неэволюционный, сопровождающийся появлением тангенциальных разрывов. В этом втором случае протоскопление представляет собой вихревой слой, порождаемый, в основном, неустойчивостью тангенциального разрыва, хаотические движения в котором способны обеспечить быстрое вращение будущих галактик.

В рассматриваемой картине завихренность охватывает не всю метагалактическую среду, а сосредоточена в сгущениях вещества — протоскоплениях, созданных ударными волнами. Если в них имеется возможность турбулизации и установления локально изотропного состояния турбулентности, то, вероятно, какие-то следы этого состояния могли бы быть обнаружены в статистических свойствах распределения и движения галактик. Такой вопрос был поставлен еще Вейцеккером в пионерской работе о турбу-

лентной космогонии [20], но он остается пока без ответа ввиду значительных трудностей, связанных с отбором и обработкой наблюдательного материала.

Кроме того, завихренное состояние среды, из которой формируются галактики, могло бы, вероятно, проявить себя в ориентации вращения спиральных галактик в тесных парах. Действительно, по закону Бернулли, два соседних вихря стремятся сблизиться (давление в среде между ними ниже среднего), если их вращение параллельно, но они стремятся удалиться друг от друга (давление между ними выше среднего), если вращение антипараллельно (рис. 2). По этой причине в тесных парах спиральных галактик можно ожидать преимущественно параллельное вращение. Было бы очень интересно попытаться сопоставить этот вывод теории с эмпирическими данными о тесных парах спиралей.

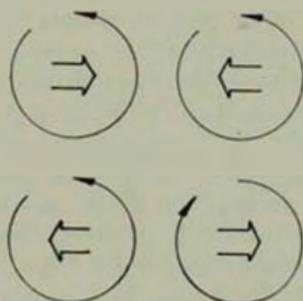


Рис. 2. Взаимодействие вихрей в среде.

Стоит заметить, что альтернативный механизм происхождения вращения галактик — приливное взаимодействие протогалактик [21] — вел бы к преобладанию пар с антипараллельным вращением, так как полный момент пары, складывающийся из спиновых и орбитальных моментов галактик, должен быть в такой схеме равным нулю:

$$S_1 + S_2 + L_1 + L_2 = 0.$$

В частности, проекции спинов на направление, перпендикулярное вектору полного орбитального момента  $L = L_1 + L_2$ , равны по величине и противоположны по знаку:  $S_{1\perp} = -S_{2\perp}$ . Вероятно все же примесь спи-спинового взаимодействия в приливном механизме чаще всего не слишком велика  $S_{1\perp}, S_{2\perp} \ll S_1, S_2$  и потому эффект преобладания одной ориентации над другой может быть слаб. Что же касается не ориентации моментов вращения, а их амплитуд, то в картине приливного взаимодействия они оказываются, по-видимому, много меньшими наблюдаемых значений [22].

Авторы благодарны В. А. Антонову, Дж. Пиблсу и С. Тремайну за обсуждение вращательных свойств галактик в картине приливного взаимодействия.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР

## THE THEORY OF GAS DYNAMICAL PROCESSES IN PROTO-CLUSTERS

A. S. SILBERGLEIT, A. D. CHERNIN

Dynamical evolution of gaseous proto-clusters originated due to supersonic collisions of large gaseous masses is studied in the metagalactic medium at the active stage of cosmogonic process. The proto-clusters are the layers of compressed and heated gas with the tangential jump and two shock fronts moving from the jump to the opposite directions. Hydrodynamic instability of the jump initiates turbulisation of gas in the layer, and a vortex component of the internal motions is gained because of non-barotropy in the propagation of the perturbations generated by the jump. A theory of the instability of the tangential jump is developed for non-uniform and non-barotropic media. The role of viscosity is considered for the decay of the jump. The vortex motions in the proto-cluster are shown to be strong enough to give rise to rapid rotation of proto-galaxies formed by fragmentation of the layer. Possible observational consequences of protogalactic eddies are discussed.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, *Астрофизика*, 6, 319, 1970.
2. Я. Б. Зельдович, Н. Д. Новиков, *Строение и эволюция Вселенной*, Наука, М., 1975.
3. Происхождение и эволюция звезд и галактик, под ред. С. Б. Пикельнера, Наука М., 1976.
4. Л. Э. Гуревич, А. Д. Чернин, *Введение в космогонию*, Наука, М., 1978.
5. Р. А. Сюняев, Я. Б. Зельдович, *Astron. Astrophys.*, 20, 189, 1972.
6. А. Г. Дорошкевич, С. Ф. Шандарин, *Астрофизика*, 9, 549, 1973.
7. А. Г. Дорошкевич, В. С. Рябенский, С. Ф. Шандарин, *Астрофизика*, 9, 257, 1973.
8. А. Д. Чернин, *Астрофизика*, 13, 69, 1977.
9. А. Д. Чернин, *Письма ЖЭТФ*, 11, 317, 1970.
10. А. Г. Дорошкевич, *Astrophys. Lett.*, 14, 11, 1973.
11. А. Д. Чернин, А. С. Зильберштейн, Э. А. Тропп, *Astrophys. Space Sci.*, 43, 175, 1976.
12. А. Л. Громов, А. С. Зильберштейн, А. Д. Чернин, *Астрон. ж.*, 56, 706, 1979.
13. Б. А. Воронцов-Вельяминов, *Внегалактическая астрономия*, Наука, М., 1972.

14. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред. Физматгиз, М., 1953.
15. А. Д. Чернин, *Astrophys. Lett.*, 19, 95, 1978.
16. А. Д. Чернин, А. С. Зильберштейн, *Astron. Astrophys.*, 69, 119, 1978.
17. А. С. Зильберштейн, А. Д. Чернин, Письма ЖЭТФ, 3, 50, 1978.
18. С. И. Сыроватский, ЖЭТФ, 27, 121, 1954.
19. В. И. Конторович, ЖЭТФ, 33, 1527, 1957.
20. C. F. von Weizsacker, *Ap. J.*, 114, 165, 1951.
21. P. J. E. Peebles, *Ap. J.*, 155, 393, 1969.
22. E. E. Harrison, *M. N.*, 154, 167, 1971.