А. В. ПЕТРОСЯН

ЭФФЕКТИВНЫЙ МЕТОД КОНТРОЛЯ РАБОТЫ АВТОМАТОВ

Существует много способов контролирования работы ЭЦВМ. Наиболее распространенными являются программные способы. Существует много тестовых программ, с помощью которых устанавливается правильность работы ЭЦВМ. Очень часто применяют двойные просчеты задач, которые существенно снижают производительность ЭЦВМ. Применяется также активное дублирование некоторых устройств машины или всей машины и проверяется совпадение результатов всех дублеров или большинства из них. Однако метод дублирования также является неэффективным, так как требует для своей реализации большого количества оборудования.

В последнее время в ЭЦВМ стали применять специальные устройства, которые в ходе работы машины проверяют правильность ее функционирования и требуют меньше оборудования, чем требуется в случае дублирования.

В данной работе рассматривается один метод контроля работы устройств, перерабатывающих информацию (УПИ), обладающий достаточно высокой эффективностью.

Рассмотрим общие принципы построения такого устройства, перерабатывающего информацию.

Предположим, что заданы два автомата (m, n) и (m, n_1) [1] с совпадающими множествами входов x с множествами состояний

$$A=(a_1, a_2, \cdots, a_n), \qquad A'=(a'_1, a'_2, \cdots, a'_{n_1})$$

и функциями перехода δ и δ_1 соответственно.

Определение 1. (m, n_1) автомат назовем гомоморфным отображением автомата (m, n), если задано такое однозначное отображение φ A в A', при котором для любых

$$a_i,\ x_j \quad \varphi\,[\delta(a_i,\ x_j)]=\delta_1\,[\varphi(a_i),\ x_j],$$

причем $\varphi(a_{i_0})=a'_{i_0}$.

Для любого автомата существуют два тривиально гомоморфных отображения: первое—тождественное отображение и второе отображение, когда $n_1 = 1$. Нахождение нетривиального гомоморфного отображения автомата является нетривиальной задачей [2-3].

Ясно, что при любом гомоморфном отображении автомата множество его состояний разбивается на n_1 подмножеств. Все элементы каждого подмножества имеют один и тот же образ при гомоморфном отображении.

Определение 2. Разбиение множества состояний автомата на непересекающиеся подмножества назовем гомоморфным разбиением автомата, если оно задается некоторым гомоморфным отображением.

До сих пор мы рассматривали так называемые детерминированные автоматы. Удобно совместно с ними рассмотреть и так называемые вероятностные автоматы. Последние отличаются от (m, n) автоматов тем, что вместо функции перехода для них задается множество чисел p_{ijk} $(i, k = 1, 2, \cdots, n;\ j = 1, 2, \cdots, m)$, для которых $\sum\limits_{k=1}^{n} p_{ijk} = 1$ для всех i и j.

Функционирование автомата происходит следующим образом: когда автомат находится в состоянии a_i и поступает входной сигнал x_j, то автомат переходит в состояние a_k с вероятностью p_{ijk}. Если в вероятностном автомате для любых i, j существует такое $k_0(i, j)$, для которого $p_{ijk_0(i, j)} = 1$, такой вероятностный автомат превращается в обыкновенный детерминированный (m, n) автомат.

В дальнейшем будем рассматривать такие вероятностные автоматы, вероятности переходов которых удовлетворяют следующим условиям. Для каждого i и j существует такое число $k_0(i, j) \leqslant n$, что $p_{ijk_0(i, j)} = 1 - \varepsilon(i, j)$, где $\varepsilon(i, j) \ll 1$.

Такие вероятностные автоматы мы будем обозначать

$$A(m, n, \varepsilon(i, j)).$$

Определение 3. Вероятностный автомат $A(m, n, \varepsilon(i, j))$ назовем искаженным автоматом абстрактного автомата $A(m, n)$, если при $\varepsilon(i, j) = 0$ автомат $A(m, n, \varepsilon(i, j))$ изоморфен автомату $A(m, n)$.

В реальных случаях устройства, перерабатывающие информацию, должны работать как детерминированные автоматы, однако, из-за ненадежности элементов, из которых конструируются эти устройства, они превращаются в соответствующий вероятностный автомат вышеуказанного типа.

Определение 4. Сбоем автомата $A(m, n, \varepsilon(i, j))$ назовем такое его срабатывание, при котором автомат $A(m, n, \varepsilon(i, j))$ под воздействием входного сигнала $x(t)$ из состояния $g(t)$ переходит в состояние $g_1(t+1)$, не совпадающее с состоянием

$$g(t+1) = f[g(t), x(t)].$$

Предположим, что задан некоторый вероятностный автомат $A(m, n, \varepsilon(i, j))$ с внутренними состояниями $G = (g_1, g_2, \cdots, g_n)$, входами $x = (x_1, x_2, \cdots, x_m)$ и функцией перехода $g(t+1) = f[g(t), x(t)]$ для соответствующего детерминированного автомата $A(m, n)$. Построим новый вероятностный автомат $B(m, k, \delta(i, j))$ с внутренними состояниями $R = (r_1, r_2, \cdots, r_k)$, входами $x = (x_1, x_2, \cdots, x_m)$ (могут быть и другие вспомогательные входы), с функцией перехода $r(t+1) = \varphi[r(t), x(t)]$ для соответствующего детерминированного автомата $B(m, k)$.

Определение 5. Автомат $B(m, k, \delta(i, j))$ назовем контрольным автоматом для автомата $A(m, n, \varepsilon(i, j))$, если существует такой автомат $D(m, l)$ $(l > 2)$, который является гомоморфным отображением как для автомата $B(m, k)$, так и для $A(m, n)$. Состояния автоматов A и B назовем инцидентными, если их образы одинаковые.

Пусть автомат $B(m, k, \delta(i, j))$ является контрольным автоматом автомата $A(m, k, \varepsilon(i, j))$, а подмножества состояний $G_1, G_2, \cdots, G_l$ и $R_1, R_2, \cdots, R_l$ являются подмножествами гомоморфного разбиения состояний автоматов $A(m, n)$ и $B(m, k)$ при их отображении на $D(m, l)$ соответственно.

Теперь предположим, что имеется некоторое контрольное устройство C, которое определяет, находятся ли в инцидентных состояниях автоматы $A(m, n, \varepsilon(i, j))$ и $B(m, k, \delta(i, j))$ или нет. В дальнейшем будем предполагать, что устройство C работает без сбоев. При таком предположении в случае, если устройство C показывает неинцидентность состояний автоматов A и B (при условии, что они в начале работы находились в инцидентных состояниях), то при работе автоматов A и B произошел сбой, а в противном случае ничего определенного сказать нельзя. В этом случае можно говорить только о вероятности правильного срабатывания автоматов.

Определение 6. Эффективностью контрольного автомата B относительно автомата A назовем вероятность того, что при совместной работе этих автоматов происшедший сбой автомата A обнаруживается контрольным устройством (т. е. при сбое автомата A инцидентность состояний автоматов A и B нарушается).

Вычислим эффективность контрольного устройства в следующих предположениях:

1. $\varepsilon(i, j) = \varepsilon$ (вероятность того, что в автомате произойдет сбой) $p_{ij/k} = \frac{\varepsilon}{n-1}$ (если $k \neq k_0(i, j)$).

2. $\delta(i, j) = p_B$ (вероятность того, что в контрольном автомате произойдет сбой), $p_{ij/s} = \frac{p_B}{k-1}$ (если $s \neq s_0(i, j)$).

3. В данный момент времени все состояния автомата A равновероятны.

Пусть в момент времени t внутренние состояния автоматов A и B суть $g(t)$ и $r(t)$, тогда при правильной работе системы в момент $t+1$ они должны находиться в состояниях

$$g(t+1)=f[g(t),\ x(t)],\quad r(t+1)=\varphi[r(t),\ x(t)].$$

Предположим, что $g(t+1)\in G_r$, $r(t+1)\in R_l$. Теперь пусть в автомате A произошел сбой, в результате чего его истинное состояние — $g^*\neq g(t+1)$, а истинное состояние автомата B обозначим через r^*.

Сбой будет обнаружен в следующих случаях:

1) $g^*\overline{\in} G_l$, $r^*\in R_l$,

2) $g^*\in G_l$, $r^*\overline{\in} R_l$.

Введем следующие обозначения:

G_i — количество элементов множества $G_i\,(i=1,\ 2,\cdots,\ l)$,

R_i — количество элементов множества $R_i\,(i=1,\ 2,\cdots,\ l)$.

Получим
$$P_g=\sum_{\substack{j=1\\ j\neq l}}\frac{G_j}{n-1}\left[(1-p_B)+p_B\frac{k-R_j}{k-1}\right]+p_B\frac{G_l-1}{n-1}\times$$
$$\times\frac{k-R_l}{k-1}=(1-p_B)\frac{n-G_l}{n-1}+\frac{p_B}{(n-1)(k-1)}\Big\{kG_l-k+R_l-G_lR_l+$$
$$+kn-kG_l-\sum_{j\neq l}G_jR_j\Big\},$$

где P_g — вероятность того, что сбой, имевший место в состоянии g, будет обнаружен.

Умножая P_g на $\frac{1}{n}$ и складывая по всем i, получим:

$$Э_ф=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}P_g=\frac{n-\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{l}G_i^2}{n-1}(1-p_B)+\frac{p_B}{(n-1)(k-1)}\Big\{k(n-1)-$$
$$-\left(1-\frac{2}{n}\right)\sum_{i=1}^{l}G_iR_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{l}G_i^2R_i\Big\}=\frac{n^2-\sum\limits_{i=1}^{l}G_i^2}{n(n-1)}+\frac{p_B}{(n-1)(k-1)}\Big\{n-$$
$$-k+\frac{k-1}{n}+\frac{k-1}{n}\sum_{i=1}^{l}G_i^2-\left(1-\frac{2}{n}\right)\sum_{i=1}^{l}G_iR_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{l}G_i^2R_i\Big\}.$$

Исследования этой формулы показывают, что $Э_ф$ получает максимальное значение при одинаковых R_i и G_i; кроме того, так как мы рассматриваем такие автоматы, для которых $p_B\ll 1$, то будет иметь место следующая формула:

$$Э_{ф\,\max}\approx\frac{n(l-1)}{l(n-1)}.$$

Из этой формулы следует, что чем больше l, тем эффективность больше, а это означает, что чем меньше в группах G_i - элементов, тем лучше. Задача построения контрольного автомата имеет тривиальные решения (например, дублирование). Вопрос заключается в том, чтобы построить контрольный автомат существенно меньшей сложности, чем сам автомат A, но с достаточно высокой эффективностью.

n \ l	2	3	4	5	6	7	9	15	31	63	$\frac{n}{4}$	$\frac{n}{2}$
4	0,67	0,89	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	0,56	0,74	0,83	0,89	0,92	0,95	0,99	—	—	—	—	—
100	0,51	0,67	0,76	0,81	0,84	0,86	0,90	0,94	0,98	0,99	0,99	—
1000	0,50	0,67	0,75	0,80	0,83	0,86	0,89	0,93	0,97	0,98	0,996	0,9
10^n	0,50	0,67	0,75	0,80	0,83	0,86	0,89	0,93	0,97	0,98	1,000	1,0

Из этой таблицы видно, что при больших n ($n > 100$) эффективность контрольного автомата почти не зависит от сложности (количества состояний автомата) контролируемого автомата. Причем, можно будет достаточно эффективно ($Э_ф = 0{,}93$) контролировать данный автомат контрольным автоматом, имеющим не более 15-ти состояний. В случае 63 состояний можно контролировать с эффективностью 0,98

Дальнейшее увеличение количества состояний (т. е. сложность) контрольного автомата увеличивает эффективность лишь на 2%, что не существенно.

Совместную работу этих трех автоматов (A, B, C) можно представить следующим образом. Предположим, что начальные состояния автоматов A и B являются инцидентными.

В каждый дискретный момент времени возбуждается один из входов x_i ($i = 1, 2, \cdots, m$), в результате чего автоматы A и B переходят в следующие состояния, которые по условию (если сбой не происходит) являются инцидентными. Теперь можно предположить два случая:

а) контрольное устройство C после каждого такта проверяет, находятся ли автоматы A и B в инцидентных состояниях или нет;

б) контрольное устройство C не после каждого, а после определенного количества тактов производит проверку инцидентности состояний автоматов A и B.

В электронно-вычислительных машинах в качестве автоматов могут быть рассмотрены любые регистры, перерабатывающие информацию (регистры арифметических и других устройств ЭЦВМ), или целые устройства, перерабатывающие информацию.

Каналы, по которым проходят импульсы, выполняющие микрооперации, можно принять за входы этих автоматов.

Определение 7. (m, n) автомат назовем арифметическим, если его функция переходов задается следующим образом:

$$\delta(a_i, x_l) = a_{i+l} \pmod{n}.$$

Как было доказано в [3], для арифметических автоматов изложенный способ контроля сводится к методу контроля по вычетам, который заключается в следующем. Состояния автомата A подразделяются на группы по признаку их сравнимости по $\mathrm{mod}\,p$, а именно: в одну группу собираются числа, сравнимые по $\mathrm{mod}\,p$ с числом i $(i = 1, 2, \cdots, p-1)$. При этом числа i принимаются за состояния контрольного автомата B. Контрольное устройство C проверяет на сравнимость состояния автоматов A и B. Этот вопрос подробно изучен в [4].

Ա. Վ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ԱՎՏՈՄԱՏՆԵՐԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԸ ՎԵՐԱՀՍԿԵԼՈՒ ԷՖԵԿՏԻՎ ՄԵԹՈԴ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում նկարագրված է ավտոմատի աշխատանքի վերահսկելու մեթոդ, վերջինիս գոմոմորֆ պատկերի միջոցով։ Ցույց է տրված, որ այդ մեթոդը ունի նույն էֆեկտիվությունը, ինչ որ կրկնօրինակումը, սակայն օգտագործում է էապես պակաս քանակությամբ լրացուցիչ սարքավորում։ Այս վերջին հանգամանքի շնորհիվ նշված մեթոդը հնարավոր է լինում կիրառել էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենաների աշխատանքը վերահսկելու համար։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Глушков В. М.* Синтез цифровых автоматов, М., 1962.
2. *Hartmanis J.* On the state assignment problem for seguential machines I; „IRE Trans. Electronic Comput." 1961, 10, № 2, 157—165.
3. *Петросян А. В., Шукурян Ю. Г.* О разбиении автомата, Труды Вычислительного центра АН АрмССР и ЕрГУ, II, Ереван, 1964, 51—60.
4. *Петросян А. В., Мнацаканян Б. С.* Автоматический контроль функционирования электронно-цифровых вычислительных машин, „Изв. АН СССР", „Техническая кибернетика", № 1, 1964.