

А. В. ПЕТРОСЯН, Ю. Г. ШУКУРЯН

О РАЗБИЕНИИХ АВТОМАТОВ

§ 1. Автоматы и их сложность

Определение 1. Абстрактным (m, n, p) автоматом Мура называется совокупность шести объектов [1]: конечного множества $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ входных сигналов, называемого входным алфавитом автомата; конечного множества $Y = (y_1, y_2, \dots, y_p)$ выходных сигналов, называемого выходным алфавитом автомата; произвольного множества $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, называемого множеством состояний автомата; элемента $a_0 \in A$, называемого начальным состоянием автомата, и двух функций $\delta(a, x)$ —функции переходов, $\lambda(a)$ —функции выхода, задающих однозначные отображения множества пар (a, x) и (a) , где $a \in A, x \in X$ в множества A и Y .

Закон функционирования автомата в дискретные моменты времени $t = 0, 1, 2, \dots$ обычно задается:

1. Системой двух функций:

$$a(t) = \delta(a(t-1), x(t)),$$

$$y(t) = \lambda(a(t)),$$

где $a(t)$ — состояние автомата в момент времени t ,
 $a(t-1)$ — состояние автомата в момент времени $t-1$,
 $y(t)$ — выходной сигнал, появляющийся на выходе автомата в момент времени t ,
 $x(t)$ — входной сигнал, поданный на автомат в момент времени t .

2. Таблицей переходов, в которой строки обозначаются входными сигналами, а столбцы — состояниями (рис. 1).

На пересечении x_i -й строки и a_j -го столбца ставится соответствующее значение $\delta(a_j, x_i)$ функции переходов. Над каждым состоянием a_j автомата, обозначающим тот или иной столбец таблицы, стоит соответствующий этому состоянию сигнал $\lambda(a_j) \in Y$.

	y_{i_1}	y_{i_2}			y_{i_n}
	a_1	a_2			a_n
x_1	a_{11}	a_{21}			a_{n1}
x_2	a_{12}	a_{22}			a_{n2}
---	---	---	---	---	---
x_m	a_{1m}	a_{2m}			a_{nm}

Рис. 1.

3. Направленным графом, ребра (входы) которого входят в вершины (состояния), обозначенные выходными сигналами, отвечающими этим состояниям.

Если при табличном задании функционирования автомата на каждом месте таблицы обязательно стоит один и только один элемент множества A , то такой автомат называется однозначным и полностью определенным.

Автомат называется автоматом с полной системой выходов, если существует взаимно однозначное соответствие между множествами A и Y .

Ниже будут рассмотрены исключительно однозначные с полной системой выходов и полностью определенные автоматы. Для простоты их будем называть (m, n) -автоматами.

Синтез автомата, как известно, состоит из двух этапов: абстрактного синтеза и структурного синтеза [1]. На этапе абстрактного синтеза определяются объем памяти автомата и закон его функционирования. Структурный же синтез заключается в построении структурной схемы (логической сети), реализующей данный закон функционирования из некоторой заданной полной системы элементов $\{m_i\}$.

Однако, вообще говоря, автомат может быть реализован различными структурными схемами над $\{m_i\}$. Поэтому естественно возникает вопрос о построении оптимальной (с точки зрения сложности, стоимости и надежности, или других признаков) схемы.

В ряде работ [2-4] исследовались вопросы синтеза автоматов именно с этой точки зрения и были получены асимптотические оценки сложности схем.

В работе [4], в частности, для сложности схем получен следующий результат. Положим, что задана некоторая полная система элементов $\{m_i\}$, из которых синтезируется автомат. Каждой схеме ставится в соответствие некоторое положительное число $L\{m_i\}$, называемое сложностью данной схемы. Сложность других схем, состоящих из элементарных схем, вычисляется по формуле

$$L(sx.) = \sum_i L(m_i) n_i,$$

где n_i — число элементарных схем m_i , входящих в данную схему. Предположим, что задан некоторый (m, n, p) -автомат A , тогда сложностью данного автомата относительно системы $\{m_i\}$ назовем число

$$L(A) = \min_{\{m_i\}} L(sx. \text{ для } A),$$

где $\{m_i\}$ — множество схем, реализующих A .

В указанной работе [4] для числа

$$L(m, n, p) = \max L(A)$$

по всем (m, n, p) -автоматам получена следующая асимптотическая оценка

$$L(m, n, p) \sim \rho \frac{2^M \cdot n}{M+N} P + \rho \frac{(2^M - 1)n}{M+N} N, \quad (1)$$

где числа M, N, P определяются из следующих неравенств:

$$2^{M-1} < m \leq 2^M, \quad 2^{N-1} < n \leq 2^N, \quad 2^{P-1} < p \leq 2^P,$$

а число ρ — параметр, характеризующий систему $\{m_i\}$.

Для (m, n) автоматов получим

$$L(m, n) \sim \rho \frac{N}{M+N} (2^{M+1} - 1) n.$$

Если учесть, что $N \sim \lg_2 n$, то получим

$$L(m, n) \sim \rho [2^{M+1} - 1] \frac{n \lg_2 n}{M + \lg_2 n} \quad (2)$$

§ 2. Гомоморфное отображение автоматов

Предположим, что заданы два автомата (m, n) , (m, n_1) с множеством состояний $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, $A' = (a'_1, a'_2, \dots, a'_{n_1})$ и функциями перехода δ и δ_1 соответственно и общим множеством входов X .

Определение 2. (m, n) -автомат назовем гомоморфным отображением автомата (m, n) , если задана такое однозначное отображение $\varphi: A \rightarrow A'$, при котором для любых a_i, x_j , если $\varphi(a_i) = a'_i$, то $\varphi[\delta(a_i, x_j)] = \delta_1[\varphi(a_i), x_j]$.

Для любого автомата существуют два тривиальных гомоморфных отображения: первое — тождественное отображение, которое обозначим через 1, и второе отображение, которое обозначим через 0, когда $n_1 = 1$, т. е. автомат без памяти является гомоморфным отображением любого автомата.

Нахождение нетривиального гомоморфного отображения автомата является практически необходимой, но нетривиальной задачей. В работе [5] рассматривается некоторое применение нетривиальных го-

гоморфных отображений автоматов для построения эффективного контроля работы последних.

Ясно, что при любом гомоморфном отображении автомата множество его состояний разбивается на n_1 -подмножеств. Все элементы каждого подмножества имеют один и тот же образ при гомоморфном отображении.

Определение 3. Разбиение множества состояний автомата на непересекающиеся подмножества назовем гомоморфным разбиением автомата, если оно задается некоторым гомоморфным отображением.

Для нахождения нетривиального гомоморфного разбиения берется какая-нибудь пара состояний a_i и a_j . Выписываются i -й и j -й столбцы из таблицы переходов.

Образуются подмножества состояний следующим образом: в одно и то же подмножество объединяются все те пары состояний (строки), которые пересекаются друг с другом. Для каждого из образовавшихся подмножеств выписываются столбцы, соответствующие состояниям, входящим в эти подмножества. Отбрасываются из вновь образовавшихся строк (подмножеств состояний) все те строки, которые целиком содержатся в какой-либо другой строке. Повторяется образование подмножеств состояний объединением пересекающихся строк.

Если при конечном числе указанных действий оказывается, что множество всех состояний автомата разбилось на непересекающиеся подмножества, то это означает образование гомоморфного разбиения на множестве состояний автомата.

Для образования всех возможных гомоморфных разбиений нужно перебрать всевозможные пары состояний.

Определение 4. Пересечением двух разбиений π_1 и π_2 называется такое разбиение $\pi_1 \cdot \pi_2$, которое получается теоретико-множественным произведением любого подмножества разбиения π_1 со всеми другими с ним пересекающимися подмножествами разбиения π_2 .

Определение 5. Объединением двух разбиений π_1 и π_2 называется такое разбиение $\pi_1 + \pi_2$, которое получается последовательным объединением всех пересекающихся подмножеств разбиений π_1 и π_2 .

Пример 1. Если множество состояний автомата есть

$$A = (a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$$

и

$$\pi_1 = \{(a_0, a_1); (a_2, a_3); (a_4, a_5, a_6)\},$$

$$\pi_2 = \{(a_0, a_2); (a_1, a_3); (a_4, a_5); (a_6)\}$$

являются некоторыми разбиениями данного автомата, то пересечение и объединение этих двух разбиений соответственно будут

$$\pi_1 \cdot \pi_2 = \{(a_0); (a_1); (a_2); (a_3); (a_4, a_5); (a_6)\},$$

$$\pi_1 + \pi_2 = \{(a_0, a_1, a_2, a_3); (a_4, a_5, a_6)\}.$$

В работе [9] доказывается следующая теорема, которая позво-

ляет образовать гомоморфные разбиения из уже известных гомоморфных разбиений без использования таблицы переходов автомата.

Теорема 1. Если π_1 и π_2 гомоморфные разбиения множества состояний автомата, то $\pi_1 \cdot \pi_2$ и $\pi_1 + \pi_2$ являются тоже гомоморфными разбиениями.

§ 3. Основная теорема о разбиении автоматов

Предположим, что задано некоторое множество автоматов $[(m, n_1); (m, n_2), \dots, (m, n_k)]$ с состояниями $A_i = (a_1^{(i)}, a_2^{(i)}, \dots, a_{n_i}^{(i)})$, функциями переходов $\delta_i(a^{(i)}, x)$ ($i = 1, 2, \dots, k$) и общим множеством входов $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$.

Определение 6. Композицией автоматов $(m, n_1), (m, n_2), \dots, (m, n_k)$ назовем автомат (m, n) , состояниями которого a_i являются всевозможные группы состояний автоматов $(m, n_1), (m, n_2), \dots, (m, n_k)$: $a_i = a_{i_1 i_2 \dots i_k} = (a_{i_1}^{(1)}, a_{i_2}^{(2)}, \dots, a_{i_k}^{(k)})$, а множество входов совпадает с X .

Функция переходов $\delta(a, x)$ автоматов (m, n) определяется следующим образом:

$$\delta(a_{i_1 i_2 \dots i_k}, x) = [\delta_1(a_{i_1}^{(1)}, x), \delta_2(a_{i_2}^{(2)}, x), \dots, \delta_k(a_{i_k}^{(k)}, x)],$$

или, обозначив функцию, выделяющую индекс состояния a_i через фигурные скобки, т. е. $i = \{a_i\}$, имеем

$$\delta(a_{i_1 i_2 \dots i_k}, x) = a_{\{\delta_1(a_{i_1}^{(1)}, x)\} \{\delta_2(a_{i_2}^{(2)}, x)\} \dots \{\delta_k(a_{i_k}^{(k)}, x)\}}. \quad (3)$$

Из этого определения следует, что количество состояний автомата (m, n) суть $n = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$. Положим, что на множестве состояний некоторого автомата (m, n) существует k различных гомоморфных разбиений. Обозначим через $\pi_i = \{\sigma_1^{(i)}, \sigma_2^{(i)}, \dots, \sigma_{n_i}^{(i)}\}$ i -е гомоморфное разбиение ($i = 1, 2, \dots, k$), а $\delta_i(\sigma_j^{(i)}, x)$ — функцию переходов разбиения π_i , задающую однозначное отображение множества пар $(\sigma_j^{(i)}, x)$ в множество $(\sigma^{(i)})$.

Теперь нетрудно доказать следующую теорему.

Теорема 2. Для того чтобы данный автомат (m, n) являлся композицией K автоматов $(m, n_1), (m, n_2), \dots, (m, n_k)$, где $n = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$ необходимо и достаточно, чтобы на множестве состояний (m, n) — автомата существовало k различных гомоморфных разбиений таких, что

$$\bigcap_i \pi_i = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, k). \quad (4)$$

Необходимость. Пусть автомат (m, n) является композицией автоматов $(m, n_1), (m, n_2), \dots, (m, n_k)$. Покажем, что при этом существует указанное множество гомоморфных разбиений и выполняется условие (4). В группу $\sigma_j^{(i)}$ ($j = 1, 2, \dots, n_i$) ($i = 1, 2, \dots, k$) объединим все те состояния (m, n) автомата, которым соответствует фиксированное состояние $a_j^{(i)}(m, n_i)$ — автомата при произвольных состояниях остальных автоматов. Для каждого конкретного i таких групп будет n_i . Эти груп-

пы будут представлять собой подмножества некоторого гомоморфного разбиения π_l . Число таких разбиений равно k .

Покажем, что эти разбиения суть гомоморфные разбиения. Рассмотрим два конкретных состояния из подмножества $\sigma_j^{(l)}$ разбиения π_l : $a_{i_1 i_2 \dots i_{l-1} j l+1 \dots l_k}$ и $a_{i_1 i_2 \dots i_{l-1} j' l+1 \dots l_k}$. Тогда для любого $x_r \in X$ имеем

$$\begin{aligned} & \delta(a_{i_1 i_2 \dots i_{l-1} j l+1 \dots l_k}, x_r) = \\ &= a_{\{ \delta_1(a_{i_1}^{(1)}, x_r) \} \{ \delta_2(a_{i_2}^{(2)}, x_r) \} \dots \{ \delta_{l-1}(a_{i_{l-1}}^{(l-1)}, x_r) \} \{ \delta_l(a_j^{(l)}, x_r) \} \dots \{ \delta_k(a_{i_k}^{(k)}, x_r) \} \}}, \\ & \delta(a_{i_1 i_2 \dots i_{l-1} j' l+1 \dots l_k}, x_r) = \\ &= a_{\{ \delta_1(a_{i_1}^{(1)}, x_r) \} \{ \delta_2(a_{i_2}^{(2)}, x_r) \} \dots \{ \delta_l(a_{j'}^{(l)}, x_r) \} \dots \{ \delta_k(a_{i_k}^{(k)}, x_r) \} \}} \end{aligned}$$

Так как состояния в правой части находятся в одном и том же подмножестве, то согласно определению 3 построенное разбиение является гомоморфным.

Чтобы доказать соотношение $\bigcap_l \pi_l = 1$, обратим внимание на то, что состояние $a_{i_1 i_2 \dots i_k}$ принадлежит одновременно k подмножествам $\sigma_l^{(1)}, \sigma_l^{(2)}, \dots, \sigma_l^{(k)}$, т. е. определяется их пересечением. Понятно, что всевозможных пересечений будет $n_1 \cdot n_2 \dots n_k = n$ и соответствие пересечений состояниям будет однозначным.

Достаточность. Предположим, что условия теоремы выполнены. Покажем, что при этом (m, n) -автомат является композицией автоматов $(m, n_1), (m, n_2), \dots, (m, n_k)$.

Согласно (4), каждому пересечению подмножеств $\sigma_{i_1}^{(1)}, \sigma_{i_2}^{(2)}, \dots, \sigma_{i_k}^{(k)}$ соответствует одно состояние a_i автомата (m, n) . Обозначим его $a_i = a_{i_1 i_2 \dots i_k}$. Тогда

$$\delta(a_{i_1 i_2 \dots i_k}, x) = a_{i_1 i_2 \dots i_k},$$

где

$$i_j = \{ \delta_j(\sigma_{i_j}^{(j)}, x) \}$$

(фигурные скобки означают функцию, выделяющую индекс подмножества $\sigma_{i_j}^{(j)}$).

Но так как каждое гомоморфное разбиение π_l задает некоторое гомоморфное отображение (m, n_l) с функцией переходов δ_l -автомата (m, n) , то, ясно, что последний является композицией $(m, n_1), (m, n_2), \dots, (m, n_k)$ -автоматов.

§ 4. Арифметические автоматы и их разбиения

Определение 7. (m, n) автомат назовем арифметическим, если его функция переходов задана следующим образом:

$$\delta(a_i, x_j) = a_{i+j} \pmod{n}$$

$$\begin{matrix} (i=0, 1, 2, \dots, n-1) \\ (j=0, 1, 2, \dots, m-1) \end{matrix}$$

Теорема 3. Если существует гомоморфное отображение арифметического (m, n) -автомата на (m, n_1) -автомат, то n кратно n_1 , и номера всех состояний, являющихся прообразом одного и того же состояния автомата (m, n_1) , принадлежат к одному и тому же остаточному классу по модулю n_1 .

Доказательство. Данное гомоморфное отображение задает некоторое гомоморфное разбиение состояний автомата (m, n) . Подмножества, на которые разбиваются состояния (m, n) -автомата, обозначим через $\{y_i\}$ ($i=0, 1, \dots, n-1$). Подмножество, содержащее состояние a_0 , обозначим через $\{y_0\}$. Покажем, что $\{y_0\}$ не может состоять лишь из одного состояния a_0 . Положим, что $\{y_0\}$ состоит лишь из a_0 . Тогда невозможно, чтобы какие-либо два состояния a_i и a_j ($i \neq j$) входили в одно и то же подмножество заданного разбиения, так как это означало бы, что состояния

$$\delta(\delta(a_i, x_1), x_1), \dots, x_1) = a_0$$

(n-i) раз

и

$$\delta(\delta(a_j, x_1), x_1), \dots, x_1) = a_{j+n-i} \pmod{n}$$

(n-i) раз

должны находиться также в одном и том же подмножестве разбиения. Но так как $j \neq i$, то $j+n-i \not\equiv 0 \pmod{n}$ и поскольку вместе с a_0 , по предположению, никакое другое состояние не может содержаться в $\{y_0\}$, то мы приходим к тривиальному разбиению.

Рассмотрим подмножество $\{y_0\}$. Положим a_{i_1} есть состояние такое, что $i_1 > 0$, но меньше всех остальных номеров состояний, входящих в $\{y_0\}$. Покажем, что в $\{y_0\}$ входят все те и только те состояния, номера которых кратны i_1 по модулю n .

Действительно,

$$\delta(\delta(a_0, x_1), x_1), \dots, x_1) = a_{i_1},$$

i_1 раз

$$\delta(\delta(a_{i_1}, x_1), x_1), \dots, x_1) = a_{2i_1}$$

i_1 раз

и так как a_0 и $a_{i_1} \in \{y_0\}$, то и $a_{2i_1} \in \{y_0\}$. Аналогично $a_{ki_1} \in \{y_0\}$. Положим, что существует некоторое состояние $a_{i_r} \in \{y_0\}$ такое, что i_r не кратно i_1 , т. е.

$$i_r = i_1 k_r + r < n, \text{ где } r < i_1, k_r - \text{целое.}$$

Тогда

$$\delta(\delta(a_{i_1 k_r}, x_1), x_1), \dots, x_1) = a_0,$$

(n-i_1 k_r) раз

$$\delta(\delta(a_{i_1 k_r + r}, x_1), x_1), \dots, x_1) = a_r$$

(n-i_1 k_r) раз

и, согласно определению гомоморфного разбиения, $a_r \in \{y_0\}$, что неверно, так как $r > i_1$.

Поскольку число состояний в $\{y_0\}$ конечно, то существует такое целое k , что $ki_1 < n$, но $(k+1)i_1 > n$. Так как в $\{y_0\}$ входят все состояния, номера которых кратны i_1 , то номер $ki_1 + i_1 - n$, определяющий состояние $a_{ki_1 + i_1 - n}$ должен совпасть с одним из номеров $0, i_1, 2i_1, \dots$.

Положим, что $ki_1 + i_1 - n = qi_1 < n$, где $q > 0$.

Тогда $ki_1 = qi_1 + n - i_1 > n$,

$$ki_1 < n,$$

но

$$q = 0 \text{ и } ki_1 + i_1 - n = 0.$$

поэтому

Из последнего выражения следует делимость n на i_1 .

Покажем, что $i_1 = n_1$. Положим, что $i_1 = s < n_1 - 1$, где s — некоторое положительное целое число. Тогда распределение состояний по подмножествам будет

$$\{y_0\} a_0 a_s a_{2s} \dots a_{ks},$$

$$\{y_1\} a_1 a_{s+1} a_{2s+1} \dots a_{ks+1},$$

$$\dots$$

$$\{y_{s-1}\} a_{s-1} a_{s-1+s} a_{s-1+2s} \dots a_{s-1+ks}.$$

По условию теоремы число подмножеств $\{y_i\}$ равно n_1 , поэтому $i_1 = n_1$. Как видно, номера входящих в i -е подмножество состояний совпадают со значениями функции $i + n_1 t$ ($t = 0, 1, \dots, k$), т. е. являются сравнимыми по модулю n_1 .

Известно, что для арифметических устройств, работающих в системе счисления в остатках (по составному модулю), необходима взаимная простота составляющих модулей. Поэтому, исходя из доказанной теоремы, можно сказать что числа n_i (теорема 2) должны быть в этом частном случае взаимно простыми.

§ 5. Оценка сложности для композиции автоматов

В § 1 для (m, n) -автоматов приведена полученная в работе [4] оценка сложности (2). Покажем, что если данный (m, n) -автомат представим в виде композиции автоматов $(m, n_1), (m, n_2), \dots, (m, n_k)$ таких, что $n_1 n_2 \dots n_k = n$, то такая реализация (m, n) -автомата дает лучшую оценку по сравнению с (2).

Имеем

$$L^*(m, n) = \sum_i L(m, n_i) \quad (i = 1, 2, \dots, k),$$

где $L^*(m, n)$ — функция $L(m, n)$ при указанном способе реализации (m, n) -автомата.

Согласно (2),

$$L^*(m, n) \sim \rho [2^{M+1} - 1] \sum_i \frac{n \lg_2 n_i}{M + \lg_2 n_i}.$$

Представим (2) в виде

$$L(m, n) \sim \rho [2^{M+1} - 1] \sum_i \frac{n_i g_2^{n_i}}{M + \lg_2 n},$$

так как

$$\frac{n}{M + \lg_2 n} > \frac{n_i}{M + \lg_2 n_i} \text{ и } n_i \geq 2,$$

то

$$\frac{n \lg_2 n_i}{M + \lg_2 n_i} > \frac{n_i \lg_2 n_i}{M + \lg_2 n_i},$$

поэтому

$$L^*(m, n) < L(m, n).$$

Это неравенство существенно усиливается при больших n , например, когда $\lg_2 n \gg M$ и $n_i \approx \sqrt[k]{n} = r$. Тогда $\frac{r^{k-1}}{k} L^*(m, n) \sim L(m, n)$.

Указанный метод синтеза фактически применяется в арифметических устройствах, работающих в системе счисления в остатках. Здесь каждое число представляется своими остатками по модулям $m_1, m_2, \dots, m_k$ ($\prod m_i = m$) и действия выполняются над ними.

По сути дела, арифметическое устройство состоит из k -автоматов, работающих по модулям m_i ($i = 1, 2, \dots, k$), более простых, нежели арифметическое устройство по модулю m .

Известно, что увеличение быстродействия автомата в ν раз приводит к увеличению оборудования во столько же раз [1] (например, при переходе от АУ последовательного действия к параллельным АУ). Возможно, что в тех случаях, когда ограничения не допускают увеличения быстродействия автомата, реализованного не параллельно работающими автоматами, рассмотренный метод синтеза, удовлетворяя поставленным ограничениям, одновременно даст возможность увеличения быстродействия.

Поступило 5.XII.1963

Ա. Վ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Յ. Հ. ՇՈՒԲԻՆՍԿԻ

ԱՎՏՈՄԱՏՆԵՐԻ ՎԵՐԼՈՒԾՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա մ Վ ի Ն Վ ի Ն ի մ

Հողվածում ուսումնասիրվում են արատրակտ ավտոմատների ավելի քիչ քանակությամբ վիճակների ունեցող մի քանի արատրակտ ավտոմատների վերլուծության հարցերը:

Հայտնի է, որ արատրակտ ավտոմատի կառուցման բարդությունն արագ աճում է, վերջինիս վիճակների քանակի աճման հետ միասին, այդ տեսակետից, եթե հաջողվի տվյալ բարդ ավտոմատը վերլուծել ավելի քիչ քանակությամբ վիճակների ունեցող մի քանի արատրակտ ավտոմատների խմբի, ապա վերջինիս կառուցումը էապես կհեշտանա:

Ստացված է արտարակտ ավտոմատի լինելու թիվն անհրաժեշտ և բավարար պայման:

Այնուհետև ցույց է տրված, որ թվաբանական արտարակտ ավտոմատների լինելու թիվները կատարվում է միայն և միայն մնացածների սխեմայով:

Л И Т Е Р А Т У Р А

- ¹ Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., Физматгиз, 1962.
- ² Shannon C. E. The synthesis of two-terminal switching circuits. BSTI. 1949, v. 28, № 1, p. 59—98.
- ³ Лупанов О. Б. Об одном методе синтеза схем. „Изв. высш. учеб. завед.“, „Радио-физика“. № 1, 1958.
- ⁴ Кобринский Н. Е. и Трахтенброт Б. А. Введение в теорию конечных автоматов. М., Физматгиз, 1962. стр. 347—394.
- ⁵ Петросян А. В. и Мнацаканян Б. С. Эффективный контроль ЭЦВМ. „Изв. Акад. наук СССР“. „Техническая кибернетика“.
- ⁶ Hartmanis I. On the state assignment problem for sequential machines. I. „JRE Trans. Electronic Comput“. 1961, 10, № 2, p. 157—165.