

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Cohen, M. N., 173, 279, 1975
2. D. A. Allen, M. N. 161, 145, 1973
3. G. H. Herbig, Ap. J., Suppl. ser., 4, 337, 1960
4. T. Simon, N. D. Morrison, S. C. Wolf, D. Morrison, Astron. Astrophys., 20, 49, 1972.
5. M. Cohen, M. N. 161, 85, 1973.

УДК 523.841

ФОРМА КВАНТОВЫХ ВИХРЕВЫХ НИТЕЙ ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗДАХ

Во вращающемся цилиндрическом сосуде, заполненном сверхтекучей жидкостью, при угловых скоростях $\Omega > \Omega_{cr}$ образуются вихревые нити, параллельные оси вращения [1]. Возникает вопрос о том, какую форму имеют эти нити, если вращающийся сосуд имеет форму сферы радиуса R . Важность ответа на этот вопрос связана с тем, что во вращающихся нейтронных звездах, имеющих почти сферическую форму, нейтроны и протоны могут находиться в сверхтекучем состоянии [2] и образовывать вихревые нити неизвестной формы. Неизвестна также форма вихревых нитей сверхтекучего гелия в опытах Цакадзе [3], в которых имитировалась модель нейтронной звезды и было рассмотрено поведение вихревых нитей во вращающемся сферическом стеклянном сосуде, заполненном жидким гелием.

Из-за симметрии задачи вблизи экваториальной плоскости вихревые нити будут прямыми линиями, перпендикулярными этой плоскости. Написав свободную энергию для бесконечно тонкого слоя вблизи экваториальной плоскости и найдя ее минимум, мы можем определить распределение скоростей на экваториальной плоскости [4]. Частицы жидкости вращаются вокруг центра вихревых нитей со скоростью

$$v = \frac{\kappa}{2\pi} \frac{1}{r}, \quad \kappa = \frac{2\pi\hbar}{m},$$

где r — расстояние частицы от центра вихревой нити, а сама вихревая нить вращается со скоростью $v = [\Omega r]$ вокруг оси вращения сосуда (r — расстояние вихря от оси вращения). Тогда дополнительная энергия вихревой особенности, приходящаяся на бесконечно малый элемент длины ds , равна

$$dE_k = \nu_s \frac{\kappa^2}{8\pi} \ln \frac{b^2}{a^2} ds, \quad (1)$$

где ρ_s — плотность сверхтекучей компоненты, a — радиус ствола вихря, а b — среднее расстояние между вихрями, которое выражается через плотность вихрей на экваториальной плоскости по формуле [4]

$$\pi b^2 = \frac{1}{N} = \frac{\kappa}{2\Omega}, \quad (2)$$

где Ω — угловая скорость вращения.

Внутренняя энергия единицы длины вихревой нити логарифмически зависит от отношения b/a , следовательно, она не зависит от широты звезды и ее можно считать постоянной. Далее из требования о том, что вихревые нити, выходящие из экваториальной плоскости, оставались в той же плоскости $\{\rho z\}$ (что вытекает из аксиальной симметрии задачи), получаем, что макроскопическая скорость вихрей во всех точках равна $\bar{v} = [\frac{\Omega}{2\pi}]$.

Подсчитаем энергию жидкости, приходящуюся на одну вихревую нить. Она складывается из дополнительной энергии вихревой особенности, равной

$$E_{\text{вн}} = \int_{-z_0}^{z_0} \frac{\rho_s \bar{v}^2}{8\pi} \ln \left[\frac{z}{2\pi a^2 \Omega} \right] \sqrt{1 + \rho'^2} dz, \quad (3)$$

где z_0 есть z -координата точки пересечения вихревой нити с поверхностью шара, функция $\rho(z)$ — искома форма вихревой нити и энергии вращения жидкости как целого вокруг оси вращения, которую можно определить по формуле

$$E_{\text{вн}} = \int_{-z_0}^{z_0} \frac{\rho_s \bar{v}^2}{2} \Delta S_z dz. \quad (4)$$

Площадь ΔS_z , занимаемую одной вихревой нитью, находим из условия

$$\begin{aligned} \int \text{rot } \bar{v} d\bar{s} &= 2\Omega \Delta S_z = \kappa, \\ \Delta S_z &= \pi b^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставляя в (4) $\bar{v} = [\frac{\Omega}{2\pi}]$ и ΔS_z , полученное из (5), окончательно имеем:

$$E_{\text{вн}} = \int_{-z_0}^{z_0} \frac{\rho_s}{4\Omega} \rho'^2 \Omega^2 dz. \quad (6)$$

Полная энергия будет:

$$E(\rho) = \int_{-z_0}^{z_0} \frac{\rho_0}{4\pi} \rho^2(z) \Omega^2 dz + \int_{-z_0}^{z_0} \frac{\rho_0^2}{8\pi} \ln \left| \frac{z}{2\pi a^2 \Omega} \right| \left[1 - \frac{1}{\rho'^2} \right] dz, \quad (7)$$

где $\rho' = d\rho/dz$. Искомую функцию $\rho(z)$ можно найти из требования минимальности энергии $E[\rho]$. При этом нужно учесть, что требование непересекаемости вихревых нитей приводит к условию

$$\int_{-z_0}^{z_0} \ln \rho dz = \text{const.}$$

Условный минимум выражения (7), с учетом того, что подынтегральное выражение не зависит явно от z , приводит к уравнению, определяющему $\rho(z)$,

$$\rho^2(z) + \frac{z(\Omega)}{1 + \rho'^2(z)} = \text{const} + \frac{\Gamma}{\pi\Omega} \ln \rho(z), \quad (8)$$

где

$$z(\Omega) = \frac{z}{2\pi\Omega} \ln \left| \frac{z}{2\pi\Omega a^2} \right|, \quad \Gamma \approx 2\pi\Omega^2 \rho_{\min}^2.$$

$\rho_{\min}$ — координата пересечения вихревой нити с экваториальной плоскостью.

Постоянную интегрирования в (8) определяем из граничного условия на поверхности сферы: вихревая нить должна быть нормальна к поверхности сферы [5]. Поэтому имеем:

$$\rho^2(z) = \rho_0^2 - \left| \frac{1}{1 + \rho'^2} - \frac{|z_0|}{R} \right| z(\Omega) + \frac{\Gamma}{\pi\Omega} \ln \frac{\rho}{\rho_0}, \quad (9)$$

где z_0 и ρ_0 — координаты вихревой нити на поверхности шара. Подставляя в (9) $\rho'(z) = 0$, мы определим координаты пересечения вихревой нити с экваториальной плоскостью:

$$\rho_{\min}^2 = \rho_0^2 - \left| 1 - \frac{|z_0|}{R} \right| z(\Omega) + \frac{\Gamma}{\pi\Omega} \ln \frac{\rho_{\min}}{\rho_0}. \quad (10)$$

Так как $z(\Omega)$ — достаточно малая величина, то почти по всему объему шара вихревые нити проходят параллельно оси вращения. Они загибаются в сторону поверхности звезды у самой поверхности, и смещение $\Delta\rho = \rho_0 - \rho_{\min}$ равняется

$$\Delta\rho = \left[\left(1 - \frac{|z_0|}{R} \right) \frac{z(\Omega)}{2} \right]^{1/2}. \quad (11)$$

Согласно (11) смещение имеет обратную корневую зависимость от угловой скорости вращения $\Omega^{-1/2}$. С увеличением Ω , Δr уменьшается. Для вихревой нити, проходящей через ось вращения $z_0 = R$, смещение равно нулю ($\Delta r = 0$). Смещение увеличивается с удалением вихревой нити от оси вращения и на расстояниях $\sim R$ становится порядка среднего расстояния между нитями на экваториальной плоскости:

$$\Delta r \approx \left[\frac{z(\Omega)}{2} \right]^{1/2} \approx b.$$

Для нейтронных звезд, вращающихся со скоростью $\Omega = 200 \text{ с}^{-1}$, максимальное смещение меньше 10^{-3} см, т. е. практически нити имеют форму прямых линий, параллельных оси вращения. Этот результат остается в силе и для опытов, описанных в работе [3].

В заключение авторы выражают благодарность Ю. Г. Мамаладзе, который при рецензировании статьи сообщил нам о выводе уравнения (8) другим методом, что привело к переработке первоначального варианта нашей статьи и к дополнению уравнения (8) логарифмическим слагаемым.

The form of quantum vortexes in the rotating neutron stars. The form of superfluid neutron vortexes in the rotating neutron stars are considered. It is shown that they are straight lines parallel to the axis of rotation.

23 апреля 1975

17 ноября 1978

Ереванский государственный
университет

Д. М. СЕДРАКЯН
Г. К. САВВИДИ

ЛИТЕРАТУРА

1. R. P. Feynman, Progress in Low Temperature, vol. I. North Holland Publishing Co., Amsterdam, 1957.
2. В. А. Гинабур, УФН, 103, 393, 1971.
3. Дж. С. Цакодзе, С. Дж. Цакодзе, Письма ЖЭТФ, 18, 605, 1974.
4. И. М. Халатников, Твория сверхтекучести, Наука, М., 1971.
5. Э. А. Андрикошвили, Ю. Г. Мамаладзе, С. Г. Матинян, Д. С. Цакодзе, УФН, 73, 3, 1961.