АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14 НОЯБРЬ, 1978 ВЫПУСК 4

УДК 523.034+523.035

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В СРЕДЕ С ВЫСОКИМ ЛУЧИСТЫМ ДАВЛЕНИЕМ. I. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И СЛУЧАЙ ОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

Г. С. БИСНОВАТЫЙ-КОГАН, С. И. БЛИННИКОВ

Поступила 27 августа 1978

Исследуется распространение и взаимная трансформация акустических и тепловых волн в средах с высоким лучистым давлением. Рассмотрение проводится с помощью уравнений гидродинамики для вещества и уравнений лучистого переноса в движущейся среде (в первом порядке по v/c) в эддингтоновском приближении. Решен ряд модельных задач, проясняющих физику явления: волны в однородной среде со скачком непрозрачности и в среде с переменной непрозрачностью. Получено, что амплитуда смещения наименее затухающего типа волны приблизительно постоянна при прохождении тонкой зоны неоднородности.

1. *Введение.* В астрофизических объектах нередко встречаются условия, когда давление излучения значительно превышает газовое, хотя масса вещества определяется газом. Характерным примером являются массивные звезды, которые хорошо описываются эмденовской политропой $n = 3$ и где отношение β газового давления к лучистому равно [1]

$$\beta = P_g/P_r = \mu^{-1} (18\, \mathfrak{M}_\odot/\mathfrak{M})^{1/2}. \qquad (1)$$

Здесь μ — число нуклонов на одну частицу, для водорода $\mu = 0.5$. Уже при $\mathfrak{M} > 72\, \mathfrak{M}_\odot$ давление излучения больше газового, а для сверхмассивных звезд $\mathfrak{M} > 10^4\, \mathfrak{M}_\odot$, которые используются [2] в качестве модели квазара или ядра галактики, $\beta \ll 1$. Для этих объектов, а также при теоретическом исследовании рентгеновских источников часто рассматривается модель дисковой аккреции на черную дыру [3—6]. При достаточно большой светимости L для центральных областей диска имеет место $\beta \ll 1$.

Характерным свойством областей с преобладанием лучистого давления ($\beta \ll 1$) является конвективная неустойчивость. Для сверхмассивных звезд наличие конвекции следует из условия светового равновесия [2] (см.

также [7]), а конвективная неустойчивость областей с $\beta < 1$ дисковой аккреции была показана в работе [8] (см. также [9]).

Конвекция в подфотосферных слоях звезды или диска неизбежно ведет к появлению механического, волнового потока энергии, который диссипирует, превращаясь в тепло, при малой оптической толщине τ. Это приводит к образованию горячей газовой короны, аналогично солнечной, температура которой T_c много больше фотосферной T_{eff}. При наличии короны в аккреционном диске вокруг черной дыры удается объяснить некоторые особенности излучения источника Cyg X—I [8, 10, 11], причем структура короны в значительной степени может определяться магнитным полем [12]. Возможно также, что рассмотрение корон вокруг сверхмассивных звезд окажется необходимым для объяснения свойств некоторых квазаров или активных ядер.

Поток механической энергии, генерируемый в конвективной зоне, переносится наружу, в слои с $\tau \ll 1$, волнами, звуковыми или альвеновскими и магнитозвуковыми, через внешнюю лучистую область. Если в конвективной зоне и в фотосфере давление излучения пренебрежимо мало, то поток механической энергии (в отсутствие магнитного поля)

$$F_m \simeq \frac{1}{2} \rho v^2 v_s ,$$

где v — скорость вещества в волне, v_s — скорость звука, практически без затухания выходит в область $\tau < 1$. Там происходит превращение волны в ударную, диссипация магнитного поля, и механическая и магнитная энергии идут на нагрев короны. Если $\beta \ll 1$, то лишь небольшая доля потока F_m, генерируемого в оптически толстой области, идет на нагрев короны [8]. Существенное ослабление механического потока энергии при выходе его в прозрачную область в условиях $\beta \ll 1$ связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, при переходе от области $\tau \gg 1$ к $\tau \ll 1$ уменьшается скорость звука, которая внутри связана с давлением излучения, а снаружи при $\tau \ll 1$ с газовым давлением: $v_s(\tau \ll 1)/v_s(\tau \gg 1) \simeq \beta^{1/2}$. Второй причиной уменьшения F_m является сильное затухание звуковых волн, связанное с лучистым трением и лучистой теплопроводностью.

В настоящей работе исследуется распространение звуковых и тепловых волн в среде с $\beta \ll 1$ и перенос механической энергии в прозрачные слои над фотосферой. Все рассмотрение ведется на основе уравнений гидродинамики для вещества и уравнения переноса для излучения, которое используется в эддингтоновском приближении, позволяющем единым образом описать прозрачную и непрозрачную области. Рассматривается плоская геометрия и пренебрегается эффектами сферичности. В уравнении переноса учитываются члены $\sim v/c$, как и в [13, 14]. Работа состоит из двух частей.

В настоящей статье в разделе 2 приводятся основные уравнения. В последующих разделах исследуется распространение волн без магнитного поля в условиях $\beta \ll 1$: волны в однородной среде и в среде со скачком непрозрачности. Рассматривается также распространение волн в среде однородной плотности, но переменной непрозрачности. Аналитические и численные результаты, полученные в настоящей статье для модельных задач, позволяют понять основные свойства волн в рассматриваемых условиях. Получены дисперсионные соотношения и пространственные декременты акустических, тепловых и диффузионных волн и условия их взаимного превращения при наличии неоднородности. Найдено, что если область неоднородности имеет размеры порядка длины акустической газовой волны, то амплитуда смещения наименее затухающей волны по порядку величины сохраняется при прохождении неоднородности.

Следующая статья будет посвящена астрофизическим приложениям полученных результатов.

2. *Постановка задачи и основные уравнения.* а) *Уравнение переноса в движущейся среде и уравнения моментов.*

При выходе волны в прозрачную область необходимо использовать уравнение переноса с учетом движения вещества. В областях с $\tau \gg 1$ достаточно ограничиться уравнениями лучистой теплопроводности, однако при $\tau \ll 1$ поток и плотность лучистой энергии не связаны однозначно и нужно рассматривать, по меньшей мере, эддингтоновское двухмоментное приближение. Уравнение переноса в движущемся веществе с учетом членов $\sim v/c$ было выведено в работах [13, 14] довольно сложным «геометрическим» методом. В [15] сделан более простой вывод этих уравнений, основанный на использовании инвариантов уравнения переноса. В лагранжевой системе координат (m, t), связанной с движущимся веществом, в приближении плоской атмосферы уравнение переноса имеет вид [13—15]

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \mu\rho\frac{\partial I_\nu}{\partial m} - \frac{3\mu^2}{c\rho}\frac{\partial\rho}{\partial t}I_\nu + \frac{\mu^2}{c\rho}\nu\frac{\partial\rho}{\partial t}\frac{\partial I_\nu}{\partial\nu} + \frac{\mu(1-\mu^2)}{c\rho}\frac{\partial\rho}{\partial t}\frac{\partial I_\nu}{\partial\mu} = j_\nu - k_\nu I_\nu. \qquad (2)$$

Здесь I_ν — интенсивность излучения, $\mu = \cos(\widehat{\vec{n}, \vec{z}})$, $\vec{n}$ — направление распространения излучения, j_ν и k_ν — спектральные коэффициенты поглощения и излучения, включая рассеяние, определены в движущейся системе координат. Уравнение неразрывности в лагранжевой системе координат $\partial z/\partial m = 1/\rho$ после дифференцирования примет вид

$$\partial v/\partial z = -(1/\rho)\,\partial\rho/\partial t, \quad v = \partial z/\partial t. \qquad (3)$$

Если кроме чистого поглощения имеет место рассеяние, то можно записать при условии локального термодинамического равновесия (ЛТР) [16]

$$
\begin{gathered}
j_\nu = \alpha_\nu B_\nu(T) + \sigma_\nu \int I_\nu \, d\Omega / 4\pi, \\
k_\nu = \alpha_\nu + \sigma_\nu, \quad \sigma_\nu = \sigma = \sigma_T n_e, \quad \sigma_T = 6.65 \cdot 10^{-25}\ \text{см}^2.
\end{gathered} \tag{4}
$$

Здесь α_ν, σ — коэффициенты поглощения и рассеяния на электронах, $B_\nu(T)$ — функция Планка, n_e — концентрация электронов, σ_T — томсоновское сечение. Рассеяние считается когерентным и изотропным. При рассматриваемых условиях эти приближения являются достаточно хорошими.

Определим моменты:

$$
J_\nu = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} I_\nu \, d\mu, \quad H_\nu = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} I_\nu \mu \, d\mu, \quad K_\nu = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} I_\nu \mu^2 \, d\mu. \tag{5}
$$

Если не интересоваться эффектами, связанными с линиями, то можно усреднить моментные уравнения по частотам. При этом получаются моменты

$$
\begin{gathered}
\int_0^\infty \alpha_\nu J_\nu \, d\nu = \alpha_P J, \qquad \int_0^\infty \alpha_\nu H_\nu \, d\nu = \alpha_R H, \\
J = \int_0^\infty J_\nu \, d\nu, \qquad H = \int_0^\infty H_\nu \, d\nu, \qquad K = \int_0^\infty K_\nu \, d\nu.
\end{gathered} \tag{6}
$$

Здесь α_P и α_R — коэффициенты поглощения, усредненные по Планку и Росселанду. В дальнейших расчетах будем считать α_ν не зависящим от ν (серое приближение) и $\alpha_P = \alpha_R = \alpha$.

Будем решать задачу в эддингтоновском приближении, т. е. положим

$$
K = \frac{1}{3} J. \tag{7}
$$

Это приближение при большой оптической толщине τ выполняется с большой точностью, а при малых τ ошибка невелика, в плоской серой атмосфере при $\tau = 0$ имеем $K = 0.41\, J$ [16, 17]. Окончательно в эддингтоновском приближении уравнения моментов имеют вид:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial J}{\partial t}+\rho\frac{\partial H}{\partial m}-\frac{4}{3c\rho}\frac{\partial\rho}{\partial t}J=\alpha(B-J), \tag{8}$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{3}\rho\frac{\partial J}{\partial m}-\frac{2}{c\rho}\frac{\partial\rho}{\partial t}H=-(\alpha+\sigma)H. \tag{9}$$

Здесь $B(T)=acT^4/4\pi$, $a=7.56\cdot10^{-15}$ CGS.

б) *Гидродинамические уравнения для вещества.* В поле тяжести с гравитационным ускорением $g=\text{const}$ уравнение движения имеет вид:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}=-\frac{\partial P_g}{\partial m}-g+\frac{4\pi(\alpha+\sigma)}{\rho c}H, \qquad v=\frac{\partial z}{\partial t}. \tag{10}$$

Здесь газовое давление $P_g=R\rho T/\mu$, $R=8.3\cdot10^7$ CGS, μ-число барионов на одну частицу. Последний член в (10) представляет собой силу, действующую на вещество со стороны потока излучения. Уравнение, учитывающее обмен энергией между веществом и излучением, имеет вид:

$$\frac{\partial E_g}{\partial t}+P_g\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\rho}\right)=\frac{4\pi\alpha}{\rho}(J-B), \tag{11}$$

где $E_g=RT/\mu(\gamma-1)$, γ — показатель адиабаты газа. К (10) и (11) следует добавить уравнение неразрывности в лагранжевых координатах (3). Легко показать [14, 15], что полная система уравнений (3), (8)—(11) приводит к правильному виду закона сохранения энергии с точностью до членов $\sim v/c$.

в) *Выбор коэффициентов поглощения и рассеяния.* В уравнениях (8)—(11) удобнее вместо коэффициентов α и σ ввести непрозрачности

$$\varkappa_0=(\alpha+\sigma)/\rho, \quad \varkappa_1=\alpha/\rho. \tag{12}$$

В рассматриваемых ниже условиях коэффициент тормозного поглощения α много меньше коэффициента рассеяния на электронах σ [17]:

$$\frac{\alpha}{\sigma}=\frac{0.1\,n^2 m_p T^{-7/2}}{6.6\cdot10^{-25}n}\simeq\frac{n}{4T^{7/2}}<10^{-3}. \tag{13}$$

С другой стороны, при достаточно высоких температурах энергия фотона меняется из-за комптоновских процессов (при неизменном числе фотонов), что ведет к обмену энергией между газом и излучением и должно быть учтено в уравнениях (8) и (11). Ввиду значительной сложности строгого учета некогерентного комптоновского рассеяния в неоднородной среде мы ограничимся двумя предельными случаями. В первом случае полностью пренебрежем поглощением (чистое рассеяние):

(I)

$$\varkappa_0 = \sigma/\rho = \varkappa_e = 0.2\,(1 + X_H)\ см^2\,г^{-1}, \qquad \varkappa_1 = 0, \tag{14}$$

X_H — весовая концентрация водорода.

Во втором случае рассмотрим комптоновское рассеяние действующим как источник поглощения:

(II)

$$\varkappa_0 = \varkappa_1 = \varkappa_e. \tag{15}$$

В рассматриваемых ниже примерах доля выходящей из фотосферы механической энергии практически одинакова в случаях (I) и (II). Реально случай комптоновского рассеяния соответствует промежуточному условию

$$0 < \varkappa_1 < \varkappa_0.$$

3. *Линеаризованные уравнения для малых возмущений при* $P_r \gg P_g$. Введем лагранжевы малые возмущения

$$\theta = \delta T, \quad y = \delta z, \quad j = \delta J, \quad h = \delta H, \quad \bar\rho = \delta\rho \tag{16}$$

относительно равновесного решения уравнений (3), (8)—(11):

$$\rho(m), \quad T(m), \quad J(m) = B(m), \quad H = \text{const}, \qquad z(m), \quad B = acT^4/4\pi \tag{17}$$

Положим также все величины (16) $\propto \exp(-i\omega t)$, тогда из (3), (8)—(11) получаем

$$dy/dm = -\bar\rho/\rho^2, \tag{18}$$

$$\frac{i\omega}{c\rho}\,j - \frac{dh}{dm} + \frac{aT^4}{3\pi}\,i\omega\,\frac{dy}{dm} = \varkappa_1\left(j - \frac{ac}{\pi}\,T^3\theta\right), \tag{19}$$

$$\left(1 - \frac{i\omega}{c\varkappa_0\rho}\right)h + \frac{1}{3\varkappa_0}\,\frac{dj}{dm} - \frac{2i\omega}{\varkappa_0 c}\,H\,\frac{dy}{dm} = 0, \tag{20}$$

$$\omega^2 y = \frac{d}{dm}\left(\frac{R\rho\theta}{\mu} - \rho P_g\,\frac{dy}{dm}\right) - \frac{4\pi\varkappa_0}{c}\,h, \tag{21}$$

$$\left[4\varkappa_1 acT^3 - i\omega\,\frac{R}{\mu(\gamma-1)}\right]\theta = 4\pi\varkappa_1 j - i\omega P_g\,\frac{\bar\rho}{\rho^2}. \tag{22}$$

Исключая $\bar\rho$ из (19)—(22) с помощью (18), получим

$$\frac{i\omega}{c\rho} j - \frac{dh}{dm} + \frac{aT^4}{3\pi} i\omega \frac{dy}{dm} = \varkappa_1 \left(j - \frac{ac}{\pi} T^3 \theta \right), \tag{23}$$

$$\left(1 - \frac{i\omega}{c\varkappa_0\rho}\right) h + \frac{1}{3\varkappa_0} \frac{dj}{dm} - \frac{2i\omega}{\varkappa_0 c} H \frac{dy}{dm} = 0, \tag{24}$$

$$\omega^2 y = \frac{d}{dm}\left(\frac{R\rho\theta}{\mu} - \rho P_g \frac{dy}{dm}\right) - \frac{4\pi\varkappa_0}{c} h, \tag{25}$$

$$\theta = \frac{4\pi\varkappa_1 j + i\omega P_g dy/dm}{4\varkappa_1 ac T^3 - i\omega R/\mu (\gamma - 1)}. \tag{26}$$

В случае (14) — (I), полагая $\varkappa_1 = 0$, имеем из (26), (23)
(I)

$$\theta = -(\gamma - 1)\rho T dy/dm, \tag{27а}$$

$$\frac{i\omega}{c\rho} j - \frac{dh}{dm} + \frac{aT^4}{3\pi} i\omega \frac{dy}{dm} = 0. \tag{28}$$

В случае (15)—(II) сразу учтем малость величины $\beta = P_g/P_r \ll 1$, а также рассмотрим случай, когда выполняется неравенство

$$\beta\omega/\varkappa_0\rho c \ll 1. \tag{29}$$

Это неравенство выполняется при не слишком высоких частотах колебаний. С учетом (29) в знаменателе (26) можно пренебречь вторым членом и получить:

(II)

$$\theta = \frac{4\pi\varkappa_0 j + i\omega P_g dy/dm}{4\varkappa_0 ac T^3}. \tag{27б}$$

С учетом (27б) величина в правой части (23) равна

$$\varkappa_0 (j - acT^3\theta/\pi) = -(i\omega P_g/4\pi)\, dy/dm.$$

В силу неравенства $\beta \ll 1$ этот член много меньше последнего члена в левой части (23) и им можно пренебречь. Таким образом, уравнение (28) справедливо как в случае (I), так и в случае (II). Исключим теперь θ из уравнения (25). Используя (27а), в случае (I) получаем из (25)

(I)

$$\omega^2 y = -\frac{d}{dm}\left(\gamma\rho P_g \frac{dy}{dm}\right) - \frac{4\pi\varkappa_0}{c} h. \tag{30а}$$

В случае (II), используя (27б), получаем из (25), с учетом (29)

(II)

$$\omega^2 y = \frac{d}{dm}\left(\frac{\pi}{3} \frac{j}{c} \beta - \rho P_g \frac{dy}{dm}\right) - \frac{4\pi\varkappa_0}{c} h. \tag{30б}$$

Уравнения (24), (28) и (30) относительно переменных y, h и j будут использоваться в дальнейших вычислениях.

4. *Волны в однородной среде**. В этом случае $H = 0$, все равновесные величины в (17) постоянны, в том числе $\rho = \mathrm{const}$, и вместо (29) можно использовать более сильное неравенство

$$\omega/c\varkappa_0\rho \ll 1 \quad \text{или} \quad l = 1/\varkappa_0\rho \ll c/\omega = L. \tag{31}$$

Это неравенство означает малость свободного пробега фотона $l = 1/\varkappa_0\rho$ по сравнению с деленным на 2π расстоянием, которое фотон свободно пробегает за период колебаний. Решение уравнений (24), (28), (30) в однородной среде можно искать в виде $\exp(ikz)$. Учтя также условие (31) для упрощения (24), получим

$$h + \frac{ik}{3\varkappa_0\rho} j = 0, \tag{32}$$

$$-\frac{ik}{\rho} h + \frac{i\omega}{c\rho} j - \frac{aT^4}{3\pi}\frac{k\omega}{\rho} y = 0,$$

(I)

$$\frac{4\pi\varkappa_0}{c} h + \left(\omega^2 - \gamma\frac{P_g}{\rho} k^2\right) y = 0,$$

(II)

$$\frac{4\pi\varkappa_0}{c} h - ik\frac{\pi}{3\rho}\frac{j}{c}\beta + \left(\omega^2 - \frac{P_g}{\rho} k^2\right) y = 0.$$

Приравнивая нулю определитель системы (32), вводя обозначения

$$v_r^2 = \frac{4}{3}\frac{P_r}{\rho}, \qquad v_g^2 = \gamma\frac{P_g}{\rho}, \quad l = \frac{1}{\varkappa_0\rho} \tag{33}$$

и учитывая $\beta \ll 1$, получаем дисперсионное уравнение в виде

$$v_g^2 k^4 - k^2\left(\omega^2 + 3i\frac{\omega}{cl} v_r^2\right) + \frac{3i}{cl}\omega^3 = 0. \tag{34}$$

Для случая (I) в (34) входит адиабатическая скорость звука из (33), а для случая (II) вместо v_g входит изотермическая скорость звука $v_T^2 = P_g/\rho$, т. е. (33) и (34) применимы для случая II, если положить $\gamma = 1$.

В данной работе рассматриваются только вынужденные колебания (по терминологии [19]), когда ω считается действительной и задается, а k^2 находится из (34). Получаем

* Этот случай рассматривался также в работе [18].

$$k_1^2 = \left\{\omega^2 + 3i\frac{\omega}{cl}v_r^2 + \left[\left(\omega^2 + 3i\frac{\omega}{cl}v_r^2\right)^2 - \frac{12\,i\omega^3}{cl}v_g^2\right]^{1/2}\right\}\frac{1}{2v_g^2},$$
$$k_2^2 = \frac{3i\omega^3}{clv_g^2}\frac{1}{k_1^2}. \tag{35}$$

Учитывая малость $v_g^2/v_r^2 \sim \beta$ в (35), получаем

$$k_1^2 = \frac{\omega^2}{v_g^2} + i\frac{3\omega v_r^2}{clv_g^2}, \tag{36}$$

$$k_2^2 = \frac{\omega^2}{v_r^2 - \frac{1}{3}i\omega cl} = \frac{\omega^2}{v_r^2\left[1 + \left(\frac{\omega cl}{3v_r^2}\right)^2\right]}\left(1 + i\frac{\omega cl}{3v_r^2}\right). \tag{37}$$

Решение (36) описывает распространение волн, связанных с давлением газа. Если поглощение отсутствует (случай I), то волны являются адиабатическими, а в случае сильной связи газа и излучения (II) скорость звука становится изотермической. Решение (37) описывает адиабатические волны, связанные с давлением излучения. Частота

$$\omega_1 = 3v_r^2/cl \tag{38}$$

является критической для обоих типов волн. При $\omega \ll \omega_1$ имеем

$$k_1 = \pm\frac{\sqrt{\omega\omega_1}}{\sqrt{2}\,v_g}(1+i)\left(1 - i\frac{\omega}{2\omega_1}\right), \tag{39а}$$

$$k_2 = \pm\frac{\omega}{v_r}\left(1 + i\frac{\omega}{2\omega_1}\right). \tag{39б}$$

При $\omega > \omega_1$ получаем

$$k_1 = \pm\frac{\omega}{v_g}\left(1 + i\frac{\omega_1}{2\omega}\right), \tag{40а}$$

$$k_2 = \pm\frac{\sqrt{\omega\omega_1}}{\sqrt{2}\,v_r}(1+i)\left(1 - i\frac{\omega_1}{2\omega}\right). \tag{40б}$$

Из (39) следует, что низкочастотные возмущения лучистого давления P_r почти без затухания распространяются со скоростью v_r (39б), а распространение низкочастотных возмущений в газе принимает характер «диффузионных» волн (39а) с коэффициентом диффузии $\chi_g = v_g^2/\omega_1 \simeq \simeq \beta cl/3$. Эти волны описывают выравнивание неоднородности в газе («энтропийные» возмущения). Напротив, высокочастотные возмущения в газе распространяются как звуковые волны (40а), а в излучении они принимают характер тепловых волн (40б) с коэффициентом температуропроводности $\chi_r = (1/3)\,cl$ (ср. [20]). Напомним, что при $\varkappa_0 = \varkappa_1$ волны в газе являются изотермическими.

5. *Среда со скачком непрозрачности.* Рассмотрим среду, в которой ρ, T и P_g — однородны, а непрозрачность $\varkappa_0$ в плоскости $z = 0$ терпит скачок. Такой же скачок в этой плоскости терпят величины l и ω_1. Пусть $\varkappa_0(z < 0) \gg \varkappa_0(z > 0)$. Волна, распространяющаяся в сторону роста z при $z = 0$ может изменить характер распространения, если

$$\omega_B \ll \omega \ll \omega_A, \tag{41}$$

$$\omega_A = \frac{3v_r^2}{cl_A}, \quad \omega_B = \frac{3v_r^2}{cl_B}, \quad l_A = \frac{1}{\rho\varkappa_0\,(z < 0)}, \quad l_B = \frac{1}{\rho\varkappa_0\,(z > 0)}.$$

Коротковолновые возмущения в однородной среде $\omega \gg \omega_A$ быстро затухают даже в том случае, когда их распространение носит характер волны (40а). Длина затухания равна $l_{d_1} = 2v_g/\omega_1 = 2/3\,cv_g l/v_r^2$, что при малом β может стать порядка длины свободного пробега фотонов l. Длинные волны, наоборот, затухают очень слабо, из (39б) имеем $l_{d_2} \simeq 2v_r\omega_1/\omega^2 = 6v_r^3/cl\omega \to \infty$ при $\omega \to 0$. Таким образом, имеет смысл исследовать переход лишь достаточно длинных волн через скачок при $\omega = 0$. Наиболее интересным с точки зрения дальнейших приложений является случай (41), рассмотренный ниже.

Волна (39б), проходя скачок непрозрачности, расщепляется на 4 волны: две отраженных волны (39) и две проходящих, которые при $z > 0$, $\omega \gg \omega_B$ принадлежат уже к волнам типа (40). Очевидно, что в точке скачка непрозрачности непрерывными остаются смещения y, возмущения давления газа $\bar{P}_g = P_g\,(\bar{\rho}/\rho + \theta/T)$ и первого момента j, характеризующего давление излучения. Из условия отсутствия стока или источника энергии в месте скачка следует также непрерывность второго момента h. Если A_0 — амплитуда падающей волны, A_1 и A_2 — амплитуды отраженных волн типа (39), а B_1 и B_2 — амплитуды проходящих волн типа (40), то условие непрерывности физических величин на скачке при $z = 0$ можно записать в виде

$$\begin{gathered} A_{0q} + A_{1q} + A_{2q} = B_{1q} + B_{2q} \\ q = y,\ h,\ j,\ \bar{P}_g. \end{gathered} \tag{42}$$

Для получения амплитуд A_1, A_2, B_1 и B_2 в зависимости от A_0 нужно выразить амплитуды для различных q через какое-либо определенное q_0, используя (32), (18), (27), и решить получившиеся 4 линейных неоднородных уравнения. Если принять $q_0 = j$, то остальные непрерывные величины, используя условия (31) и $\beta \ll 1$, можно записать в виде

$$h = -i\frac{k}{3\varkappa_0\rho}j, \quad y = \frac{3\pi}{acT^4}\left(i - \frac{k^2c}{3\varkappa_0\rho\omega}\right)\frac{j}{k}, \tag{43}$$

(I)

$$\frac{\widetilde{P}_g}{P_g} = \frac{\pi\gamma}{acT^4}\left(3 + i\frac{k^2c}{\varkappa_0\rho\omega}\right)j,$$

(II)

$$\frac{\widetilde{P}_g}{P_g} = \frac{\pi}{acT^4}\left(4 + i\frac{k^2c}{\varkappa_0\rho\omega}\right)j.$$

Решение системы (42) с учетом (39), (40) и (43) имеет вид для $q = j$ и y:

$$\begin{gathered}
A_{1j} = -2\frac{v_g}{v_r}\left[1 - (1-i)\sqrt{\frac{\omega}{2\omega_A}} - (1+i)\sqrt{\frac{\omega_B}{2\omega}}\right]A_{0j},\\
A_{2j} = -\left[1 - 2\sqrt{\frac{\omega_B}{2\omega}}(1+i)\right]A_{0j},\\
B_{1j} = -2i\frac{v_g}{v_r}\cdot\frac{\omega_B}{\omega}\left[1 - (1-i)\sqrt{\frac{\omega}{2\omega_A}} - (1+i)\sqrt{\frac{\omega_B}{2\omega}}\right]A_{0j},\\
B_{2j} = (1+i)\sqrt{\frac{2\omega_B}{\omega}}\left[1 - (1+i)\sqrt{\frac{\omega_B}{2\omega}}\right]A_{0j},
\end{gathered} \tag{44}$$

$$\begin{gathered}
A_{1y} = -2\sqrt{\frac{\omega}{2\omega_A}}(1-i)\left[1 - (1-i)\sqrt{\frac{\omega}{2\omega_A}} - (1+i)\sqrt{\frac{\omega_B}{2\omega}}\right]A_{0y},\\
A_{2y} = \left[1 - 2\sqrt{\frac{\omega_B}{2\omega}}(1+i)\right]A_{0y},\\
B_{1y} = 2\left[1 - (1-i)\sqrt{\frac{\omega}{2\omega_A}} - (1+i)\sqrt{\frac{\omega_B}{2\omega}}\right]A_{0y},\\
B_{2y} = 2i\frac{\omega_B}{\omega}\left[1 - (1+i)\sqrt{\frac{\omega_B}{2\omega}}\right]A_{0y},
\end{gathered} \tag{45}$$

Соотношения (44), (45) справедливы для обоих случаев (I) и (II), если v_g принимать равной адиабатической и изотермической скорости звука соответственно. Во всех величинах пренебрегалось членами $\sim \omega/\omega_A$,

$\sim\omega_B/\omega$, v_g/v_r по сравнению с единицей. Из (44), (45) следует, что при переходе через скачок типа (41) происходит почти полное отражение радиационной волны (39б). Амплитуды остальных j-волн значительно меньше A_{gj}, смещение точки разрыва порождает проходящую газовую волну почти той же амплитуды

$$|B_{1u}| \sim |A_{gy}|. \tag{46}$$

Таким образом, при переходе через скачок непрозрачности происходит такая трансформация волн, что «выживает» волна, обладающая минимальным затуханием. Соотношение (46) показывает, что y-амплитуда минимально затухающей волны почти непрерывна на скачке.

6. *Случай непрерывного изменения непрозрачности.* Мы рассмотрели вопрос о трансформации волн также для случая, когда непрозрачность (и пробег фотонов l) меняются непрерывно. Система уравнений (24), (25), (28) при этом сводится к одному уравнению для смещения y (штрих означает производную по z):

$$\left[l\left(y' + \frac{\omega^2}{v_g^2}\,y\right)\right]'' + 3i\,\frac{\omega}{c}\,\frac{v_r^2}{v_g^2}\left(y'' + \frac{\omega^2}{v_r^2}\,y\right) = 0. \tag{47}$$

Принималось, что при $z < -b$ пробег l постоянен, $l = l_A$, при $z > b$, $l = l_B$, а при $-b \leqslant z \leqslant b$ пробег монотонно возрастал от l_A до l_B, причем зависимость $l(z)$ выбиралась в виде полинома 5-ой степени таким образом, что

$$l' \propto (z^2 - b^2)^2. \tag{48}$$

Тогда l, l' и l'' непрерывны при всех z. Параметр b — полуширина переходной области — в разных вариантах расчета менялся от значений $b \ll \lambda_g$ до $b \gg \lambda_g$, где

$$\lambda_g = 2\pi v_g/\omega \tag{49}$$

— длина волны в газе (без учета затухания).

Уравнение (47) решалось численно неявным методом пятого порядка типа Адамса [21]. Чтобы получить решение уравнения (47), физически соответствующее лучистой волне, идущей из области $z < -b$, мы поступали следующим образом. Сначала при $z = +b$ задавалась «лучистая» волна, идущая в сторону роста z. Отсюда получались начальные условия на y (т. е. y, y', y'' и y''') при $z = b$ и проводилось интегрирование «назад» (47) от $z = +b$ до $z = -b$. По значениям y, y', y'' и y''' при $z = -b$ находились амплитуды четырех волн (лучистых и газовых, падающих и отраженных). Затем та же процедура повторялась, когда начальные условия при $z = +b$ соответствовали чисто «газовой» волне. Линейная комбинация этих двух решений, в которой амплитуда падающей газовой волны при $z = -b$ равна нулю и есть искомое решение (падает лучистая волна, отражаются и проходят волны обоих типов). Для контроля точности проводился повторный счет от $z = -b$ до $+b$ с найденным начальным условием при $z = -b$. Обычно точность лучше 10^{-5} и только для $b \gtrsim \lambda_g$ набирается ошибка $\simeq 10^{-3}$.

Результаты расчета амплитуд приводятся в табл. 1, где амплитуда падающей лучистой волны $A_0 = 1$, рост пробега $l_B/l_A = 10^2$, отношение скорости газовой волны к лучистой $v_g/v_r = 10^{-1}$. Частота волны ω выбрана так, что $3\omega l_A/c = 10^{-3}$, $\omega/\omega_A = 10^{-1}$, $\omega/\omega_B = 10$. Параметр b — полуширина переходной зоны (см. (48)), A_1, A_2 — амплитуды отраженных волн в точке $z = -b$, B_1, B_2 — прошедших в точке $z = +b$. Случай $b/\lambda_g = 0$ — аналитический расчет скачка (формулы (45)), остальные варианты — численный расчет. Видно что при малых значениях b/λ_g результаты хорошо согласуются с формулами (45), полученными для скачка непрозрачности (при сравнении следует помнить, что отброшенные в (45) величины в данном примере составляют $\gtrsim 10\%$). Даже в случае $b = \lambda_g$ можно пользоваться соотношениями для модуля амплитуды на скачке по порядку величины (этот случай наиболее важен для нас для дальнейших приложений). И только в случае протяженной зоны перехода $b = 10\lambda_g$ амплитуды проходящих газовых волн меньше, чем следовало бы из простого принципа прохождения волны с наименьшим затуханием. Здесь дело в том, что газовые волны образуются в области больше своей длины волны, они когерентны и, интерферируя, гасят друг друга (на этот факт наше внимание обратил Я. Б. Зельдович).

Таблица 1

КОМПЛЕКСНЫЕ АМПЛИТУДЫ ВОЛН, ОБРАЗОВАВШИХСЯ В ПЕРЕХОДНОЙ ОБЛАСТИ С ПЕРЕМЕННОЙ НЕПРОЗРАЧНОСТЬЮ

b/λ_g	A_1	A_2	B_1	B_2
0	$-0.247-0.247i$	$0.553-0.447i$	$1.105-0i$	$0.045+0.155i$
0.01	$-0.248+0.256i$	$0.478-0.236i$	$1.179-0.096i$	$0.052+0.139i$
0.1	$-0.250+0.229i$	$0.478-0.234i$	$1.169+0.091i$	$0.051+0.139i$
1.0	$-0.186+0.026i$	$0.494-0.203i$	$-0.027-1.022i$	$0.040+0.138i$
10	$-0.0052-0.0012i$	$0.316+0.171i$	$-0.056+0.022i$	$-0.049-0.083i$

В заключение повторим основные результаты настоящей части работы.

1. Получены уравнения эддингтоновского приближения с учетом членов v/c, описывающие распространение плоских волн в среде с высоким лучи-

стым давлением. 2. Исследовано затухание и трансформация волн в средах с однородной плотностью и с переменной непрозрачностью. Получено, что амплитуда наименее затухающей волны сохраняется по порядку величины при прохождении тонкой зоны неоднородности.

Авторы благодарны Я. Б. Зельдовичу за важные замечания, а Ч. Кунаш и М. М. Баско за предоставление материалов [21].

Институт космических
исследований

THE PROPAGATION OF WAVES IN THE MEDIA OF HIGH RADIATION PRESSURE. I. EQUATIONS AND THE CASE OF UNIFORM MEDIUM

G. S. BISNOVATYI-KOGAN, S. I. BLINNIKOV

The propagation and transformation of acoustic and thermal waves in media of high radiation pressure are investigated. The study is based on the hydrodynamic equations for matter and on the radiative transfer equations in moving media (correct within the first order of v/c) in Eddington approximation. The first part is devoted to model problems helping to elucidate the underlying physics: the waves in the uniform medium are considered, in the medium with the jump of opacity and in the medium of smoothly varying opacity. It is shown that the displacement amplitude of the wave with the minimum decrement is approximately constant if the nonuniform zone is sufficiently narrow.

ЛИТЕРАТУРА

1. *С. Вейнберг*, Гравитация и космология, Мир, М., 1975.
2. *Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков*, Релятивистская астрофизика, Наука, М., 1967.
3. *D. Lynden-Bell*, Nature, 223, 690, 1969.
4. *J. E. Pringle, M. J. Rees*, Astron. Astrophys., 21, 1, 1972.
5. *Н. И. Шакура, Р. А. Сюняев*, Astron. Astrophys., 24, 337, 1973.
6. *I. D. Novikov, K. S. Thorne*, in "Black Holes", eds. C. DeWitt, B. DeWitt, Gordon, Breach, N. Y., 1973.
7. *I. Appenzeller, K. Fricke*, Astron. Astrophys., 12, 488, 1971.
8. *Г. С. Бисноватый-Коган, С. И. Блинников*, Astron. Astrophys., 59, 111, 1977.
9. *Н. И. Шакура, Р. А. Сюняев, С. С. Зилитинкевич*, Astron. Astrophys., 62, 179, 1978.
10. *Г. С. Бисноватый-Коган, С. И. Блинников*, Письма АЖ, 2, 489, 1976.
11. *E. P. T. Liang, R. H. Price*, Ap. J., 218, 247, 1977.
12. *A. A. Galeev, R. Rosner, G. S. Vaiana*, Structured Coronae of Accretion Disks: Cygnus X-1. Preprint, Harvard Center for Astrophysics, 1978.

13. *В. С. Имшенник, Ю. И. Морозов*, Астрон. ж., 46, 800, 1969; *Ю. И. Морозов*, ПМТФ, № 1, 1970.
14. *J. L. Castor*, Ap. J., 178, 779, 1972.
15. *Г. С. Бисноватый-Коган, С. И. Блинников*, Препринт ИКИ, № 421, 1978.
16. *В. В. Соболев*, Курс теоретической астрофизики, Наука, М., 1967.
17. *Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер*, Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений, Наука, М., 1966.
18. *N. Kaneko, S. Tamazawa, Y. Ono*, Astrophys. Space Sci., 42, 441, 1976.
19. *Г. Лэмб*, Гидродинамика, ГИТТЛ, М.—Л., 1947.
20. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Механика сплошных сред, Гостехиздат, М., 1954.
21. *D. Kahaner, C. D. Sutherland*, Los-Alamos Scientific Laboratory, D-205, 1975; *А. Ю. Захаров, В. И. Турчанинов*, Препринт ИПМ АН СССР, 1977.