

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

НОЯБРЬ, 1978

ВЫПУСК 4

УДК 523.854

ВОЛНЫ ПЛОТНОСТИ ВО ВЛОЖЕННЫХ ДИСКАХ

М. Г. АБРАМЯН

Поступила 27 декабря 1977

Пересмотрена 29 мая 1978

Рассмотрены спиральные волны плотности во вращающемся самогравитирующем газовом диске, вложенном внутри сферической гравитирующей звездной системы. Звездный сфероид оказывает стабилизирующее действие на спиральные возмущения газового диска. Рассмотрены также вопросы вековой неустойчивости плоских подсистем галактик.

1. *Введение.* В простейшем приближении дисперсионное соотношение для спиральных волн плотности в плоских дисках галактик не учитывает роли сферических подсистем. В частности, для газовых дисков это уравнение имеет вид:

$$(\omega - m\Omega)^2 = \kappa^2 + v_s^2 k^2 - 2\pi G \Sigma_0 |k|. \quad (1.1)$$

Здесь и в дальнейшем ω — частота волны плотности, Ω — угловая скорость вращения диска, m — число ветвей спирали, κ — эписциклическая частота, v_s — скорость звука в газе, k — волновое число, Σ_0 — поверхностная плотность газа. В (1.1) v_s , κ , Σ_0 считаются заданными независимо друг от друга и меняющимися плавно. Дисперсионное соотношение (1.1) выведено в приближении ВКБ, т. е. принято $kr \gg 1$, где r — расстояние от центра диска.

Однако в реальных галактиках газовые и звездные диски входят в состав сложной структуры, состоящей из звездных подсистем с разной степенью сферичности в пространственном распределении звезд. Учет их влияния до сих пор проводился кинетическим методом, т. е. добавлением в дисперсионные уравнения вида (1.1) дополнительных членов, полученных при подстановке в кинетическое уравнение многочленных функций распределения (обзоры различных результатов см. [1, 2]).

В этой работе предлагается гидродинамический метод учета влияния сферондальной составляющей на спиральные волны плотности в плоских дисках.

Постановка задачи следующая. Будем рассматривать плоский вращающийся газовый диск с однородным по радиусу r и азимутальному углу φ распределением объемной плотности ρ . Зависимость параметров от вертикальной z координаты будем учитывать. Примем, что давление газа связано с плотностью политропной зависимостью

$$p(z) = K\rho^\gamma(z). \quad (1.2)$$

Гравитационное равновесие подобных одиночных дисков и вопросы их устойчивости рассматривались Голдрейхом и Линден-Беллом [3] путем введения фиктивного гравитационного поля — $\Omega^2 r$. В работе [4] нами были обобщены эти результаты, принимая во внимание сферондальный характер недисковых подсистем галактик. Выяснилось, что гравитация сферондальных подсистем может обеспечить слоистую структуру вращающейся вложенной массы и оказать существенное влияние на ее устойчивость.

Однако, ввиду математических трудностей, связанных с конечной толщиной слоя, в работах [3, 4] не удавалось получить полное дисперсионное уравнение (кроме случая $\gamma = \infty$), и исследования проводились лишь в окрестностях точки $\omega = 0$. Между тем, как указывается в работе [5], учет структуры слоя в z направлении (толщины слоя) не приводит к каким-либо значительным эффектам в вопросах устойчивости, в то время как эффекты давления существенны.

2. *Равновесное состояние.* В работе [4] было показано, что слоистая структура вращающейся массы внутри однородного гравитирующего сфероида возможна в случае, если

$$\Omega^2 = 2\pi G\rho_* A_*, \quad (2.1)$$

где

$$A_* = 1 - \frac{1}{2} C_* = \frac{V \sqrt{1 - e_*^2}}{e_*^3} (\text{arc sin } e_* - e_* \sqrt{1 - e_*^2}), \quad (2.2)$$

Ω — угловая скорость вращения вложенной массы, e_* , ρ_* — соответственно эксцентриситет и плотность массы сферондальной подсистемы. При этом распределение газа внутри сфероида описывается системой уравнений

$$\frac{dp}{dz} = \rho(z) \frac{dV}{dz} - 2\pi G C_* \rho_* \rho(z) z; \quad \frac{d^2 V}{dz^2} = -4\pi G \rho(z), \quad (2.3)$$

где $V(z)$ — гравитационный потенциал диска, а $C_*(e_*)$ дается формулой (2.2).

Для исследования распространения спиральных возмущений в плоскости диска в гидродинамическом приближении необходимо получить уравнение состояния, связывающее поверхностные значения плотности массы (σ) и давления (Π).

$$\sigma = \int \rho(z) dz; \quad \Pi = \int p(z) dz, \quad (2.4)$$

где интегрирование производится по всей толщине газового диска.

Подставляя (1.2) в (2.3) и исключая $V(z)$, находим уравнение

$$x^{2(\gamma-2)} \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 = \frac{8\pi G}{K \gamma^2 \rho_0^{\gamma-2}} \left[1 - x^2 + \frac{a\gamma}{\gamma-1} (1 - x^{\gamma-1}) \right]; \quad \gamma \neq 1, \\ \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 = \frac{8\pi G \rho_0}{K} x^2 (1 - x - a \ln x); \quad \gamma = 1. \quad (2.5)$$

Здесь введены безразмерные параметры

$$x(z) = \frac{\rho(z)}{\rho_0}; \quad a = \frac{\rho_*}{\rho_0} C_*, \quad (2.6)$$

где ρ_0 — значение пространственной плотности газа в плоскости симметрии диска. Зависимость параметра a от эксцентриситета e_* слаба, так как в области изменения e_* ($0 \leq e_* \leq 1$) имеем $(2/3) \leq C_* \leq 2$, следовательно порядок величины a определяется значением отношения плотностей ρ_*/ρ_0 .

Решение уравнений (2.5) определяет ход плотности газа с высотой z в диске. В частности, при $\gamma = 2$ имеем

$$x(z) = (a + 1) \cos \left(z \sqrt{\frac{2\pi G}{K}} \right) - a. \quad (2.7)$$

Очевидно, что это распределение зависит от параметров сфероида.

Подставляя решение (2.5) в (2.4), для σ находим

$$\sigma = \left(\frac{2K}{\pi G} \right)^{1/2} \rho_0^{\gamma/2} g_\gamma(a) \equiv \sigma_0 g_\gamma(a), \quad (2.8)$$

где σ_0 — поверхностная плотность диска без учета влияния сфероидальных подсистем, а $g_\gamma(a)$ — весовые функции, учитывающие это влияние:

$$g_1(a) = \frac{\gamma}{2} \int_0^1 \frac{x^{\gamma-1} dx}{\left| 1 - x^\gamma + \frac{a^\gamma}{\gamma-1} (1 - x^{\gamma-1}) \right|^{1/2}}; \quad \gamma \neq 1, \quad (2.9)$$

$$g_2(a) = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{dx}{(1 - x - a \ln x)^{1/2}}; \quad \gamma = 1.$$

В частности, для $\gamma = 2$ имеем явное выражение

$$g_2(a) = \sqrt{1 + 2a} - a \arccos \frac{a}{a+1}. \quad (2.10)$$

На рис. 1 приведены графики функций $g_1(a)$ и $g_2(a)$. Различие между ними мало и поэтому учитывать зависимость весовой функции от γ нет необходимости. Но ее зависимость от отношения плотностей сфероида и диска, т. е. от a , выражена достаточно резко.

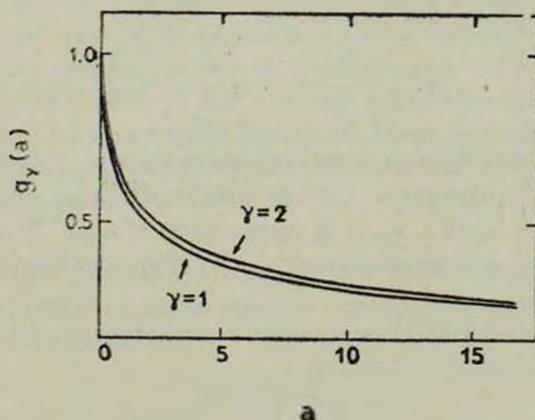


Рис. 1.

Аналогичным образом находим для поверхностного давления:

$$P = \frac{\Gamma(2 - 1/\gamma)}{\Gamma(5/2 - 1/\gamma)} \left(\frac{K^3}{2G} \right)^{1/2} \rho_0^{3/2-1/\gamma} f_\gamma(a) = P_0 f_\gamma(a), \quad (2.11)$$

где P_0 — поверхностное давление в диске без учета влияния сфероида, а $f_\gamma(a)$ — весовые функции для поверхностного давления диска в сфероиде:

$$f_1(a) = \frac{\gamma}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(5/2 - 1/\gamma)}{\Gamma(2 - 1/\gamma)} \int_0^1 \frac{x^{2(\gamma-1)} dx}{\left[1 - x^\gamma + \frac{a^\gamma}{\gamma-1} (1 - x^{\gamma-1})\right]^{1/2}}, \quad \gamma \neq 1,$$

$$f_1(a) = g_1(a), \tag{2.12}$$

$$f_2(a) = \frac{2}{\pi} \left[(1 + 2a + 3a^2) \arccos \frac{a}{a+1} - 3a \sqrt{1 + 2a} \right].$$

Различие между функциями $f_\gamma(a)$ с разными γ также невелико.

Исключая из уравнений (2.8) и (2.11) величину ρ_0 , получим двумерное уравнение состояния, связывающее поверхностные давление и плотность в газовом диске:

$$\Pi = K_\gamma(a) \tau^{3-2\gamma}, \tag{2.13}$$

где

$$K_\gamma(a) = K_\gamma^0 \chi_\gamma(a), \tag{2.14}$$

K_γ^0 — коэффициент в (2.13) для одиночных дисков [5].

$$K_\gamma^0 = (2\pi)^{1-1/\gamma} \frac{\Gamma^2(2 - 1/\gamma)}{\Gamma(4 - 2/\gamma)} \frac{K^\gamma}{G^{1/\gamma-1}}, \tag{2.15}$$

$\chi_\gamma(a)$ — учитывает эффект звездной составляющей,

$$\chi_\gamma(a) = f_\gamma(a) [g_\gamma(a)]^{2\gamma-3}. \tag{2.16}$$

В случае $\gamma = 1$ имеем $\chi_1 \equiv 1$, а для других значений γ величина $\chi_\gamma(a)$ растет с ростом a .

Вычислим скорость звука в газовом диске в «поверхностных» параметрах

$$v_g = \left(\frac{d\Pi}{d\tau}\right)^{1/2} = \pi^{1/4} \left[\frac{\Gamma(2 - 1/\gamma)}{\Gamma(3/2 - 1/\gamma)} (K_\gamma^0)^{\gamma-1} \right]^{1/2} \left[\frac{f_\gamma(a)}{g_\gamma(a)} \right]^{1/2}. \tag{2.17}$$

Последний множитель в правой части, представляющий зависимость v_g от параметра a , строго равен единице при $\gamma = 1$ и мало отличается от единицы для других значений γ . Например, при $\gamma = 2$ максимальное его значение равно 1.01. Так что в интересующих нас случаях будем принимать

$$f_\gamma(a)/g_\gamma(a) \approx 1; \quad v_g \approx v_s, \tag{2.18}$$

т. е. внешний сфероид не приводит к изменению скорости звука в газе.

3. *Спиральные волны плотности во вложенном диске.* Запишем уравнения, описывающие движение газа в плоскости диска с учетом поверхностных параметров и вязкости.

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\sigma} \nabla \Pi + \nabla V + \nu \Delta \vec{u} + \left(\zeta + \frac{\nu}{3} \right) \text{grad div } \vec{u},$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \varepsilon + \varepsilon \text{div } \vec{u} = 0, \quad (3.1)$$

$$\Delta V = -4\pi G \sigma_0(z); \quad \Pi = K_1(a) \varepsilon^{3-2\Gamma}.$$

В этих уравнениях \vec{u} — вектор скорости газа в плоскости диска, V — гравитационный потенциал, зависящий от координат в плоскости диска (r, ϑ) в уравнении движения, и от координат r, ϑ, z — в уравнении Пуассона. В системе (3.1) сохранены вязкие члены, в том числе и вторая вязкость, характеризующая роль релаксационных процессов. Ниже мы обсудим, что следует понимать под вязкостью при рассмотрении волн плотности.

Система (3.1) линеаризуется обычным методом. Для случая спиральных волн в приближении ВКБ возмущения записываются в виде

$$\exp \{ i(\omega t - m\vartheta + kr) \}, \quad (3.2)$$

и для искомого дисперсионного уравнения получаем

$$\left[\nu k^2 + i(\omega - m\Omega) \right] \left[k^2 v_s^2 - 2\pi G \sigma_0 |k| - (\omega - m\Omega)^2 + \right. \\ \left. + i(\omega - m\Omega) \left(\zeta + \frac{4}{3} \nu \right) k^2 \right] + i(\omega - m\Omega) x^2 = 0. \quad (3.3)$$

Здесь мы заменили 2Ω на эписциклическую частоту x , где

$$x^2 = \frac{1}{r^3} \frac{d}{dr} (r^4 \Omega^2), \quad (3.4)$$

чтобы учесть слабые неоднородности вращения.

Дисперсионное уравнение (3.3) обобщает (1.1) на случай учета влияния сфероидаальной подсистемы (заменой σ_0 на $\varepsilon = \varepsilon_0 g_1(a)$) и учета влияния вязкости.

В этом разделе при рассмотрении следствий дисперсионного уравнения (3.3) пренебрежем влиянием вязкости. Поэтому запишем

$$(\omega - m\Omega)^2 = x^2 + v_s^2 k^2 - 2\pi G \sigma_0 |k| g_1(a). \quad (3.5)$$

Отсюда следует, что с ростом отношения плотностей сфероид и диска, и увеличения эксцентриситета e_* уменьшается эффект «тяжелого» звука. В частности, этот эффект изменяет условие устойчивости диска. Диск устойчив, если при всех возможных значениях волнового числа k имеем $(\omega - m\Omega)^2 > 0$. Отсюда получаем критерий устойчивости

$$v_s > \frac{\pi G \bar{\rho}_0}{\chi} g_1(a), \quad (3.6)$$

отличающийся от известной формулы [5] на множитель $g_1(a)$. Таким образом, газовый диск с учетом сфероидальной подсистемы устойчив при меньших значениях скорости звука, чем одиночный диск. Увеличение эксцентриситета сфероид также приводит к стабилизации диска.

Итак, гравитационный учет влияния сферической составляющей приводит к большей стабилизации диска по отношению к возбуждению и раскачке волн плотности. С другой стороны, кинетический эффект влияния сферической составляющей может, наоборот, приводить к раскачке этих волн благодаря явлению, аналогичному пучковой неустойчивости. Обычно при рассмотрении кинетических эффектов влияния сферических подсистем не учитывается сфероидальный характер их эквипотенциальных поверхностей. Из сказанного выше следует, что общая теория спиральных волн плотности внутри дисков галактик должна учитывать как кинетические, так и гравитационные эффекты.

В соотношении (3.6) величины $\bar{\rho}_0$, χ , v_s , вообще говоря, должны быть связанными условиями гидростатического равновесия диска внутри сфероидальной подсистемы. Они считаются независимыми только в случае одиночных дисков.

Подобная зависимость между указанными параметрами нами получена в предыдущем разделе для случая однородных по плотности сфероидов и дисков и твердотельного вращения. Полагая $\chi = 2\Omega$ и используя формулы (2.1), (2.8), (2.11) и (2.17), получим вместо (3.6)

$$\frac{A_*}{C_*} > \frac{\Gamma(3/2 - 1/\gamma)}{8 \sqrt{\pi} \Gamma(2 - 1/\gamma)} \frac{g_1(a)}{a}. \quad (3.7)$$

На графике рис. 2 нанесены левая и правая части этого неравенства как функции от e_* и a соответственно. Этот график совместно с формулой (2.6) позволяет определить критерий устойчивости диска, находящегося в равновесии внутри сфероида при заданных значениях $\rho_*/\bar{\rho}_0$ и e_* .

Следует подчеркнуть, что хотя критерий (3.7) соответствует случаю идеализированной модели — однородность распределения плотности по радиусу диска, твердотельность вращения, все же он является более строгим с теоретической точки зрения, чем обычно используемый критерий типа

(3.6), где величины σ_0 , ν , ν_* считаются заданными. Критерий (3.7) отвечает случаю, когда как условия равновесия диска, так и его устойчивость определяются полной системой уравнений. Правда, сопоставление конкретных числовых значений, полученных из критерия (3.7), с данными наблюдений реальных галактик затруднено, в частности, и тем, что реальные галактики заметно отличаются от использованных здесь идеализированных моделей. Но качественные выводы, полученные при строгих решениях задачи, остаются справедливыми.

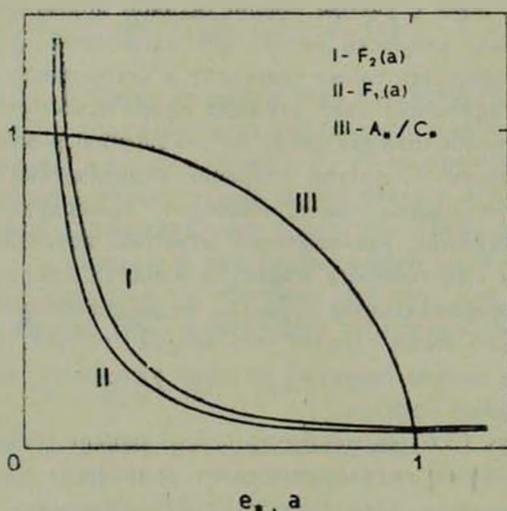


Рис. 2.

Из графика на рис. 2 видно, что при малых a (т. е. при $\rho_0 \gg \rho_*$) диск неустойчив. Этот результат очевиден, так как твердотельно вращающийся диск не является фигурой равновесия одиночной массы (гидростатическое равновесие при этом не допускает слоистую структуру). Поэтому Голдрейх и Линден-Белл, рассматривая равновесие и устойчивость одиночных дисков, вводили фиктивное гравитационное поле $-\Omega^2 r$, что и обеспечивало равновесие [3].

Из рис. 2 следует, что небольшое увеличение отношения ρ_*/ρ_0 стабилизирует диск. Наибольшим стабилизирующим действием (при учете равновесия вложенного диска) обладают шаровые системы ($e_* = 0$), поскольку здесь наибольшая скорость вращения диска $\Omega^2 = (4\pi/3) G \rho_*$. Для примера приведем значения отношения плотностей ρ_*/ρ_0 , необходимые для стабилизации диска при разных значениях γ , e_* :

$$\frac{\rho_*}{\rho_0} > \begin{cases} 0.37 & \gamma = 1 \\ 0.26 & \gamma = 2 \end{cases} e_* = 0 \quad (3.8)$$

$$\begin{cases} 0.75 & \gamma = 1 \\ 0.58 & \gamma = 2 \end{cases} e_* = 0.8.$$

Как видно, выгодными для стабилизации диска являются большие значения γ и меньшие e_* .

Из полученных соотношений следует, что образование устойчивых дисков в сплюснутых галактиках происходит на стадии, когда масса этих дисков относительно мала, а старых звезд уже много. Возможно поэтому, что неправильные галактики не образуют дисков потому, что здесь нет сфероидальной составляющей, обеспечивающей их устойчивость.

Численные значения отношения ρ_*/ρ_0 , которые обеспечивают устойчивость дисков, примерно соответствуют наблюдаемым значениям этого отношения в реальных спиральных галактиках, где диск имеет четкую форму. Однако известно, что на периферии галактик диск становится неустойчивым (изгибы плоскости симметрии, высокоширотные облака). Этой задаче соответствует исследование равновесия и устойчивости газа за пределами сфероидальных подсистем, где распределение уже не имеет дисковой формы [6]. Исследования в настоящей работе относятся только к дискам внутри звездных систем. Хотя мы здесь рассмотрели диски внутри сплюснутых систем, но отметим, что исследования справедливы также для дисков внутри вытянутых звездных подсистем. Для этого следует в формуле (2.2) заменить e_* на эксцентриситет вытянутого сфероида l_* : $e_* \rightarrow \frac{l_*}{a} \sqrt{1 - l_*^2}$.

4. *Вековая неустойчивость плоских подсистем галактик.* Обычная молекулярная вязкость межзвездного газа мала, а характерные масштабы волны плотности велики, так что обычной вязкостью, как правило, пренебрегают.

В действительности картина сложнее. Во-первых, в спиральных волнах плотности возникают ударные волны, в которых происходит существенная диссипация энергии. Во-вторых, здесь происходит распад межзвездного газа на двухфазную систему — часть газа конденсируется в облака, что сопровождается высвечиванием части энергии волны. В-третьих, столкновения облаков между собой тоже приводят к переносу импульса и энергии от слоя к слою. С другой стороны, в спиральных рукавах образуются массивные звезды с быстрой эволюцией. Они создают свои зоны НII, еще находясь в пределах спиральных волн плотности. Взаимодействие зон НII с окружающим газом приводит к ускорению облаков межзвездного газа, т. е. в конечном счете передаче энергии и импульса от звезды к га-

зу [7, 1]. Иными словами, в спиральных рукавах происходит освобождение термоядерной энергии и передача ее межзвездному газу.

Приведенные выше явления можно описать введением некоторых эффективных вязкостей. Например, затухание спиральной волны из-за столкновений облаков между собой может быть описано эффективной вязкостью

$$\nu_{\text{эфф}} \approx \frac{1}{3} v_*^2 \tau_* \quad (4.1)$$

где v_* — характерная скорость облаков, τ_* — время их свободного пробега. Полагая $v_* \approx 10$ км/сек, $\tau_* \approx 10^7$ лет, находим $\nu_{\text{эфф}} \approx 10^{26}$ см²/сек.

Ускорение межзвездного газа при образовании внутри спиральных волн зон НII можно описать с помощью отрицательного значения второго коэффициента вязкости $\zeta_{\text{эфф}}$, поскольку этот эффект связан с некоторым временем релаксации. Так как время эволюции звезды до образования зоны НII также порядка десятков миллионов лет, то численное значение $\zeta_{\text{эфф}}$ также порядка 10^{26} – 10^{27} см²/сек.

Эффективные значения вязкостей можно подставить в уравнение (3.1) вместо их молекулярных значений, так что в (3.5) под ν и ζ можно понимать определенные выше эффективные величины $\nu_{\text{эфф}}$ и $\zeta_{\text{эфф}}$.

Эффекты вязкости $\nu_{\text{эфф}}$ в протогалактическом облаке перед стадией «бурного звездообразования» обсуждены в работе [8]. Рассматривая кольцевые возмущения во вращающемся цилиндре (диске), в указанной работе получено дисперсионное уравнение, которое совпадает с (3.5), если в последнем положить $m=0$, $g_1(a)=1$, $\zeta_{\text{эфф}}=0$. Авторами работы [8] показано, что наличие вязкости приводит к неустойчивости рассматриваемых ими систем относительно кольцевых возмущений и приведены аргументы в пользу того, что найденная неустойчивость может являться одним из возможных механизмов образования кольцевой структуры галактик.

Полученное в настоящей работе дисперсионное уравнение качественно мало отличается от уравнения, рассмотренного авторами работы [8]. Поэтому здесь рассмотрим лишь те результаты, которые связаны с добавочными членами.

Уравнение (3.5) имеет три моды решения — две из них представляют обычные спиральные волны, а третья мода не имеет волнового характера.

Полагая в (3.5) члены с $\nu_{\text{эфф}}$ и $\zeta_{\text{эфф}}$ малыми, получаем для декремента затухания волны μ

$$\mu = \frac{1}{3} \left[\zeta_{\text{эфф}} + \nu_{\text{эфф}} \left(\frac{4}{3} + \frac{x^2}{(\omega - m\Omega)^2} \right) \right] k^2, \quad (4.2)$$

где $x/(\omega - m\Omega)$ определено дисперсионным соотношением без учета вязкости. Соотношение (4.2) определяет характерное время затуха-

ния волны как $1/\mu$. Если $\tau_{эфф} < 0$ и $|\tau_{эфф}|$ больше второго члена, то $1/\mu$ есть характерное время заметного увеличения амплитуды спиральной волны плотности. Полагая π/k равным расстоянию между спиральными рукавами, т. е. порядка 1 клс , и принимая $\nu_{эфф} \approx 10^{16} \text{ см}^2/\text{сек}$, находим, что характерное время изменения амплитуды волны порядка 10^8 лет .

Решение уравнения (3.5), соответствующее третьей моде, имеет следующий вид:

$$i\omega = \nu_{эфф} \frac{2\pi Gz |k| - k^2 v_s^2}{k^2 v_s^2 - 2\pi Gz |k| + z^2} k^2 + im\Omega. \quad (4.3)$$

Подставляя это выражение в (3.2), находим, что возмущения, соответствующие третьей моде, меняются со временем по закону

$$\exp \left\{ \nu_{эфф} \frac{2\pi Gz |k| - k^2 v_s^2}{k^2 v_s^2 - 2\pi Gz |k| + z^2} k^2 t + i[m(\Omega t - \theta) + kr] \right\}. \quad (4.4)$$

Отсюда видно, что при

$$|k| < \frac{2\pi Gz}{v_s^2} = \frac{2\pi Gz_0}{v_s^2} g_1(a) \quad (4.5)$$

в (4.4) имеется экспоненциально растущая часть.

Иными словами, при учете вязкости в диске появляется вековая неустойчивость спиральных возмущений с характерными волновыми числами (4.5), т. е. с размерами

$$\lambda > \lambda_J(a) = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{v_s^2}{Gz_0 g_1(a)}, \quad (4.6)$$

где v_s^2/Gz_0 есть длина неустойчивости по Джинсу, которая получается в одиночном вращающемся диске с учетом вязкости [8]. Формулы (4.5) и (4.6) также показывают, что сфероидальная подсистема частично стабилизирует эту неустойчивость, увеличивая длину неустойчивых возмущений.

Вековая неустойчивость исчезает при $\nu_{эфф} \rightarrow 0$. На первый взгляд вывод о том, что учет даже очень малой вязкости приводит к неустойчивости диска, кажется неожиданным, но в действительности он аналогичен известному в теории фигур равновесия результату о неустойчивости сфероидов Маклорена в точке бифуркации. Как показывается в этой теории [9], при учете даже самой незначительной вязкости, сфероиды с нейтральной модой колебаний ($\omega = 0$) переходят в трехосные эллипсоиды Якоби.

В работе [10] было показано, что в теории вложенных сфероидов тоже имеется точка бифуркации, причем влияние внешних подсистем перемещает ее вправо, т. е. увеличивает эксцентриситет устойчивых сфероидов. В слу-

чае дисков со спиральными возмущениями (здесь «точке бифуркации» соответствует значение $\omega - m\Omega = 0$) внешний сфероид увеличивает критическую длину неустойчивости, т. е. перемещает ее максимум ближе к краю диска.

Автор с искренней признательностью отмечает неоценимую помощь, поддержку и доброжелательность С. А. Каплана, которые неизменно оказывались ему в течение продолжительной совместной работы.

Ереванский государственный
университет

THE DENSITY WAVES IN THE INCLOSED DISCS

M. G. ABRAHAMIAN

The spiral density waves in the rotating self-gravitating gaseous disc are considered on account of gravitational influence of the spheroidal stellar system. The stabilising influence of the spheroidal subsystem on the considered waves has been established.

The problem of secular instability of flat subsystem of galaxies also considered.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. A. Kaplan, S. B. Pikelner, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 12, 113, 1974.
2. Л. С. Марочник, А. А. Сучков, *УФН*, 112, 275, 1974.
3. P. Goldreich, D. Lynden-Bell, *M. N.*, 130, 974, 1965.
4. М. Г. Абрамян, Р. С. Огансян, *Астрофизика*, 14, 129, 1978.
5. C. Hunter, *Ann. Rev. Fluid Mod.*, 4, 219, 1972.
6. М. Г. Абрамян, *МНР ЕГУ*, 2(22), 86, 1975.
7. P. Bierman, *Astron. Astrophys.*, 22, 407, 1973.
8. Ю. Н. Мишуков, В. М. Псфтиев, А. А. Сучков, *Астрон. ж.*, 53, 268, 1976.
9. С. Чандрасекар, *Эллипсоидальные фигуры равновесия*, Мир, М., 1973.
10. М. Г. Абрамян, *Астрофизика*, 11, 487, 1975.