АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

АВГУСТ, 1978

ВЫПУСК 3

УДК 523.035

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО РАССЕЯНИЯ НА НЕПРЕРЫВНЫЙ СПЕКТР ЗВЕЗДЫ

В. В. СОБОЛЕВ

Поступила 28 июня 1978

Рассматриваются фотосферы горячих звезд (или другие астрофизические объекты), в которых важную роль играет рассеяние излучения свободными электронами. Отношение коэффициента электронного рассеяния к коэффициенту поглощения считается произвольной функцией от оптической глубины. Получено линейное интегральное уравнение, определяющее непосредственно интенсивность излучения, выходящего из звезды. Это уравнение решено численно для случая изотермической фотосферы, в которой плотность меняется по барометрическому закону. В этом случае для интенсивности излучения дана также асимптотическая формула.

Как известно, рассеяние излучения на свободных электронах играет важную роль в фотосферах горячих звезд. Эта роль особенно велика в фотосферах звезд типа Вольфа—Райе. Впервые она была исследована В. А. Амбарцумяном [1].

Как показывают оценки (см., например, [2] и [3]), электронное рассеяние необходимо учитывать и при рассмотрении переноса излучения в оболочках сверхновых звезд.

В ряде работ ([4, 5] и др.) механизм электронного рассеяния привлекался также для объяснения распределения энергии в спектрах рентгеновских источников.

Таким образом, задача о влиянии электронного рассеяния на непрерывный спектр встречается при изучении различных астрофизических объектов. Первоначально [6, 7] эта задача рассматривалась при допущении, что отношение коэффициента электронного рассеяния к коэффициенту поглощения не меняется в среде. Недавно [3] при этом допущении был исследован перенос излучения в однородном шаре. Однако упомянутое отношение обычно сильно зависит от глубины, и в работах [8, 9] задача решалась при некоторых частных случаях этой зависимости.

В настоящей статье, как и в нашей статье [9], рассматривается перенос излучения в звездной фотосфере, в которой, наряду с испусканием и поглощением света, происходит и его рассеяние свободными электронами. В результате находится распределение энергии в непрерывном спектре звезды. Однако, в отличие от статьи [9], отношение коэффициента электронного рассеяния к коэффициенту поглощения принимается в другой форме и задача решается другим методом.

Хотя в этой статье речь идет о звездных фотосферах, ее результаты могут применяться и к другим астрофизическим объектам.

Исходные уравнения. Пусть фотосфера состоит из плоско-параллельных слоев и τ_ν — оптическая глубина в частоте ν , равная

$$\tau_\nu = \int_r^\infty (x_\nu + \sigma) dr, \quad (1)$$

где r — расстояние от центра звезды, x_ν — коэффициент истинного поглощения и σ — коэффициент электронного рассеяния. Обозначим через $I_\nu(\tau_\nu, \eta)$ интенсивность излучения, идущего на оптической глубине τ_ν под углом $\arccos \eta$ к внешней нормали к слоям. Для определения величины I_ν имеем уравнения

$$\eta \frac{dI_\nu(\tau_\nu, \eta)}{d\tau_\nu} = I_\nu(\tau_\nu, \eta) - S_\nu(\tau_\nu), \quad (2)$$

$$S_\nu(\tau_\nu) = \frac{\lambda_\nu(\tau_\nu)}{2} \int_{-1}^1 I_\nu(\tau_\nu, \eta) d\eta + [1 - \lambda_\nu(\tau_\nu)] B_\nu(T), \quad (3)$$

где

$$\lambda_\nu(\tau_\nu) = \frac{\sigma}{x_\nu + \sigma} \quad (4)$$

и $B_\nu(T)$ — планковская интенсивность при температуре T .

Из уравнений (2) и (3) можно получить следующее интегральное уравнение для определения функции $S_\nu(\tau_\nu)$:

$$S_\nu(\tau_\nu) = \frac{\lambda_\nu(\tau_\nu)}{2} \int_0^\infty E_1(|\tau_\nu - \tau'_\nu|) S_\nu(\tau'_\nu) d\tau'_\nu + [1 - \lambda_\nu(\tau_\nu)] B_\nu(T). \quad (5)$$

Если функция $S_\nu(\tau_\nu)$ найдена, то интенсивность излучения, выходящего из фотосферы, определяется формулой

$$I_{\nu}(0, \eta) = \int_0^{\infty} S_{\nu}(\tau_{\nu}) e^{-\frac{\tau_{\nu}}{\eta}} \frac{d\tau_{\nu}}{\eta}, \quad (6)$$

а поток выходящего излучения равен

$$H_{\nu} = 2\pi \int_0^1 I_{\nu}(0, \eta) \eta d\eta. \quad (7)$$

Прежде чем решать уравнение (5), необходимо построить модель фотосферы, то есть найти распределение в ней плотности ρ и температуры T . Это дает возможность выразить входящие в (5) величины λ_{ν} и $B_{\nu}(T)$ в виде функций от оптической глубины τ_{ν} . Поскольку эти функции оказываются сложными, то уравнение (5) решается обычно численно.

Однако с целью определения наиболее интересных для практики величин $I_{\nu}(0, \eta)$ и H_{ν} могут быть использованы также методы, не требующие предварительного нахождения функции $S_{\nu}(\tau_{\nu})$. Один из таких методов был применен автором [9] в случае, когда величина λ_{ν} экспоненциально убывает с ростом оптической глубины. В этом случае, при допущении, что величина $B_{\nu}(T)$ представляется линейной функцией от τ_{ν} , были получены таблицы для искомым функций $I_{\nu}(0, \eta)$ и H_{ν} .

В настоящей статье для определения интенсивности излучения, выходящего из фотосферы, используются линейные интегральные уравнения, вытекающие из уравнений (2) и (3). Полученные уравнения справедливы при произвольной зависимости величин λ_{ν} и $B_{\nu}(T)$ от τ_{ν} . Однако вычисления производятся лишь для случая, когда фотосфера изотермична и плотность убывает в ней по барометрическому закону

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{\tau - \tau_0}{h}}, \quad (8)$$

где h — высота однородной фотосферы.

Поскольку $\kappa_{\nu} \sim \rho^2$ и $\sigma \sim \rho$, то в данном случае имеем

$$\tau_{\nu} = \left(\frac{\kappa_{\nu}}{2} + \sigma \right) h \quad (9)$$

и

$$\lambda_{\nu} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2a_{\nu}\tau_{\nu}}}, \quad (10)$$

где a_{ν} — постоянная в фотосфере величина, определенная соотношением

$$\frac{\lambda_v}{\sigma} = a \cdot \tau h = a \cdot \tau_e, \quad (11)$$

а τ_e — оптическая глубина, обусловленная электронным рассеянием.

Уравнение для интенсивности излучения. Из уравнений (2) и (3) можно получить линейное интегральное уравнение, определяющее непосредственно интенсивность излучения, выходящего из фотосферы. Такие уравнения для случая $\lambda_v = \text{const}$ были найдены уже давно [10, гл. IV]. В последние же годы подобные уравнения были получены [11, 12] и в случае, когда λ_v зависит от τ_v .

Входящую в (3) величину $\lambda_v(\tau_v)$ мы сейчас представим в виде

$$\lambda_v(\tau_v) = \int_0^{\infty} e^{-m\tau_v} L_v(m) dm, \quad (12)$$

где $L_v(m)$ — произвольная функция от m .

Чтобы получить упомянутое уравнение для величины $I_v(0, \eta)$, умножим уравнение (3) на $e^{-\tau_v/\eta}$ и проинтегрируем по τ_v от 0 до ∞ . Пользуясь формулами (6) и (12), находим

$$I_v(0, \eta) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\eta' \int_0^{\infty} L_v(m) dm \int_0^{\infty} I_v(\tau_v, \eta') e^{-\frac{\tau_v}{\eta}} \frac{d\tau_v}{\eta} + I_v^*(0, \eta), \quad (13)$$

где обозначено

$$\mu = \frac{\eta}{1 + m\eta} \quad (14)$$

и

$$I_v^*(0, \eta) = \int_0^{\infty} [1 - \lambda_v(\tau_v)] B_v(T) e^{-\frac{\tau_v}{\eta}} \frac{d\tau_v}{\eta}. \quad (15)$$

С другой стороны, заменяя в уравнении (2) η на η' , умножая его на $e^{-\tau_v/\eta'}$ и интегрируя по τ_v от 0 до ∞ , получаем

$$\int_0^{\infty} I_v(\tau_v, \eta') e^{-\frac{\tau_v}{\eta'}} d\tau_v = \frac{\mu I_v(0, \mu) - \eta' I_v(0, \eta')}{\mu - \eta'} \mu. \quad (16)$$

Подстановка (16) в (13) дает

$$I_v(0, \eta) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\eta' \int_0^\infty \frac{\mu I_v(0, \mu) - \eta' I_v(0, \eta')}{\mu - \eta'} \frac{L_v(m) dm}{1 + m\eta} + I_v^*(0, \eta). \quad (17)$$

Так как в уравнении (17) надо считать, что $I_v(0, \eta') = 0$ при $\eta' < 0$, то оно переписывается в виде

$$I_v(0, \eta) = \frac{1}{2} \int_0^1 d\eta' \int_0^\infty \frac{\mu I_v(0, \mu) - \eta' I_v(0, \eta')}{\mu - \eta'} \frac{L_v(m) dm}{1 + m\eta} + \frac{1}{2} \int_0^\infty I_v(0, \mu) \mu \ln \frac{1 + \mu}{\mu} \frac{L_v(m) dm}{1 + m\eta} + I_v^*(0, \eta). \quad (18)$$

Уравнение (18) и может служить для определения искомой функции $I_v(0, \eta)$.

Для численного решения уравнения (18), по-видимому, проще всего представить функцию $I_v(0, \eta)$ формулой

$$I_v(0, \eta) = \sum_0^N C_{v,n} \eta^{n/2}, \quad (19)$$

где $C_{v,n}$ — коэффициенты, подлежащие определению. Подставляя (19) в (18), мы можем легко произвести интегрирование по η' . Затем, полагая $\eta = 0, 1/N, 2/N, \dots, 1$ и производя интегрирование по m , получаем систему линейных алгебраических уравнений для нахождения величин $C_{v,n}$.

Случай изотермической фотосферы. Сейчас мы приведем результаты решения уравнения (18) для случая изотермической фотосферы, находящейся в гравитационном поле. Как показано выше, для этого случая величина $\lambda_v(\tau_v)$ определяется формулой (10). Так как эта формула может быть записана в виде

$$\lambda_v(\tau_v) = \frac{1}{\sqrt{1 + 2a_v \tau_v}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi a_v}} \int_0^\infty e^{-\left(\frac{1}{2a_v} + \tau_v\right)m} \frac{dm}{\sqrt{m}}, \quad (20)$$

то в уравнение (18) надо подставить

$$L_v(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a_v m}} e^{-\frac{m}{2a_v}}. \quad (21)$$

Делая эту подстановку и полагая $m = 2a \cdot z^2$, вместо уравнения (18) получаем

$$I_v(0, \eta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 d\eta' \int_0^\infty \frac{\mu I_v(0, \mu) - \eta' I_v(0, \eta')}{\mu - \eta'} \frac{e^{-z^2} dz}{1 + 2a_v \eta z^2} + \\ + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty I_v(0, \mu) \mu \ln \frac{1 + \mu}{\mu} \frac{e^{-z^2} dz}{1 + 2a_v \eta z^2} + I_v^*(0, \eta), \quad (22)$$

где

$$I_v(0, \eta) = B_v(T) \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-z^2} \frac{dz}{1 + 2a_v \eta z^2} \right]. \quad (23)$$

Уравнение (22) было решено численно при представлении функции $I_v(0, \eta)$ формулой (19). Значения величины $I_v(0, \eta)/B_v(T)$, полученные в результате этого решения, приведены в табл. 1 при разных значениях параметра a_v , определенного формулой (11).

Таблица 1
ЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ $I_v(0, \eta)/B_v(T)$

$\eta \backslash a_v$	0.01	0.025	0.05	0.125	0.25	0.50	1.00
0	0.110	0.143	0.171	0.212	0.245	0.279	0.313
0.1	0.139	0.181	0.217	0.274	0.323	0.378	0.439
0.2	0.162	0.212	0.255	0.323	0.383	0.448	0.519
0.3	0.184	0.240	0.290	0.367	0.432	0.504	0.577
0.4	0.205	0.267	0.322	0.405	0.475	0.548	0.622
0.5	0.225	0.292	0.351	0.439	0.511	0.585	0.658
0.6	0.244	0.316	0.378	0.469	0.543	0.617	0.687
0.7	0.262	0.338	0.403	0.497	0.571	0.644	0.712
0.8	0.280	0.360	0.426	0.522	0.595	0.667	0.733
0.9	0.297	0.380	0.448	0.544	0.617	0.687	0.751
1.0	0.313	0.399	0.468	0.565	0.637	0.705	0.767

С помощью табл. 1 и формулы (7) можно найти значения величины H_v , то есть потока излучения, выходящего из звезды. В табл. 2 содержатся значения величины $H_v/\pi B_v(T)$ в зависимости от значений параметра a_v .

Таблица 2

ЗНАЧЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ $H_{\nu}/\pi B_{\nu}(T)$

a_{ν}	0.01	0.025	0.05	0.125	0.25	0.50	1.00
Точн.	0.254	0.327	0.389	0.480	0.551	0.622	0.690
Асимпт.	0.301	0.410	0.515				

Величина $H_{\nu}/\pi B_{\nu}(T)$ представляет собой отношение потока излучения, выходящего из изотермической фотосферы при наличии в ней электронного рассеяния, к потоку излучения, выходящему из нее в том случае, когда электронное рассеяние отсутствует (то есть, когда поток определяется формулой Планка). Мы видим, что это отношение уменьшается с убыванием величины a_{ν} . Объясняется это тем, что с убыванием величины a_{ν} путь фотона в фотосфере возрастает и, следовательно, вероятность истинного поглощения увеличивается. Поскольку в разных частях спектра величина a_{ν} различна, то электронное рассеяние может сильно деформировать спектр звезды.

Разумеется, в реальных фотосферах величина $B_{\nu}(T)$ не является постоянной, а зависит от оптической глубины τ_{ν} , обусловленной как истинным поглощением, так и электронным рассеянием. Вместе с тем величина λ_{ν} уже не определяется простой формулой (10). Поэтому влияние электронного рассеяния на спектр будет более сложным, чем в случае изотермической фотосферы. Однако и в более общих случаях рассматриваемая задача может быть решена путем использования уравнения (18).

Асимптотические формулы. Если в верхних слоях фотосферы электронное рассеяние сильно преобладает над истинным поглощением, то для величин $I_{\nu}(0, \eta)$ и H_{ν} могут быть получены асимптотические формулы. В случае изотермической фотосферы эти формулы имеют место при условии, что $a_{\nu} \ll 1$. Тогда, как видно из формулы (10), величина λ_{ν} остается близкой к 1 даже на довольно больших оптических глубинах.

Для получения упомянутых асимптотических формул в случае изотермической фотосферы мы воспользуемся тем обстоятельством, что Э. Г. Яновицким [13] была найдена асимптотическая формула для альбеда фотосферы, в которой $\lambda_{\nu} = e^{-a_{\nu} \tau_{\nu}}$. Согласно [13], альbedo такой фотосферы, освещенной параллельными лучами при угле падения $a \tau \cos \gamma$, при $a_{\nu} \ll 1$ определяется асимптотической формулой

$$A_{\nu}(\eta) = 1 - 0.607 \varphi(\eta) a_{\nu}^{1/3}, \quad (24)$$

где $\varphi(\eta)$ — функция Амбарцумяна для случая чистого рассеяния (то есть при $\lambda_{\nu} = 1$).

Поскольку же интенсивность излучения, выходящего из изотермической фотосферы, связана с альбедо фотосферы соотношением (см., например, [9])

$$I_{\nu}(0, \tau) = B_{\nu}(T)[1 - A_{\nu}(\tau)], \quad (25)$$

то мы имеем

$$\frac{I_{\nu}(0, \tau)}{B_{\nu}(T)} = 0.607 \varphi(\tau) a_{\nu}^{1/3}. \quad (26)$$

Хотя формула (26) и найдена для случая, когда λ_{ν} убывает с ростом τ , по экспоненциальному закону, но мы можем считать, что она асимптотически выражает величину $I_{\nu}(0, \tau)$ и в случае убывания λ_{ν} по закону (10), так как оба эти закона при $a_{\nu} \ll 1$ асимптотически между собой совпадают.

Пользуясь формулами (7) и (26), получаем следующую асимптотическую формулу для потока излучения, выходящего из фотосферы:

$$\frac{H_{\nu}}{\pi B_{\nu}(T)} = 1.40 a_{\nu}^{1/3}. \quad (27)$$

Значения величины $H_{\nu}/\pi B_{\nu}(T)$, найденные по этой формуле, приведены в последней строке табл. 2. Из таблицы видно, что асимптотические значения этой величины близки к ее точным значениям лишь при весьма малых значениях параметра a_{ν} .

Подставляя в формулу (27) выражение для a_{ν} из (11), имеем

$$\frac{H_{\nu}}{\pi B_{\nu}(T)} = 1.40 \left(\frac{x_{\nu}}{c^2 h} \right)^{1/3}. \quad (28)$$

Эта формула (с точностью до постоянного множителя порядка 1) была получена в работе Я. Б. Зельдовича и Н. И. Шакуры [14] и использована ими для исследования рентгеновских источников.

В заключение заметим, что полученное в настоящей статье уравнение (18) может быть применено не только к объектам с большой ролью электронного рассеяния. Его можно также использовать при изучении объектов, в которых важную роль играет молекулярное рассеяние. К ним, в частности, относятся звезды поздних спектральных классов. Вообще же уравнения типа (18) могут служить для определения интенсивности излучения, выходящего из среды, в которой отношение коэффициента рассеяния к коэффициенту истинного поглощения зависит от оптической глубины.

Автор выражает благодарность В. М. Лоскутову за вычисления для этой статьи.

THE EFFECT OF ELECTRON SCATTERING ON
CONTINUOUS SPECTRUM OF A STAR

V. V. SOBOLEV

Photospheres of hot stars (or other astrophysical objects) are considered in the case where light scattering by free electrons is important. The ratio of the coefficient of scattering to that of absorption is assumed to be an arbitrary function of optical depth. A linear integral equation immediately determining the emergent intensity is obtained. This equation is solved numerically for an isothermal photosphere with barometrically changing density. The asymptotic formula for this intensity is also given.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Амбарцумян. Труды АО ЛГУ, вып. 4, 1938.
2. R. P. Kirshner, J. B. Oke, M. V. Penston, L. Searle, *Ap. J.*, 185, 303, 1973.
3. В. В. Соболев, *Астрофизика*, 10, 185, 1974.
4. J. E. Felten, M. J. Rees, *Astron. Astrophys.*, 17, 226, 1972.
5. Н. И. Шакура, *Астрон. ж.*, 49, 652, 1972.
6. С. Г. Слюсарев, *ДАН СССР*, 45, 741, 1954.
7. В. Г. Горбацкий, И. Н. Минин, *Нестационарные звезды*, Физматгиз, М., 1963.
8. В. В. Соболев, В. М. Лоскутов, *ДАН СССР*, 224, 1293, 1975.
9. В. В. Соболев, *Астрофизика*, 11, 499, 1975.
10. В. В. Соболев, *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет*, Гостехиздат, М., 1956.
11. В. J. Martin, *SIAM J. Appl. Math.*, 20, 703, 1971.
12. В. В. Соболев, *Астрон. ж.*, 53, 681, 1976.
13. Э. Г. Яновцкий, *Астрон. ж.*, 55, № 5, 1978.
14. Я. Б. Зельдович, Н. И. Шакура, *Астрон. ж.*, 46, 225, 1969.