

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

МАЙ, 1978

ВЫПУСК 2

УДК 523.872

КИНЕТИКА НЕЙТРИННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ГОРЯЧЕЙ МОДЕЛИ ВСЕЛЕННОЙ С ПЕРВИЧНЫМИ «ЧЕРНЫМИ ДЫРАМИ»

Б. В. ВАЙНЕР

Поступила 4 июля 1977

Пересмотрена 14 декабря 1977

Представлены результаты расчетов спектра нейтринного излучения. Рассмотрены процессы как с заряженным, так и с нейтральным токами, получены выражения для длины свободного пробега и скорости потерь энергии нейтрино, испускаемых первичными «черными дырами». Обсуждаются различные возможные астрофизические следствия.

1. *Введение.* В настоящее время, по-видимому, наиболее хорошо согласуется с наблюдениями модель горячей Вселенной, однородной и изотропной в достаточно больших масштабах. Для объяснения наблюдаемой структуры вещества (галактики, скопления галактик) обычно привлекается гипотеза начальных возмущений, которые в процессе своей эволюции приводят к образованию этой структуры [1, 2]. Как показано в [3, 4], коротковолновая часть спектра возмущений плотности может приводить к образованию первичных «черных дыр» малой массы (т. е. $m \ll M_{\odot}$). Открытый Хоукингом [5] эффект испарения первичных «черных дыр» (ПЧД) позволяет рассмотреть различные наблюдательные следствия процесса испарения и тем самым ограничить возможную среднюю плотность таких ПЧД, а следовательно и амплитуду начальных возмущений.

Согласно (5), ПЧД излучает пары частиц и античастиц подобно абсолютно черному телу с температурой

$$T = 0.4 \frac{\hbar c^3}{kG} \frac{1}{m} \approx \frac{r}{m}, \quad (1)$$

т. е. теряет энергию со скоростью

$$\frac{dE}{dt} = - \frac{\hbar c^6}{G^2} \frac{1}{m^2};$$

при этом время жизни ПЧД

$$\tau = 10^{-28} m^3 = \gamma m^3. \quad (2)$$

Из (2) видно, что все ПЧД с $m < 10^{15}$ г к настоящему времени уже испарились и о возможности их существования можно судить лишь по эффектам, произведенным ими на более ранних стадиях эволюции Вселенной. Процесс испарения ПЧД увеличивает удельную энтропию, которая является наблюдаемой в настоящее время величиной ($s = 10^8 \div 10^9$). В [6] из требования, чтобы увеличение энтропии $\Delta s \ll s$, получены ограничения на плотность ПЧД с $m < 10^9$ г. Из рассмотрения влияния излучения ПЧД на синтез легких элементов получены ограничения на их плотность в диапазоне $10^9 < m < 10^{13}$ г [7, 8]. Для ПЧД с $m > 10^{13}$ г, ограничения возникают из рассмотрения влияния их излучения на процесс рекомбинации водорода [9] и из анализа интенсивности γ -излучения с энергией порядка 100 Мэв [4, 10]. Следует отметить, что с увеличением массы ПЧД ограничения на их плотность становятся все более жесткими [11]. В настоящее время информацию о спектре масс ПЧД и их плотности в диапазоне $10^9 < m < 10^{12}$ г могло бы дать исследование нейтринного излучения, возникающего в результате испарения «черных дыр». Действительно, γ -излучение быстро термализуется [7], и лишь нейтринное излучение, которое слабо взаимодействует с веществом, несет необходимую информацию. Однако энергия нейтрино, испущенного ПЧД с массой $m = 3 \cdot 10^9$ г в момент времени $t = 1$ сек, уменьшится к настоящему времени до

$$\nu = 10^4 \frac{a(t)}{a(t_{\text{now}})} \text{ (Гэв)},$$

где $a(t)$ — масштабный фактор фридмановской модели и составит всего $\nu = 1 \div 10$ Кэв. Прямое обнаружение таких нейтрино пока невозможно. Из современных наблюдений хорошо известны средние концентрации легких элементов (D, He³, He⁴), которые синтезируются на ранних стадиях эволюции Вселенной [16]. Проведенные в [17] расчеты обилий этих элементов в рамках однородной изотропной космологической модели хорошо согласуются с наблюдениями. Поскольку нейтринное излучение от ПЧД оказывает влияние (как будет показано ниже) на выход легких элементов, сопоставление расчетов с наблюдениями позволит определить (или ограничить) параметры этого излучения. Кроме того, современные детекторы в принципе позволяют исследовать спектр излучения нейтрино от ПЧД с $m = 10^{13} \div 10^{15}$ г, т. е. в диапазоне энергий $\nu = 100 \div 1000$ Гэв. В настоящей работе проведен расчет параметров этого спектра и указываются возможные наблюдательные следствия, обусловленные нейтринным излучением от ПЧД. Рассмотрены процессы с заряженным и нейтральным токами.

получены выражения для длины свободного пробега и интеграла столкновений, найдено решение кинетического уравнения в различных предельных случаях.

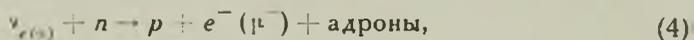
2. *Кинетическое уравнение.* Кинетическое уравнение для функции распределения нейтринного излучения имеет вид ($\hbar = c = m_e = 1$):

$$\frac{\partial F(\nu, t)}{\partial t} - H\nu \frac{\partial F(\nu, t)}{\partial \nu} = -\frac{1}{\lambda(\nu)} F(\nu, t) + S|F| + \bar{\varphi}_\nu(t), \quad (3)$$

где $F(\nu, t)$ — функция распределения, $H = \dot{a}/a$ — „постоянная“ Хаббла, $\lambda(\nu)$ — длина свободного пробега, $S|F|$ — интеграл столкновений, $\bar{\varphi}_\nu(t)$ — спектральная плотность источников.

Предполагается, что ПЧД распределены в пространстве однородно и расстояние между ними много меньше длины свободного пробега $\lambda(\nu)$. Как показывают оценки [7], эти условия остаются справедливыми при любых имеющихся в настоящее время ограничениях на плотность ПЧД.

Как известно, взаимодействие нейтрино с нуклонами можно описать двумя типами гамильтонианов: с заряженным током (ЗТ) и с нейтральным током (НТ). Примером процесса с ЗТ является реакция:



а с НТ:



В дальнейшем мы рассматриваем лишь процессы рассеяния нейтрино на нуклонах (5), так как сечение аналогичной реакции на электронах в $m_n/m_e \approx 2000$ раз меньше. Однако до момента аннигиляции e^+e^- концентрация электрон-позитронных пар намного превосходит концентрацию нуклонов и процессы типа $\nu_e + e^+ \rightarrow \nu_e + e^+$ могут стать существенными. Качественно их роль обсуждается ниже.

3. *Длина свободного пробега.* В процессах с ЗТ нейтрино поглощаются, поэтому длина свободного пробега $\lambda(\nu)$ будет определяться матричным элементом [12]:

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}(p) \gamma_\mu (1 - \alpha \gamma_5) u(q) \bar{u}(k) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u(\nu), \quad (6)$$

где p, q, k, ν — 4-импульсы протона, нейтрона, электрона и нейтрино соответственно; G — постоянная слабого взаимодействия, γ_μ — матрицы Дирака. Из эксперимента $\alpha = 1.21 \pm 0.03$ [14].

Суммируя по конечным и усредняя по начальным спиновым состояниям, получим:

$$\langle \mu^2 \rangle_c = \frac{1}{2} \sum |M|^2 = 16 G^2 |(x+1)^2 (qv)(pk) + (x-1)^2 (qk)(pv) + (x^2-1) m_n m_p (vk)|. \quad (7)$$

Длина свободного пробега:

$$\lambda^{-1}(v) = 2 \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} F_n(q) W(q, v \rightarrow p, k) \frac{d^3 p d^3 k}{2p_0 2k_0} [1 - f(k)] [1 - F_p(p)], \quad (8)$$

где F_n ; F_p ; $f(k)$ — функции распределения нейтронов, протонов и электронов соответственно.

И вероятность перехода:

$$W(q, v \rightarrow p, k) = \frac{\langle \mu^2 \rangle_c}{(2\pi)^2 2v 2q_0} \delta^4(q + v - p - k). \quad (9)$$

Как уже указывалось выше, мы в дальнейшем предполагаем рассмотреть эволюцию спектра нейтринного излучения, испускаемого ПЧД с $10^9 < m < \leq 10^{13}$ г. Характерная энергия нейтрино при этом

$$v \gg m_n. \quad (10)$$

Дифференциальное сечение реакции (4) можно записать в виде [13]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2} \langle \mu^2 \rangle_c \frac{1}{(v+q)^2}. \quad (11)$$

С учетом сохранения 4-импульса в системе покоя нейтрона, получим:

$$\begin{aligned} \langle \mu^2 \rangle_c = 16 G^2 & \left\{ (x+1)^2 m_n v \left(m_n v + \frac{m_n^2 - m_p^2 - 1}{2} \right) + \right. \\ & + (x-1)^2 m_n k_0 \left(m_n k_0 + \frac{m_p^2 - m_n^2 - 1}{2} \right) + (x^2 - 1) m_n m_p \times \\ & \left. \times \left| m_n (v - k_0) + \frac{m_n^2 - m_p^2 + 1}{2} \right| \right\}. \quad (12) \end{aligned}$$

Используя (10), выразим дифференциальное сечение через энергию нейтрино:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \frac{G^2 (x^2 + 1) m_n^2}{4\pi^2} \frac{v}{m_n}, \quad (13)$$

т. е. $\sigma \approx 10^{-38} \nu \text{ см}^2$; где ν выражено в Гэв. Пренебрегая тепловым движением нейтронов, т. е. полагая $F_n(q) = n_n \delta(q)$, проинтегрируем выражение (8):

$$\lambda^{-1}(\nu) = \frac{16 G^2}{(2\pi)^3} (x^2 + 1) m_n \nu n_n, \quad (14)$$

где n_n — плотность нейтронов.

Взаимодействие нейтрино, испускаемых ПЧД с нуклонами «фона», следует учитывать, если*:

$$\lambda(\nu) \leq t. \quad (15)$$

После момента аннигиляции нуклон-антинуклонных пар плотность нейтронов

$$n_n = \frac{h T_{ph}^3}{m_n}; \quad T_{ph} = \beta t^{-1/2}; \quad \beta \approx 10^{10}, \quad (16)$$

причем h связано с наблюдаемой плотностью барионов соотношением [15]:

$$\rho_{\text{бар}} = 7.15 h (\nu/c m^3).$$

Используя (14) и (16), неравенство (15) запишем в виде:

$$T_{ph} \gtrsim \frac{m_n}{\beta^2 h} \quad (17)$$

Для $\nu = 100 \text{ Гэв}$ и $h = 10^{-31}$ из (17) имеем:

$$T_{ph} \gtrsim 10^{10} \text{ К}. \quad (18)$$

4. *Интеграл столкновений.* Интеграл столкновений описывает процессы типа (5), в которых число квантов сохраняется.

$$\begin{aligned} S[F] = & (1 - F(\nu, t)) \int d^3\nu' F(\nu', t) F_n^{\text{in}}(\nu, \nu' \cos \theta) - \\ & - F(\nu, t) \int d^3\nu' (1 - F(\nu', t)) F_n^{\text{out}}(\nu, \nu', \cos \theta), \end{aligned} \quad (19)$$

где $\theta = \widehat{\nu \nu'}$.

* Это неравенство слишком грубое. При оценке влияния на синтез его необходимо уточнить (см. ниже).

Перейдем теперь к расчету вероятностей перехода

$$F_{\nu n}^{\text{in/out}}(\nu, \nu', \cos \theta).$$

Матричный элемент реакции (5) можно записать в виде [12]:

$$\langle \mu^2 \rangle_N = 16 G^2 (q\nu) (q'\nu'). \quad (20)$$

В выражении (20) мы считаем взаимодействие точечным, т. е. пренебрегаем возможной структурой адрона, электромагнитным взаимодействием и т. д. Это приближение достаточно хорошо описывает процесс рассеяния нейтрино на нуклонах, так как согласно [14] при высоких энергиях форм-факторы адронов обрезают значение квадрата импульса нейтрона отдачи на $q'^2 \ll \nu^2, m_n \nu$, в зависимости от модели. Подробный расчет дифференциального сечения реакций типа (5) проведен в работе [18].

Из закона сохранения 4-импульса

$$q + \nu = q' + \nu'$$

нетрудно получить, что $(q\nu) = (q'\nu')$.

Тогда дифференциальное сечение реакции (5) в системе отсчета, связанной с нейтроном, будет

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G^2}{4\pi^2} \frac{m_n^2 \nu^2}{m_n^2 + 2m_n \nu}. \quad (21)$$

Сравнивая (21) и (13), видим, что в пределе $\nu \gg m_n$

$$\frac{\sigma(HT)}{\sigma(3T)} \simeq \frac{1}{3(x^2 + 1)} = 0.203.$$

Это значение хорошо согласуется с экспериментом (0.23 ± 0.08) [14]. Вероятности переходов $F_{\nu n}^{\text{in/out}}(\nu', \nu, \cos \theta)$ обладают очевидным свойством:

$$F_{\nu n}^{\text{in}}(\nu, \nu', \cos \theta) = F_{\nu n}^{\text{out}}(\nu', \nu, \cos \theta),$$

где

$$F_{\nu n}^{\text{out}} = 2 \int \frac{d^3 q d^3 q'}{(2\pi)^5} \frac{\langle \mu^2 \rangle_N q^4 (q + \nu - q' - \nu')}{2\nu 2\nu' 2q_0 2q'_0} F_n(q) [1 - F_n(q')]. \quad (22)$$

В настоящей работе предполагается рассмотреть взаимодействие нейтрино, испускаемых ПЧД, с нуклонами «фона» при температурах $T_{ph} < m_n$. При этом нейтроны можно считать невырожденным идеальным газом и функцию распределения записать в виде:

$$F_n(q) = \frac{n_n}{(2\pi m_n T_{ph})^{3/2}} \exp\left(-\frac{q^2}{2m_n T_{ph}}\right). \quad (23)$$

Подставляя (20) и (23) в (22), получим:

$$F_{\nu n}^{\text{out}}(\nu, \nu', \cos \theta) = \frac{2G^2 n_n}{(2\pi)^4 (2\pi m_n T_{ph})^{3/2}} \frac{\nu}{\nu'} \int_{\varepsilon_+}^{\infty} d\varepsilon \frac{N\varepsilon^2 + m\varepsilon + Q}{\sqrt{\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu' \cos \theta}} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{(\varepsilon - \Delta)^2 - m_n^2}{2m_n T_{ph}}\right\}, \quad (24)$$

где $\Delta = \nu - \nu'$.

Нижний предел интегрирования ε_+ определяется требованием $B^2 - AC \geq 0$, что дает

$$\varepsilon_+ = \frac{1}{2} \left\{ \Delta + \sqrt{\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu' \cos \theta} \left(1 + \frac{2m_n^2}{\nu\nu' (1 - \cos \theta)} \right)^{1/2} \right\}. \quad (25)$$

Интеграл (24) легко вычисляется:

$$F_{\nu n}^{\text{out}}(\nu, \nu', \cos \theta) = \frac{2G^2 n_n}{(2\pi)^4} (2\pi m_n T_{ph})^{-3/2} \frac{\nu}{\nu'} \frac{e^{\frac{m_n}{2T_{ph}}}}{\sqrt{\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu' \cos \theta}} \times \\ \times \left(\frac{m_n T_{ph}}{2} \right)^{1/2} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2} (1 - \Phi(\lambda_+)) ((2m_n T_{ph} + \Delta^2) N + m\Delta + Q) + \right. \\ \left. + 2e^{-\lambda_+^2} (2m_n T_{ph})^{1/2} \left(N\Delta + \frac{m}{2} + \left(\frac{m_n T_{ph}}{2} \right)^{1/2} N\lambda_+ \right) \right\}, \quad (26)$$

где

$$\lambda_+ = \frac{\varepsilon_+ - \Delta}{(2m_n T_{ph})^{1/2}}$$

$\Phi(\lambda_+)$ — функция ошибок, N, m, Q зависят от $\nu, \nu', \cos \theta$ и ввиду их громоздкости здесь не выписаны.

Как уже указывалось выше, функцию распределения нейтрино мы будем предполагать изотропной. Тогда интегрирование по азимутальному углу дает просто 2π и интеграл столкновений принимает вид:

$$S[F] = \int d\nu' \nu'^2 F_{\nu n}^{\text{in}}(\nu, \nu') F(\nu') - F(\nu) \int d\nu' \nu'^2 F_{\nu n}^{\text{out}}(\nu, \nu') + \\ + \int d\nu' \nu'^2 F(\nu) F(\nu') (F_{\nu n}^{\text{out}}(\nu, \nu') - F_{\nu n}^{\text{in}}(\nu, \nu')); \quad (27)$$

$$F_{\nu n}^{\text{in/out}}(\nu, \nu') = 2\pi \int d(\cos \theta) F_{\nu n}^{\text{in/out}}(\nu, \nu', \cos \theta).$$

Ввиду сложности выражения (26), этот интеграл может быть взят только численно. В настоящей работе мы ограничимся главным членом асимптотического разложения по параметру $\nu' m_n \gg 1$.

Действительно, функция χ^2 имеет минимум в точке

$$\cos \theta_0 = 1 - \frac{m_n \Delta}{\nu \nu'},$$

поэтому в указанном приближении

$$\begin{aligned} F_{\nu n}^{\text{out}}(\nu, \nu') &= \frac{G^2 n_n}{4(2\pi)^3} \frac{1}{\nu'^2} \left(2\nu' - \nu - \frac{\nu'^2}{\nu} \right), \\ F_{\nu n}^{\text{in}}(\nu, \nu') &= \frac{G^2 n_n}{4(2\pi)^3} \frac{1}{\nu^2} \left(2\nu - \nu' - \frac{\nu^2}{\nu'} \right). \end{aligned} \quad (28)$$

Выражение (28) получено при условии $\Delta/\nu \ll 1$; $\Delta/m_n \gg 1$. При этом функцию распределения нейтрино можно разложить в ряд Тейлора и ограничиться первым членом разложения, т. е.:

$$F(\nu') = F(\nu) + \frac{dF}{d\nu} (\nu' - \nu).$$

Отбрасывая в интеграле столкновений члены порядка $F^2(\nu)$, получим:

$$S[F] = \frac{1}{20} R \left(\nu^3 \frac{dF}{d\nu} + 5\nu^3 F \right), \quad (29)$$

где

$$R = \frac{G^2 n_n}{4(2\pi)^3}.$$

Так как процессы с НТ сохраняют число квантов, интеграл столкновений (29) может быть представлен в «дивергентном» виде:

$$S[F] = \frac{R}{20} \frac{1}{\nu^2} \frac{d}{d\nu} \nu^5 F(\nu). \quad (30)$$

Рассмотрим скорость изменения средней энергии кванта (нейтрино) за счет столкновений с холодными нейтронами (реакция 5):

$$\frac{d\bar{z}_\nu}{dt} = \frac{d}{dt} \int_0^\infty \nu^3 S[F] d\nu = - \frac{R}{20} \int_0^\infty \nu^5 F d\nu. \quad (31)$$

Из (31) видно, что если в начальный момент времени t_0 функция распределения $F(\nu)$ имела резкий максимум, то падение энергии будет экспоненциальным, с показателем, пропорциональным квадрату начальной энергии (при $t - t_0 \lesssim t_0$).

Таким образом, процессы с нейтральным током приводят к быстрой диффузии по спектру в область более низких энергий. В дальнейшем все нейтрино, по-видимому, термализуются вплоть до температур $T_{ph} \gtrsim 10^{10}$ К. При более низких температурах установление теплового равновесия для нейтрино, испущенных ПЧД, уже невозможно и в дальнейшем они распространяются свободно, за исключением, быть может, небольшой доли, которая взаимодействует с образующимися после $T_{ph} = 5 \cdot 10^9$ К ядрами легких элементов.

Всюду выше мы говорили о взаимодействии нейтрино с нейтроном. Очевидно, то же самое справедливо и для взаимодействия антинейтрино с протоном. Сечение реакций $\bar{\nu} + p \rightarrow \bar{\nu} + p + \text{адроны}$ и $\bar{\nu} + \bar{n} \rightarrow \bar{\nu} + \bar{n} + \text{адроны}$, согласно (14), примерно в 3 раза меньше рассмотренных в этой работе. До температур $T_{ph} \gtrsim 5 \cdot 10^9$ К электронные нейтрино быстро термализуются за счет рассеяния на $e^+ e^-$, поэтому взаимодействие с нуклонами необходимо учитывать при анализе только спектров $\nu_{\mu}, \bar{\nu}_{\mu}$.

5. Спектральная плотность источников. В дальнейшем мы будем предполагать, что спектр масс ПЧД удовлетворяет степенному закону

$$N(m) dm = Z \left(\frac{m}{m_g} \right)^{-5/2} dm, \quad (32)$$

где Z — постоянная, связанная с амплитудой начальных возмущений, $m_g = 10^{-5} z$ — планковская масса.

Показатель степени $n = 5/2$ выберем потому, что согласно [4] при любом другом показателе спектр масс ПЧД будет экспоненциально обретен в окрестности планковской массы $m_g \approx 10^{-3} z$.

Поскольку, согласно [5], ПЧД излучает частицы подобно «черному» телу, спектральную плотность источников можно записать в виде:

$$\varphi_{\nu}(t) = \nu^3 \bar{\varphi}_{\nu}(t) = \frac{\hbar Z D}{\pi^2 c^3} \int_{m_0}^{m_{\max}} \frac{\nu^3 g(m)}{\exp \frac{\hbar \nu}{k T_{bh}} + 1} \left(\frac{m}{m_g} \right)^{-5/2} \theta(\tau - t) dm. \quad (33)$$

В этом параграфе мы пользуемся обычными единицами системы СГС (k — постоянная Больцмана).

В (33): D — нормировочная постоянная; $g(m)$ — доля энергии, приходящаяся на нейтрино от ПЧД массы m , $m_0 = (10^{29} \tau_0)^{1/3}$; τ_0 — момент, когда „температура“ ПЧД массы m_0 станет равна температуре „фона“; m_{\max} — максимальная масса в спектре (32). Для дальнейших расчетов (33) удобно привести к виду:

$$\varphi_\nu(t) = \begin{cases} \frac{\hbar Z D \nu^3 g t_g^{5/6}}{\pi^2 c^3 \gamma^{11/6}} \left(\frac{kr}{\hbar \nu}\right)^{-9/2} \int_{\frac{\hbar \nu}{kr} \left(\frac{t}{\gamma}\right)^{1/3}}^{\frac{\hbar \nu}{kr} \left(\frac{\tau_m}{\gamma}\right)^{1/3}} \frac{u^{-11/2} du}{e^u + 1}; & \tau_0 \ll t \leq \tau_m \\ 0; & t > \tau_m \end{cases} \quad (34)$$

где

$$r = 3 \cdot 10^{28} \text{ рад} \cdot \text{г},$$

$$\gamma = 10^{-28} \text{ сек} \cdot \text{г}^{-3}.$$

Так как интеграл (34) имеет характерный при расчетах спектральной плотности вид, будем различать низкочастотную и высокочастотную области спектра источника, сравнивая параметр $\hbar \nu / kr (t/\gamma)^{1/3}$ с единицей

а) „Рэлей-джинсовская“ область: $\hbar \nu / kr (\tau_m/\gamma)^{1/3} \ll 1$.

Тогда вычисление интеграла (34) дает:

$$\varphi_\nu(t) = \frac{1}{9} \frac{\hbar Z D g_0 t_g^{5/6}}{\pi^2 c^3 \gamma^{11/6}} \left(\frac{t}{\gamma}\right)^{-3/2} \nu^3 \left(1 - \left(\frac{t}{\tau_m}\right)^{3/2}\right) \theta(\tau_m - t). \quad (35)$$

б) „Виновская“ область: $\hbar \nu / kr (\tau_m/\gamma)^{1/3} \gg 1$.

$$\varphi_\nu(t) = \frac{Z D g_0}{\pi^2 c^3} \left(\frac{t_g}{t}\right)^{5/6} \frac{kr}{t} \nu^2 \exp \left[-\frac{\hbar \nu}{kr} \left(\frac{t}{\gamma}\right)^{1/3} \right] \theta(\tau_m - t). \quad (36)$$

Спектр (35)—(36) представляет собой сумму планковских спектров от отдельных источников с различной температурой. Так как все источники имеют ярко выраженную «рэлей-джинсовскую» область, то и сумма (35) в этой области $\varphi_\nu \sim \nu^3$. Однако «виновская» область спектра излучения ПЧД большей массы перекрывается с «рэлей-джинсовскими» областями спектров ПЧД с меньшей массой, вследствие чего и возникает отличие (36) от обычного «виновского» вида.

Спектр источника имеет максимум на частотах, которые можно грубо оценить, приравнявая (35) и (36), а именно:

$$\nu_{\max} = \frac{kr}{\hbar} \left(\frac{\gamma}{t}\right)^{1/3} \ln 9, \quad (37)$$

и смещается со временем в низкочастотную область.

6. *Спектр нейтринного излучения.* Для нахождения вида спектра нейтринного излучения необходимо решить кинетическое уравнение (3). Однако решение его в общем виде сопряжено с известными математическими трудностями и, кроме того, не требуется по физическому смыслу задачи. Как уже указывалось выше (см. раздел 4), до температур $T_{ph} \geq 5 \cdot 10^9$ К за счет взаимодействия (4), (5), а также рассеяния на e^+e^- это излучение быстро термализуется и в настоящий момент практически не наблюдается. Более того, даже те кванты, которые распространяются свободно начиная с этого момента времени, за счет красного смещения будут иметь слишком малую энергию и также ненаблюдаемы по сегодняшний день. Поэтому для анализа параметров нейтринного спектра, который мог бы быть в принципе исследован современными приборами, необходимо рассмотреть кинетическое уравнение (3) после момента отрыва.

Заменив $\nu^2 F(\nu, t) = (f(\nu, t))/a^3$ для $f(\nu, t)$, получим

$$f(\nu, t) = \int_{\tau_1}^t a^3(t') \varphi_\nu(t') dt' + \Psi(\nu, t), \quad (38)$$

где: $\Psi(\nu, t)$ — спектральная плотность нейтринного излучения, сформировавшегося к моменту отрыва τ_1 .

Подставляя решение для масштабного фактора фридмановской модели

$$a(t) = (2R_0 ct)^{1/2},$$

будем иметь

$$F_1(\nu, t) = 6 \frac{ZDg_0 k^2 r^2}{\pi^2 c^3 \hbar \nu^2} \left(\frac{t_g}{t}\right)^{5/6} \left(\frac{\gamma}{t}\right)^{1/3} \exp\left[-\frac{\hbar \nu}{kr} \left(\frac{t}{\gamma}\right)^{1/3}\right] \quad (39)$$

при

$$\frac{\hbar \nu}{kr} \left(\frac{t}{\gamma}\right)^{1/3} \gg 1,$$

$$F_2(\nu, t) = \frac{1}{9} \frac{\hbar ZDg_0 t_g^{5/6}}{\pi^2 c^3 \gamma^{11/6}} \left(\frac{\gamma}{t}\right)^{3/2} t \left\{ \left[\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^{1/3} - 1 \right] - \frac{2}{9} \left(\frac{t}{\tau_m}\right)^{11/6} \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \left(\frac{\tau_1}{t}\right)^{3/2} \right] \right\}$$

при

$$\frac{\hbar \nu}{kr} \left(\frac{\tau_m}{\gamma}\right)^{1/3} \ll 1. \quad (40)$$

Плотность энергии нейтринного фона можно грубо оценить (на временах $t \leq \tau_m$) как

$$E_\nu = \int_0^{\nu_{\max}} F_2(\nu, t) \nu^3 d\nu = \frac{1}{36} \frac{\hbar Z D g_0 t^{5/6}}{\pi^2 c^3 \gamma^{11/6}} \left(\frac{\gamma}{t} \right)^{17/6} t \left(\frac{kr}{\hbar} \right)^4 \ln^4 g \times \\ \times \left\{ \left[\left(\frac{t}{\tau_1} \right)^{1/3} - 1 \right] - \frac{2}{9} \left(\frac{t}{\tau_m} \right)^{11/6} \left[1 - \left(\frac{\tau_1}{t} \right)^{3/2} \right] \right\}. \quad (41)$$

Нормировочный множитель D можно определить из следующих соображений. Полное число квантов нейтрино, испущенных за время от τ_1 до τ_m , составит (оценка по порядку величины):

$$N_\nu = \frac{c^2 Z g_0}{kr} m_g^2 \int_{m_1}^{m_{\max}} m^{-1/2} dm = \frac{2c^2 Z}{kr} \left(\frac{t_g}{\gamma} \right)^{5/6} \left(\frac{\tau_m}{\gamma} \right)^{1/6}. \quad (42)$$

С другой стороны, через спектральную плотность излучения

$$N_\nu = \frac{1}{\hbar} \int_0^{\nu_{\max}} \int_{\tau_1}^{\tau_m} \frac{a^3 \varphi_\nu(\nu^*, t')}{\nu^*} dt' d\nu^*, \quad \nu^* = \frac{a\nu}{c}. \quad (43)$$

Приравнявая (42) и (43), определим D . Мы не будем выписывать громоздкое выражение для этого коэффициента, а приведем лишь численную оценку. При $t > \tau_m$.

$$E_\nu = E_\nu(\tau_m) \left(\frac{a(\tau_m)}{a(t)} \right)^4.$$

Задавая $\tau_m = 10^{18}$ сек и амплитуду первичной турбулентности $\delta = 2 \cdot 10^{-2}$, получим на сегодня*:

$$E_\nu / E_\gamma \leq 1.$$

Для величины энергии в окрестности максимума нейтринного спектра в тех же предположениях получим

$$\hbar \nu_{\max} \leq kr \left(\frac{\gamma}{\tau_m} \right) \frac{a(\tau_m)}{a(t_{\text{now}})} \simeq 10 \text{ МэВ.}$$

* Выражение для Z через δ см. в [4].

Если принять на сегодня оценку по верхнему пределу $\varepsilon_\nu \approx 10^{-13}$ эрг/см³ и средняя энергия кванта ≈ 10 Мэв, то поток составит $I_\nu = (c\varepsilon_\nu)/h\nu = 10^3$ см⁻² сек⁻¹.

Согласно [19, 20], имеющиеся в настоящее время детекторы обладают на 4—5 порядков меньшей чувствительностью. Однако можно ожидать, что последующее развитие теории слабых взаимодействий и эксперимента позволит либо опровергнуть, либо подтвердить наличие указанного выше нейтринного фона.

7. *Астрофизические следствия.* Первым следствием гипотезы существования ПЧД является возможное наличие космологического нейтринного фона, параметры которого подробно обсуждались в разделе 6.

В работе [7] рассматривалось влияние нейтринного излучения на отношение концентраций $(n/p)_0$ на момент «закалки» нейтронов и из соображений соответствия наблюдаемого обилия He⁴ ($Y = 0.29 \pm 0.04$) с расчетным получилось ограничение на плотность ПЧД:

$$\frac{\rho_{\text{b. h.}}}{\rho_{\text{бар.}}} \lesssim 10^{-10}.$$

Обилие дейтерия при этом изменяется слабо (увеличивается). В то же время, как известно, существует проблема дейтерия, которая состоит в том, что при плотности вещества $\rho_{\text{бар.}} \approx 7 \cdot 10^{-31}$ г/см³ дейтерия получается слишком мало. Впервые решение проблемы с привлечением гипотезы ПЧД было предложено в работе [8].

В работах [17, 21—23] для решения этой проблемы предлагалось рассмотреть энтропийные возмущения с достаточно большим перепадом плотности ($\approx 10^3$).

Первичные «черные дыры» формируются в очень ранний период эволюции Вселенной ($m = 10^{15}$ г, $t_0 = 10^{-23}$ сек), поэтому энтропийные возмущения такой амплитуды не изменят спектра и однородности распределения ПЧД.

В то же время значение отношения $(n/p)_0$ зависит от $\rho_{\text{b. h.}}/\rho_{\text{бар.}}$ и в областях с пониженной плотностью вещества $(n/p)_0$ может сильно измениться (увеличиться). При этом возрастет и обилие He⁴ и D. Таким образом, существование ПЧД в сочетании с энтропийными возмущениями (возможно, меньшей, чем 10^3 амплитуды) может обеспечить наблюдаемое обилие D.

ПЧД, лежащие в рассматриваемом диапазоне масс, испускают также и барионы, которые в процессе взаимодействия с веществом космологического фона могут порождать нейтринное излучение.

Как показано в [8], испускаемые ПЧД барионы могут очень сильно изменить первичный химсостав, поэтому, на наш взгляд, представляет интерес рассмотреть параметры возникающего нейтринного излучения.

Автор благодарен П. Д. Насельскому за обсуждение работы.

Ростовский государственный
университет

THE KINETICS OF NEUTRINOS RADIATION IN THE HOT UNIVERSE WITH PRIMORDIAL "BLACK HOLES"

B. V. VAINER

The results of neutrino spectrum calculations are presented. The processes with charge and neutral currents are considered. The expressions of free path and rate of energy damping "black holes" neutrino are obtained. The astrophysical consequences are discussed.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Г. Дорошквич, Р. А. Сюняев, Я. Б. Зельдович, Препринт ИПМ АН СССР, № 67, 1973.
2. Л. М. Озерной, А. Д. Чернин, Астрон. ж., 44, 1131, 1967.
3. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Астрон. ж., 43, 758, 1966.
4. B. J. Carr, Ap. J., 201, 1, 1975; 206, 8, 1976.
5. S. W. Hawking, Comm. Math. Phys., 43, 199, 1975.
6. Я. Б. Зельдович, А. А. Старобинский, Письма ЖЭТФ, 24, 616, 1976.
7. Б. В. Вайнер, П. Д. Насельский, Письма АЖ, 3, 147, 1977.
8. Я. Б. Зельдович, А. А. Старобинский, М. Ю. Хлопов, В. М. Чечеткин, Письма АЖ, 3, 208, 1977.
9. П. Д. Насельский, Письма АЖ, 3, 1977.
10. B. J. Carr, S. W. Hawking, M. N., 168, 339, 1974.
11. Б. В. Вайнер, П. Д. Насельский, Астрон. ж., (в печати), 1978.
12. W. R. Yuce, J. R. Buchler, Astrophys. Space Sci., 41, 221, 1976.
13. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Литавский, Релятивистская квантовая теория, ч. 1, Наука, М., 1968.
14. В. М. Шехтер, УФН, 119, 593, 1976.
15. R. Wagoner, W. Fowler, F. Hoyle, Ap. J., 148, 3, 1967.
16. H. Reeves, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 12, 437, 1974.
17. R. Wagoner, Ap. J., 179, 343, 1973.
18. R. M. Barnett, Phys. Rev., D14, 2990, 1976.
19. Э. В. Буцаев, Ю. Д. Котов, И. Л. Розенталь, Космические мюоны и нейтрино, Атомиздат, М., 1970.
20. Б. М. Понтекорво, УФН, 119, 633, 1976.
21. R. Epstein, V. Petrosian, Ap. J., 197, 281, 1975.
22. Я. Б. Зельдович, Письма АЖ, 1, 10, 1975.
23. Б. В. Вайнер, О. В. Дрыжакова, В. Л. Зацускин, Л. С. Марочник, Л. И. Резницкий, Астрон. м., 55, 3, 1978.