АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14 МАЙ, 1978 ВЫПУСК 2

УДК 523.854

ПОТЕРЯ УГЛОВОГО МОМЕНТА ЗВЕЗДОЙ, ВХОДЯЩЕЙ В ТЕСНУЮ ДВОЙНУЮ СИСТЕМУ И ИМЕЮЩЕЙ БЫСТРО ВРАЩАЮЩЕЕСЯ ЯДРО

В. Г. ГОРБАЦКИЙ

Поступила 20 марта 1978

Рассматривается торможение быстро вращающегося ядра компоненты тесной двойной системы. Предполагается наличие турбулентной вязкости в слое, расположенном между ядром и внешней оболочкой, подверженной действию динамических приливов. Определены некоторые характеристики турбулентности в этом слое. Предполагается что крутящий момент, действующий на вязкий слой со стороны ядра, уравновешивается моментом, вызванным динамическими приливами. При этом условии определено характерное время потери углового момента вращающимся ядром. Для холодного спутника в системе типа U Близнецов оно может быть порядка 10^7 лет и даже больше.

В работе [1] рассмотрена упрощенная модель звезды, входящей в тесную двойную систему и обладающей источником углового момента — быстро вращающимся ядром. Предполагалось, что самые наружные слои звезды — «конвективная зона» — эффективно затормаживаются вследствие динамических приливов и тем самым обеспечивается сток углового момента. При таких условиях было рассчитано распределение углового момента в области, расположенной между ядром и конвективной зоной. Принималось, что эта область находится в состоянии лучистого равновесия, а вязкость в ней обусловлена турбулентностью. В данной работе на основе полученных в [1] результатов оценивается время потери момента быстро вращающимся ядром. Обсуждаются также некоторые свойства турбулентности в вязкой области.

1. *Динамическое равновесие вязкой области.* Примем, что ядро звезды, имеющее радиус r_0, вращается твердотельно с угловой скоростью ω_c. Угловой момент ядра — J_c и энергия его вращения — E_c с течением времени уменьшаются, так как в результате действия динамических при-

ливов некоторая доля углового момента J_c переходит в орбитальный момент системы J_0, а энергия вращения в неоднородно вращающейся вязкой области диссипирует. Расстояние между центрами звезд в системе обозначим через D, массу звезды, содержащей источник углового момента, — $\mathfrak{M}_1$ и массу другой звезды — $\mathfrak{M}_2$. Внешний крутящий момент K_e, тормозящий вращение первой звезды, возникает вследствие действия второй звезды на приливные выступы, не коллинеарные, благодаря диссипативным процессам, с центрами компонент системы. В рассматриваемом случае приливные выступы должны уходить вперед на угол δ по отношению к линии, соединяющей центры компонент, так как на внутренней границе конвективной зоны, в которой эти выступы возникают, действуют вязкие напряжения, обусловленные быстрым вращением ядра. Со стороны ядра действует крутящий момент K_i, приложенный к внутренней границе вязкого слоя. В равновесном состоянии

$$K_e + K_i = 0 \tag{1}$$

и «угол опережения» δ постоянен.

Приближенное выражение для K_e, при условии, что D велико по сравнению с радиусом звезды R_1, имеет вид (см. [2])

$$K_e = \frac{3G\mathfrak{M}_t\mathfrak{M}_2R_1^2}{D^3}\sin 2\delta, \tag{2}$$

где через $\mathfrak{M}_t$ обозначена величина массы, сосредоточенной в приливных выступах. В [2] приводится следующая оценочная формула

$$\mathfrak{M}_t \approx \frac{1}{2}k\mathfrak{M}_1\left(\frac{R_1}{D}\right)^3. \tag{3}$$

Здесь множителем k, принимаемым равным постоянной движения линии апсид, учитывается зависимость $\mathfrak{M}_t$ от внутренней структуры звезды. Чем выше степень концентрации вещества к центру звезды, тем меньше масса приливного выступа. Таким образом,

$$K_e \approx \frac{3}{2}\frac{G\mathfrak{M}_1^2R_1^5}{D^6}k\sin 2\delta. \tag{4}$$

Выражение (4) становится более удобным для численных оценок, если использовать соотношение

$$D^3 = \frac{G^2}{16\pi^4}P^4_{\text{орб.}}(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)^2. \tag{5}$$

Подставив (5) в (4), имеем:

$$K_e \approx \frac{24\pi^4}{G}\left(\frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_1+\mathfrak{M}_2}\right)^2 \frac{R_1^5}{P^4_{\text{орб.}}}\, k \sin 2\delta. \tag{6}$$

Величину K_i определяем, считая ядро звезды круговым цилиндром с радиусом основания r_0 и высотой, равной r_0. Тогда

$$K_i = 2\pi r_0^2 \eta_{i0}\left(\frac{dv_\varphi}{dr} - \frac{v_\varphi}{r}\right)_0 r_0, \tag{7}$$

где η_{i0} — величина коэффициента вязкости в слое газа, прилегающем к ядру, а индексом «0» обозначены величины для этого же слоя. Так как

$$\left(\frac{dv_\varphi}{dr} - \frac{v_\varphi}{r}\right)_0 = r_0\left(\frac{d\omega}{dr}\right)_0 \equiv a\omega_0, \tag{8}$$

то получаем

$$K_i \approx 2\pi a r_0^3 \eta_{i0}\omega_0. \tag{9}$$

Значение $a(<0)$ можно вычислить, например, по результатам [1]. Используя (6) и (9), из (1) находим соотношение

$$r_0^3\eta_{i0}\omega_0 \approx -\frac{12\,\pi^3}{aG}\left(\frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_1+\mathfrak{M}_2}\right)^2 \frac{R_1^5}{P^4_{\text{орб.}}}\, k \sin 2\delta. \tag{10}$$

Считая $\delta \ll 1$, записываем (10) в виде

$$r_0^3\eta_{i0}\omega_0\,\omega \approx -\frac{A}{2\pi a}\, k\delta, \tag{11}$$

где значение

$$A = \frac{24\pi^4}{G}\left(\frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_1+\mathfrak{M}_2}\right)^2 \frac{R_1^5}{P^4_{\text{орб.}}} \tag{12}$$

определяется по данным наблюдений той или иной двойной системы.

Выражение (11) получено в предположении квазистационарности вязкого слоя. Допустимость такого предположения обсуждается ниже, в разделе 3.

2. *Турбулентная вязкость в оболочке.* Как и в работе [1], здесь считается, что в слое, находящемся между внешней конвективной зоной и быстро вращающимся ядром, имеется турбулентность. Число Рейнольдса в этой области очень велико и турбулентность может развиваться вслед-

ствие напряжений сдвига, возникающих при дифференциальном вращении среды. На возможность такого происхождения турбулентности (т. н. „shear turbulence") указывалось в ряде работ. Так, например, в [3] принято, что среду турбулизуют сдвиговые напряжения, возникающие при движении приливных выступов, тогда как вся звезда считается вращающейся твердотельно. В рассматриваемой модели турбулентность имеет аналогичный характер, но вызывающие ее движения иные. Возникновение турбулентности в вязкой области звезды, по-видимому, сходно с турбулизацией аккреционных дисков, для которых ее существование косвенно подтверждается наблюдениями. Однако пока существование турбулентности в зоне лучистого равновесия является лишь гипотезой. Подтвержение этой гипотезы должно иметь далеко идущие последствия для теории внутреннего строения звезд.

Принимая гипотезу о турбулентности в вязкой области оценим характеристики турбулентности и величину коэффициента турбулентной взякости $\nu_{\text{турб.}}$ Пусть Δu — характерный масштаб скорости и l — пространственный масштаб наибольших вихрей, взаимодействие которых главным образом и обуславливает вязкость. Турбулентность должна зависеть от градиента угловой скорости, так как отличие вращения от твердотельного и приводит к ее появлению. За характерную длину естественно принять расстояние точки от ядра — $r - r_0$. Тогда из соображений размерности имеем, с точностью до множителя порядка единицы, равенство

$$\frac{\Delta u}{l} \approx \frac{d\omega}{dr}(r - r_0). \tag{13}$$

При $r - r_0 \lesssim r_0$ соотношение (12) совпадает с полученным ранее [4] для вращающегося турбулентного диска из условия, что за характерное время жизни вихря он не должен существенно размываться дифференциальным вращением.

Будем считать, что диссипация энергии вращения — превращение ее в тепловую энергию — происходит только через посредство турбулентности. Это означает, что сначала за счет энергии вращения возникают турбулентные вихри больших масштабов, а затем в малых вихрях энергия турбулентного движения переходит в тепловую. В единице объема за единицу времени вследствие вязкой диссипации выделяется энергия $\rho\varepsilon$, по порядку величины равная

$$\rho\varepsilon \approx \eta \left(\frac{d\omega}{dr}\right)^2 r^2. \tag{14}$$

Выражение (13) получается из (14) при использовании известного соотношения, определяющего поток энергии $\varepsilon_{\text{турб.}}$ через иерархию турбулентных вихрей в стационарном состоянии

$$\varepsilon_{\text{турб.}} \approx \frac{(\Delta u)^3}{l}. \tag{15}$$

Принимая, что $\varepsilon_{\text{турб.}}$ равно значению ε, определяемому формулой (14), имеем:

$$\frac{(\Delta u)^3}{l} \approx \nu_{\text{турб.}} \left(\frac{d\omega}{dr}\right)^2 r^2 \tag{16}$$

и так как

$$\nu_{\text{турб}} \approx \Delta u \cdot l, \tag{17}$$

то из (16) приходим к условию (13) (для достаточно больших значений r). Таким образом, картина диссипации, в результате турбулентности, вращательной энергии в вязком слое оказывается самосогласованной.

Из многочисленных экспериментов следует, что «турбулентное число Рейнольдса»

$$Re_{\text{турб.}} = \frac{Vd}{\nu_{\text{турб.}}} \tag{18}$$

равно 20—30. Отсюда, полагая $V \approx \omega(r - r_0)$, $d = r - r_0$, имеем

$$\nu_{\text{турб.}} \approx 0.04\,\omega(r - r_0)^2. \tag{19}$$

Величина $\nu_{\text{турб}}$ слабо зависит от r, так как, согласно [1], при $r - r_0 \gtrsim r_0$ в лучистой оболочке величина $\omega \sim r^{-3/2}$. Кроме того, в лучистой оболочке, как известно [5],

$$\rho \sim T^{13/4}$$

и поэтому

$$\eta_{\text{турб.}} = \rho\nu_{\text{турб.}} \sim T^3. \tag{20}$$

Следовательно, приближенное значение параметра m, использованного в [1] для представления зависимости коэффициента вязкости от расстояния,

$$\eta \sim T^m \tag{21}$$

равно 3.

Между твердотельно вращающимся ядром и той областью оболочки, где имеет место зависимость (19), существует переходный слой. Толщина этого слоя должна быть относительно небольшой — порядка толщины невырожденной оболочки белого карлика, составляющей несколько процентов его радиуса [6]. Поэтому для величины η_0, входящей в (11), примем оценочное значение

$$\eta_0 \approx 10^{-5} \rho_0 \omega_0 r_0^2. \tag{22}$$

В следующем разделе при помощи (22) оценивается время, за которое вращающееся ядро теряет свой угловой момент под действием динамических приливов.

3. Скорость торможения асинхронно вращающейся звезды. Общий угловой момент системы J равен

$$J = J_c + J_r + J_k + J_0 + J_2, \tag{23}$$

где J_r — момент лучистой оболочки, J_k — момент конвективной оболочки и J_2 — момент осевого вращения второй звезды. Поскольку предполагается, что масса ядра превосходит массу оболочки, а величина ω быстро убывает с расстоянием от ядра, то

$$J_k \ll J_c; \quad J_r \ll J_c. \tag{24}$$

Значение J со временем не меняется, а J_2, если и зависит от времени, то слабо. Поэтому

$$\frac{dJ_0}{dt} = K_t; \qquad \frac{dJ_c}{dt} = K_t. \tag{25}$$

Если момент инерции I_c ядра остается постоянным, то из (25) при посредстве (9) и (22) имеем

$$\frac{d\omega_c}{dt} \approx \frac{10^{-5} \cdot 2\pi a \rho_0 r_0^5 \omega_0^2}{I_c}. \tag{26}$$

Так как в переходном слое угловая скорость уменьшается наружу, то $\omega_c = \alpha\omega_0$, где $\alpha > 1$. Время t_J изменения ω_0 от значения $\omega_0^{(0)}$ до значения $\omega_0^{(1)}$ равно

$$t_J \approx \frac{10^5 \alpha I_c}{2\pi a \rho_0 r_0^5} \int\limits_{\omega_0^{(0)}}^{\omega_0^{(1)}} \frac{d\omega_0}{\omega_0^2}. \tag{27}$$

Если ядро — однородный шар с плотностью ρ_c, то $I_c = (8\pi/15) \rho_c r_0^5$. Тогда из (27) при $\omega_0^{(1)} \ll \omega_0^{(0)}$ находим:

$$t_J \approx \frac{4}{15} \frac{10^5 \alpha}{|a|} \frac{\rho_c}{\rho_0} \frac{1}{\omega_0^{(1)}}. \tag{28}$$

Выражение для $d\omega_c/dt$, аналогичное (26), получается при рассмотрении скорости вязкой диссипации энергии вращения ядра. Эта скорость находится путем интегрирования величины $\rho\varepsilon$, определяемой из (14), по объему (V) вязкой области

$$\frac{d\left(\frac{1}{2} I_c \omega_c^2\right)}{dt} \approx -\int\limits_{(V)} \eta \left(\frac{d\omega}{dr}\right)^2 r^2 dV. \tag{29}$$

Так, считая обьем (V) цилиндрическим с высотой, равной r_0, из (29) получаем (при учете (22*))

$$\frac{d\omega_c}{dt} \approx \frac{-4\pi \cdot 10^{-5} \omega_0^2 \rho_0 r_0^5 q_2}{a I_c}, \tag{30}$$

где

$$q_2 = \int\limits_1^{x_1} x^3 z^m \left(\frac{du}{dx}\right)^2 dx, \tag{31}$$

z, u и x — безразмерные температура, угловая скорость и расстояние соответственно (в единицах $T(r_0)$, ω_0 и r_0), а $x_1 r_0$ — внешний радиус вязкого слоя. Для q_2 и a по данным работы [1] при $m = 3$ и $x_1 = 10$, $\omega_0 = (1/4)\,\omega_K$ (ω_K — кеплеровская круговая скорость на границе ядра) получается: $q_2 \approx 0.3$ и $a \approx -0.4$. Если учесть грубость модели, то можно считать выражения (26) и (30) практически совпадающими.

Применим формулу (28) для численных оценок в двух случаях:

Холодная компонента в тесной двойной системе типа U Близнецов. Из теории вспышек в таких системах следует, что у нее можно ожидать асинхронности вращения и обращения [7]. Вместе с тем, возможно, что эта звезда представляет собой белый карлик, окруженный оболочкой сравнительно малой массы [8].

Из наблюдений известны следующие значения параметров:

$$R_1 \approx 10^{10}\ см, \quad P_{орб.} = (2 \div 3) \cdot 10^4\ сек, \quad \mathfrak{M}_1 \approx \mathfrak{M}_2 \approx \mathfrak{M}_\odot.$$

Из (28), принимая $\omega_0^{(1)} \approx (2\pi/P_{орб})$ и полагая $|a| = 0.4$, имеем

$$t_J \gtrsim 10^9 \frac{\rho_c}{\rho_0}.$$

Точное значение величины ρ_0 может быть определено лишь путем расчета модели звезды с плотным ядром. Судя по имеющимся расчетам различных моделей звезд с вырожденными ядрами, отношение $\rho_c/\rho_0 \gtrsim 10^5$ и, соответственно, t_j превосходит три миллиона лет. Эта величина не очень сильно отличается от времени жизни системы в стадии U Близнецов ($\approx 10^7$ *лет*), оцениваемой по численности таких систем [7]. Следовательно, предположение о возможной асинхронности вращения и обращения холодной звезды в системах типа U Близнецов получает подтверждение. Наблюдения динамических приливов в этих системах невозможны, так как из (11) следует, что $k\delta \lesssim 10^{-6}$ и, значит, $\delta \lesssim 10^{-4}$.

Красный гигант в тесной двойной системе. При $\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 = 2\mathfrak{M}_\odot$, $P_{\text{орб.}} \approx 10^6$ *сек* и $D \approx 3 \cdot 10^{12}$ *см*, используя те же предположения об a и $\omega_0^{(1)}$, находим

$$t_j \approx 3 \cdot 10^{10} \frac{\rho_c}{\rho_0}.$$

Величина ρ_c/ρ_0 в этом случае может быть принята по расчетам моделей. Она порядка 10^3—10^4 и время торможения опять составляет несколько миллионов лет. Таким образом в течение долгого времени в системах подобного типа может иметь место асинхронность вращения и обращения.

В заключение сделаем несколько замечаний. При производившихся оценках времени торможения предполагалось квазистационарное вращение оболочки. Время установления такого вращения (t_p) по порядку величины равно времени переноса углового момента через вязкий слой и, следовательно,

$$t_p \approx \frac{J_r}{|K_i|}.$$

Так как $J_r \ll J_c$, то $t_p \ll t_j$ и этим оправдывается предположение о квазистационарности вращения оболочки.

По мере торможения ядра орбитальный угловой момент возрастает, а это, при неизменной массе компонент, должно означать увеличение величины D и соответственное возрастание орбитального периода. Указанный эффект при прободившихся грубых оценках во внимание не принимался, но при его учете величина t_j может лишь возрасти. Не исключено, что наблюдающееся у ряда систем систематическое возрастание периода хотя бы частично связано с возрастанием орбитального момента за счет момента вращения ядра.

Делавшееся в [1] предположение о том, что у звезды существует внешняя конвективная зона, не является необходимым. Величина турбулентной вязкости и в лучистой оболочке, продолжающейся до поверхности звезды, может быть достаточно большой, чтобы осуществлялось эффективное торможение вследствие динамических приливов.

Последнее замечание касается возможной неустойчивости в переходном слое между ядром и лучистой оболочкой. Возрастание величины $r-r_0$ приводит к увеличению $\nu_{\text{турб.}}$ и, если оно не компенсируется достаточно быстрым уменьшением плотности в переходном слое, то $\nu_{\text{турб.}}$ может расти с расстоянием, а это приведет к неустойчивости [1]. В каких формах развивается неустойчивость, без специального исследования сказать нельзя, тем более, что она сочетается с турбулентной неустойчивостью. При $r-r_0 \gtrsim r_0$ не должно возникать неустойчивости.

Ленинградский государственный
университет

THE ANGULAR MOMENTUM LOSS FROM THE STAR THAT IS THE COMPONENT OF A CLOSE BINARY SYSTEM AND HAS A RAPID ROTATING CORE

V. G. GORBATSKY

The braking of the rapid rotating core of the component of a close binary system is considered. Turbulent viscosity is assumed existing in the layer between the core and the outer zone of the star exposed to action of dynamical tides. Some characteristics of turbulence in this layer are determined. The torque acting on the viscous layer from the core is taken into balance with the torque caused by dynamical tides. On this assumption the time scale for the angular momentum loss from the rotating core is estimated. In the case of cold component in U Gem type system it may be of the order of 10^7 years and even more.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. Г. Горбацкий*, Астрофизика, 13, 485, 1977.
2. *M. Lecar, J. Wheeler, C. F. McKee*, Ap. J., 205, 556, 1976.
3. *W. P. Press, P. J. Wiita, L. L. Smarr*, Ap. J., 202, L135, 1975.
4. *В. Г. Горбацкий*, Тр. АО ЛГУ, XXII, 16, 1965.
5. *С. Чандрасекар*, Введение в учение о строении звезд, ИЛ, М., 1950.
6. *Л. Местел*, Теория белых карликов, в сб. «Внутреннее строение звезд», Мир, М., 1970.
7. *В. Г. Горбацкий*, Новоподобные и новые звезды, Наука, М., 1973.
8. *В. Г. Горбацкий*, Astrophys. Space Sci., 33, 325, 1975.