

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

ФЕВРАЛЬ, 1978

ВЫПУСК 1

О ПРОДУКТАХ ГОРЕНИЯ УГЛЕРОДА ПРИ ПОСТОЯННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

О. А. БЕССОНОВ, А. Д. КУДРЯЦОВ, Э. В. ЭРГМА

Поступила 11 мая 1977

Пересмотрена 12 декабря 1977

Исследовано термоядерное горение углерода в астрофизических условиях в среде с постоянной плотностью и температурой и с учетом вторичных реакций. Основными продуктами горения являются следующие элементы: Ne^{20} , Ne^{21} , Ne^{22} , Na^{23} , Mg^{24} . Их весовая доля после истощения углерода слабо зависит от выбранной температуры.

1. *Введение.* Известно, сколь важен вопрос о процессе горения углерода в звездах, имеющих на ГП массы от 4 до $8 M_{\odot}$. Первоначальные расчеты Арнетта [1] показали, что горение углерода в таких звездах имеет взрывной характер с последующим разлетом всей звезды. С другой стороны, Ган и Острайкер [2] предположили на основе статистических данных, что именно звезды с массами 4— $8 M_{\odot}$ являются предшественниками пульсаров. Для стабилизации горения углерода Пачинским был предложен специальный URCA-нейтринный механизм охлаждения [3]. Расчеты, проведенные с целью изучения влияния этого эффекта [4], указали на возможность такой стабилизации.

Для URCA-нейтринного механизма важен получающийся химический состав звезды, то есть продукты горения углерода. За последние десять лет в нескольких работах [5—7] были исследованы последовательные (т. е. с учетом вторичных реакций) схемы углеродного горения. Арнеттом и Труэрном [6] изучались случаи высоких температур ($T_9 \geq 0.6$). Гелинас и др. [7] провели исследования углеродных звезд с массами от $0.8 M_{\odot}$ до $1.25 M_{\odot}$ и, соответственно, для более низких температур ($40 \leq T_9 \leq 80$). Ими было показано, что для изотермического случая, то есть когда температура фиксирована в ходе расчета, окончательный химический состав почти не зависит от температуры. Основные компоненты химического состава

ва, полученного в этой работе, следующие: $O^{16}:0.43$; $Ne^{20}:0.30$; $Ne^{21}:0.02$; $Ne^{22}:0.01$; $Na^{23}:0.08$; $Mg^{24}:0.16$ (начальное содержание $O^{16}:0.5$; $C^{12}:0.5$).

Однако Арнеттом [8] было указано, что продукты горения углерода должны сильно зависеть от температуры и при $T_0 = 0.4$ в итоге образуются только два элемента — Ne^{20} и Na^{23} , в отличие от случая высоких температур, где в заметных количествах получаются O^{16} , Ne^{20} , Na^{23} , Mg^{24} , Mg^{25} , Mg^{26} . В силу изложенных обстоятельств мы провели расчеты изотермического горения углерода, учитывая идущие вслед за ним вторичные реакции.

Кроме того, были учтены новые данные о скоростях ядерных реакций, опубликованные Фаулером и др. [9], а также фактор сильной электронной экранировки, полученный в [10].

2. *Начальные условия и скорости ядерных реакций.* В качестве постоянных, в ходе процесса, значений температуры и плотности принимались следующие величины: $T_0 = 0.4, 0.5$ и 0.6 ; $\rho_0 = 1$. Такие значения плотности и температуры встречаются в углеродно-кислородных ядрах красных гигантов перед началом горения углерода. Соответственно этому начальные весовые содержания элементов — $C^{12} : 0.5$; $O^{16} : 0.5$. Подобный химический состав образуется в ходе гелиевого горения на поздних стадиях эволюции. Первый тип распределения первичных продуктов горения углерода следующий (табл. 1 из [7]):

$$C^{12} + C^{12} \left\{ \begin{array}{l} Mg^{24} + \gamma:0.01 + 0.42 \cdot 10^{-3} \cdot (1-a) \\ Mg^{23} + n:0.44 \cdot a \\ Na^{23} + p:0.44 + 1.833 \cdot 10^{-2} \cdot (1-a) \\ Ne^{20} + x:0.5 - 2.083 \cdot 10^{-2} \cdot (1-a) \\ O^{16} + 2z:0.01 + 0.42 \cdot 10^{-3} \cdot (1-a) \end{array} \right.$$

Фактор a был введен для учета эндонергетической реакции $C^{12} + C^{12} \rightarrow Mg^{23} + n$, имеющей порог при энергии E_t :

$$a = \frac{1}{\pi^{1/2}} \int_{x_t}^{\infty} e^{-x^2} dx,$$

где $x_t \approx 2(E_t - E_0)/\Delta$

$E_0 = 0.122 (Z_1^2 Z_0^2 A T_0^2)^{1/3}$ (Мэв) — эффективная энергия,

$\Delta = 0.237 (Z_1^2 Z_0^2 A T_0^5)^{1/6}$ (Мэв) — эффективная область.

Значение фактора a для каждой температуры получалось численно. Фаулер и др. [9] указывали на возможность использования для реакции

Таблица 1
СКОРОСТИ ВТОРИЧНЫХ ЯДЕРНЫХ
РЕАКЦИЙ

	Лит.		Лит.
$C^{12} (n, g) C^{13}$	[12]	$F^{19} (p, g) Ne^{20}$	[12]
$C^{13} (n, g) C^{14}$	[12]	$Ne^{20} (p, g) Na^{21}$	[9]
$N^{14} (n, g) N^{15}$	[12]	$Ne^{21} (p, g) Na^{22}$	[12]
$O^{16} (n, g) O^{17}$	[12]	$Ne^{22} (p, g) Na^{23}$	[12]
$O^{17} (n, g) O^{18}$	[12]	$Na^{23} (p, g) Mg^{24}$	[9]
$Ne^{20} (n, g) Ne^{21}$	[12]	$Na^{24} (p, n) Mg^{24}$	[12]
$Ne^{21} (n, g) Ne^{22}$	[12]	$N^{15} (p, a) C^{13}$	[9]
$Na^{23} (n, g) Na^{24}$	[12]	$O^{18} (p, a) N^{15}$	[9]
$Mg^{24} (n, g) Mg^{25}$	[12]	$F^{19} (p, a) O^{16}$	[9]
$Mg^{25} (n, g) Mg^{26}$	[12]	$Na^{23} (p, a) Ne^{20}$	[9]
$N^{14} (n, p) C^{14}$	[12]	$O^{17} (p, a) N^{14}$	[9]
$F^{17} (n, p) O^{12}$	[12]	$C^{14} (a, g) O^{18}$	[12]
$F^{18} (n, p) O^{16}$	[12]	$N^{15} (a, g) F^{19}$	[12]
$Na^{21} (n, p) Ne^{21}$	[12]	$O^{18} (a, g) Ne^{22}$	[9]
$Na^{22} (n, p) Ne^{22}$	[12]	$Ne^{22} (a, g) Mg^{26}$	[9]
$O^{17} (n, a) C^{14}$	[12]	$C^{12} (a, g) O^{16}$	[9]
$F^{17} (n, a) N^{14}$	[12]	$N^{14} (a, g) F^{18}$	[9]
$F^{19} (n, a) N^{15}$	[12]	$O^{16} (a, g) Ne^{20}$	[9]
$Ne^{21} (n, a) O^{18}$	[12]	$Ne^{20} (a, g) Mg^{24}$	[9]
$Na^{21} (n, a) F^{19}$	[12]	$C^{13} (a, n) O^{16}$	[9]
$Mg^{23} (n, a) Ne^{23}$	[12]	$O^{17} (a, n) Ne^{20}$	[9]
$C^{12} (p, g) N^{13}$	[9]	$Ne^{21} (a, n) Mg^{24}$	[9]
$C^{13} (p, g) N^{14}$	[9]	$N^{13} (a, p) O^{16}$	[12]
$C^{14} (p, g) N^{15}$	[9]	$F^{17} (a, p) Ne^{20}$	[12]
$N^{15} (p, g) O^{16}$	[9]	$F^{18} (a, p) Ne^{21}$	[12]
$O^{16} (p, g) F^{17}$	[9]	$F^{19} (a, p) Ne^{22}$	[9]
$O^{17} (p, g) F^{18}$	[9]	$Na^{21} (a, p) Mg^{24}$	[12]
$O^{18} (p, g) F^{19}$	[12]	$Na^{22} (a, p) Mg^{25}$	[12]
		$Na^{23} (a, p) Mg^{26}$	[12]

$C^{12} + C^{13}$ распадается только по двум каналам: α -канал и p -канал. Второй тип распределения первичных продуктов — равными долями по этим двум каналам. Скорость горения углерода рассчитывалась согласно соотношениям, приведенным в работе Мишо и Вогта [11]:

$$\lg [N_A \langle \nu \nu \rangle] = A_1 - \tau - A_2 T_9^k - 2/3 \lg T_9,$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= 31.766, & A_2 &= 5.1302, \\ k &= 1/6, & \tau &= 1.845 (Z_1^2 Z_2^2 \mu_i / T_9)^{1/3}. \end{aligned}$$

Фактор сильной экранировки рассчитывался следующим образом [10]:

$$H_{12}(0) = 0.624 \bar{Z}^{1/3} \lambda_0^{-2/3},$$

где $\lambda_0 = 1.88 \cdot 10^8 (\rho / \mu_i T^3)^{1/2}$.

$$\begin{aligned} \xi_b &= |(Z_1 + Z_2)^{5/3} - Z_1^{5/3} - Z_2^{5/3}| + 0.316 \bar{Z}^{1/3} [(Z_1 + Z_2)^{4/3} - Z_1^{4/3} - Z_2^{4/3}] + \\ &+ \frac{0.737}{\bar{Z}} [(Z_1 + Z_2)^{2/3} - Z_1^{2/3} - Z_2^{2/3}] \lambda_0^{2/3}. \end{aligned}$$

$$\bar{Z} = \frac{\mu_i}{\mu_e}, \quad \mu_e = 2.$$

Используемые нами скорости вторичных ядерных реакций приведены в табл. 1. Скорость β -распадов и обратных реакций (в тех случаях, когда они могли играть заметную роль) приняты согласно Вагонеру [12].

3. Эволюция концентраций и конечные их значения. Для 26 элементов решалась система уравнений типа:

$$\frac{dN_i}{dt} = P_i - Q_i,$$

где P_i и Q_i являются соответственно числом реакций, рождающих и уничтожающих данный вид ядер в единицу времени (метод решения этих уравнений и способы их линеаризации подробно изложены в работе Арнета и Трурэна [6]). Наши расчеты для обоих типов распределения первичных продуктов подтверждают вывод Гелинас и др. [7] о том, что после истощения углерода образуются, в основном, следующие пять компонентов: Ne^{20} , Ne^{21} , Ne^{22} , Na^{23} , Mg^{24} и остается большая часть кислорода O^{16} . Здесь следует заметить, что, поскольку мы ограничились элементами не далее магния, то символ Mg^{24} означает одновременно и все более тяжелые элементы. На рис. 1 показана зависимость от времени для элементов тяжелее Ne^{20} при температуре $T_9 = 0.4$. За время $\lg t \simeq 11$ эти элементы достигают постоянного значения (все рисунки относятся к первому типу распределения). Как уже было отмечено в работе Гелинас и др., в ходе процесса горения существуют две стадии. В ходе первой быстро образуются элементы легче Ne^{20} (кроме

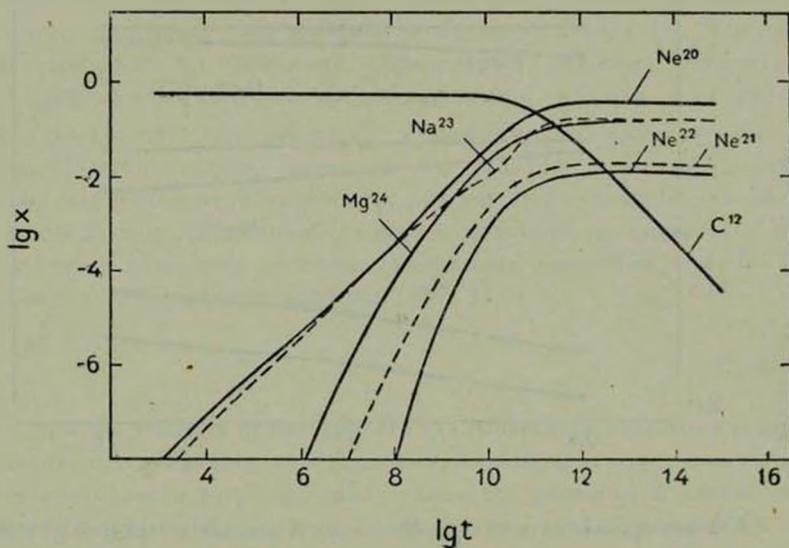


Рис. 1. Зависимость от времени весовых долей элементов тяжелее Ne^{20} при температуре $T_0 = 0.4$.

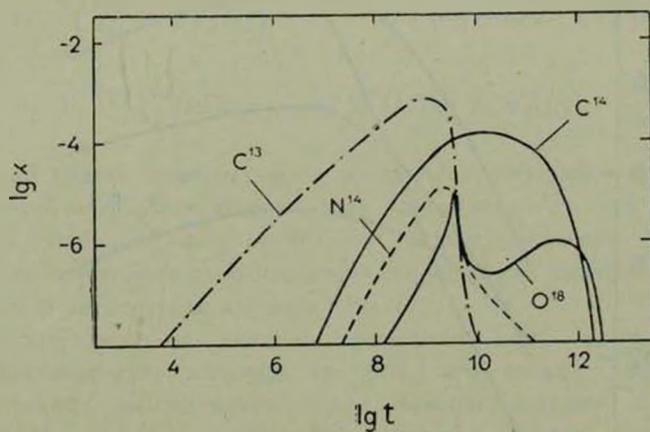


Рис. 2. Зависимость весовых долей некоторых легких элементов при $T_0 = 0.4$ от времени.

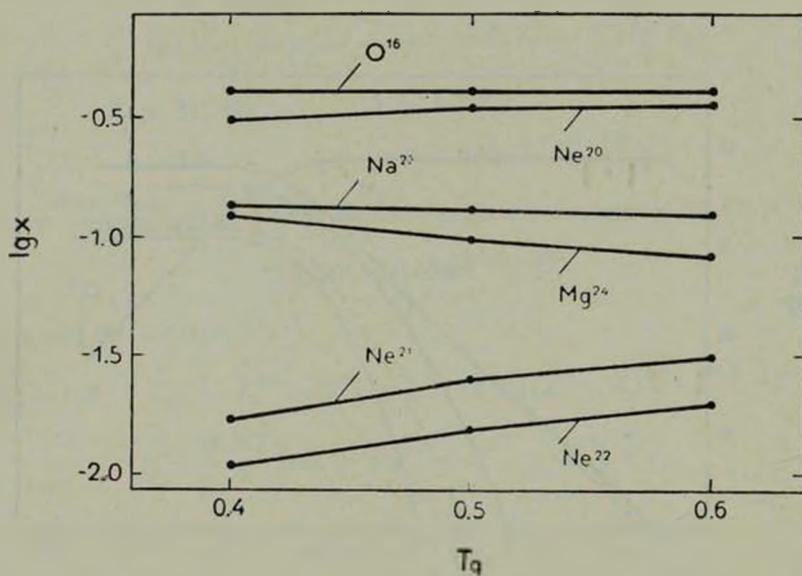


Рис. 3. Содержания элементов тяжелее Ne²⁰ после истощения углерода ($X_{C^{12}} = 10^{-7}$).

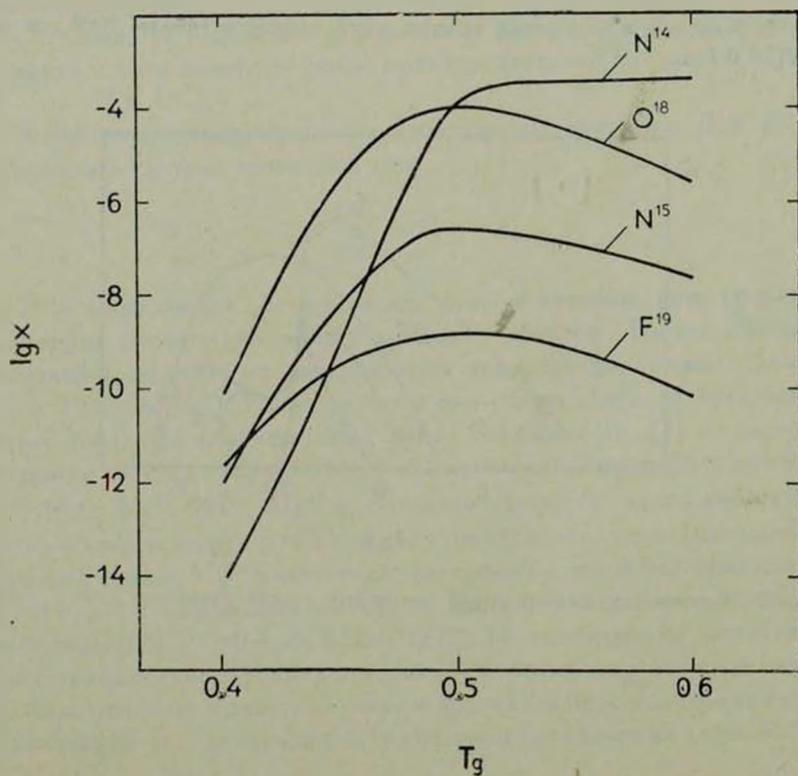


Рис. 4. Конечные содержания легких элементов ($X_{C^{12}} = 10^{-7}$).

C^{12} и O^{16}), при этом их концентрации стремятся достигнуть некоторых равновесных значений (рис. 2). Когда же для этих элементов равновесие достигнуто, усиливается роль реакций, рождающих α -частицы, появление которых приводит к активному образованию тяжелых элементов. На рис. 3 представлены конечные продукты горения углерода для различных температур (весовое содержание C^{12} в изображенных случаях равно 10^{-7}). Из рис. 3 легко видеть, сколь слабо зависят конечные содержания тяжелых элементов от температуры, причем эти величины для обоих типов распределения первичных продуктов практически одинаковы. В отличие от такого поведения конечные содержания элементов легче Ne^{20} сильно зависят от температуры процесса (рис. 4).

Приложение

О способе решения уравнений. В силу сложности поведения концентраций некоторых элементов во времени, приводящей к возможности появления неустойчивости решения, явная схема для решения основной системы уравнений неприменима. Поэтому линеаризация этой системы ([6]. Приложение А) приводит к необходимости решения матричного уравнения, i -тая строка которого, в случае одной рождающей и одной уничтожающей i -тый элемент реакции, выглядит следующим образом:

$$Y_i^{n+1} \left(\frac{1}{\Delta t} + Y_j^n [ij] \right) + Y_j^{n+1} (Y_i^n [ij] I - Y_k^{n+1} (Y_i^n [kl]) - \\ - Y_l^{n+1} (Y_k^n [kl])) = - Y_k^n Y_l^n [kl] + Y_i^n Y_j^n [ij] + \frac{Y_i^n}{\Delta t},$$

где верхний индекс нумерует шаги по времени; нижний — номера элементов; $Y_i = X_i/A_i$, X_i — весовая доля элемента, A_i — его атомный вес; $[ij] = \langle \sigma v \rangle_{ij}$, где $\langle \sigma v \rangle_{ij}$ — среднее значение произведений поперечного сечения на относительную скорость для реакции, содержащей i -тый и j -тый элементы во входном канале.

Следовательно, на каждом временном шаге необходимо определить расширенную матрицу системы, что весьма удобно сделать, последовательно рассматривая вклад каждой реакции в соответствующие элементы этой матрицы. Рассмотрим, например, реакцию, имеющую по две частицы во входном и выходном каналах. Пусть номера вступающих в реакцию элементов будут i и j , получающихся в результате — p и r , матрица системы — B . Тогда к элементам $B[i, i]$, $B[i, j]$, $B[i, 27]$ (а также и к элементам $B[j, j]$, $B[j, i]$, $B[j, 27]$) добавляются величины, аналогичные, соответственно, коэффициентам первого и второго слагаемого левой части написанного уравнения и третьему слагаемому

правой части. К элементам $B[p, i]$, $B[p, j]$, $B[p, 27]$ и $B[r, i]$, $B[r, j]$, $B[r, 27]$ добавляются величины, аналогичные коэффициентам третьего и четвертого слагаемого левой части и первому слагаемому правой части. В такой схеме легко далее учесть и случаи одной частицы во входном или выходном каналах. Полученное матричное уравнение решается затем методом Гаусса. Выбор шага по времени производился так, чтобы относительные изменения концентраций $(Y_i^{n+1} - Y_i^n)/Y_i^n$ не превышали некоторой величины X , которая обычно равна 0.2. При этом эти относительные изменения лежат в окрестности $0.5 \cdot X$.

В расчеты принимались элементы с весовыми концентрациями, превышающими 10^{-8} , а также накладывались определенные ограничения на изменения концентраций элементов с меньшими значениями. Поэтому максимальная ошибка может быть порядка $(X/2)^2 = 0.01$.

Московский физико-технический
институт
Астросовет АН СССР

ON CARBON BURNING PRODUCTS AT CONSTANT TEMPERATURE

O. A. BESSONOV, A. D. KUDRYASHOV, E. V. ERGMA

The paper investigates carbon nuclear burning in astrophysical conditions at constant density and temperature, secondary reactions being taken into account. The main products of burning are: Ne^{20} , Ne^{21} , Ne^{22} , Na^{23} , Mg^{24} . Their mass fractions after carbon exhaustion are but slightly dependent on the chosen temperature.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. D. Arnett, *Astrophys. Space Sci.*, 5, 183, 1969.
2. E. Gunn, J. P. Ostriker, *Ap. J.*, 160, 979, 1970.
3. B. Paczynski, *Astrophys. Lett.*, 11, 53, 1972.
4. E. Ergma, B. Paczynski, *Acta Astr.* 24, 1, 1974.
5. H. Reeves, E. E. Salpeter, *Phys. Rev.*, 116, 1505, 1959.
6. W. D. Arnett, J. W. Truran, *Ap. J.*, 157, 339, 1969.
7. A. Gélinas, M. Tassoul, G. Beaudet, *Astron. Astrophys.*, 24, 111, 1973.
8. W. D. Arnett, *Late Stages of Stellar Evolution*, ed. R. Tayler, Warsaw, 1973.
9. W. A. Fowler, G. R. Coughlan, B. A. Zimmerman, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 1975.
10. N. C. Graboske, H. E. De Witt, A. S. Grossman, M. S. Cooper, *Ap. J.*, 181, 457, 1973.
11. G. Michaud, E. W. Vogt, *Phys. Rev.*, C5, 350, 1972.
12. R. V. Wagoner, *Ap. J.*, Suppl. ser., 162, 18, 247, 1969.