

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14

ФЕВРАЛЬ, 1978

ВЫПУСК 1

КИНЕТИКА РЕКОМБИНАЦИИ ВОДОРОДА В ПРИСУТСТВИИ ПЕРВИЧНЫХ «ЧЕРНЫХ ДЫР» МАЛОЙ МАССЫ

П. Д. НАСЕЛЬСКИЙ

Поступила 7 июля 1977

В работе рассмотрено искажение динамики рекомбинации водорода в рамках стандартной модели эволюции Вселенной вследствие испарения первичных «черных дыр» массы $M < 10^{14}$ г. Получены спектры инжектируемых частиц, верхняя граница обилия «черных дыр» и максимально допустимое значение амплитуды начальных флуктуаций плотности.

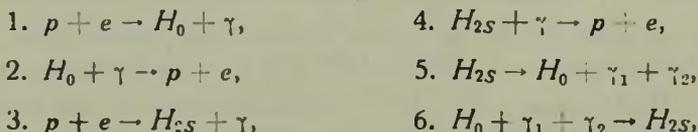
Для объяснения наблюдаемой в настоящее время мелкомасштабной структуры однородной изотропной в среднем Вселенной обычно привлекается гипотеза существования малых начальных возмущений плотности, которые в процессе своей эволюции приводят к образованию галактик и скоплений галактик [1]. Такие возмущения своей «коротковолновой» областью спектра могут приводить к образованию на соответствующих этапах расширения первичных «черных дыр» (ПЧД) малой массы [2, 3]. В связи с тем, что «черные дыры» массы M испаряют ультрарелятивистские частицы энергии $E \propto 10^{10} M^{-1}$ (эрг) и вследствие этого имеют характерные времена жизни $\tau \propto (10^{26} + 10^{28}) M^3$ [4], к настоящему времени доживают ПЧД лишь с $M > 10^{14.5}$ г. Ограничения на плотность распределения таких «черных дыр» вытекают из наблюдения жесткого γ -излучения ($E \propto 30 + 100$ Мэв) и, согласно [3], дают отношение $\rho_{b, H} / \rho_{bar} \approx \approx 10^{-6} + 10^{-8}$ от плотности барионов. Оценки на плотность ПЧД массы $M \leq 10^{11}$ г могут быть получены из анализа вызываемых ими изменений первичного химсостава [5, 6], спектра реликтового излучения и удельной энтропии [7]. Предполагая, что диапазон масс первичных «черных дыр» $10^{-3} \leq M \leq 10^{15}$ г формируется из начальных флуктуаций плотности, спектр которых мы будем принимать в виде

72—10

$\delta \approx \varepsilon (m/m_p)^{-2.3}$ ($\varepsilon = \text{const}$, $m_p \sim 10^{-5}$ г), и воспользовавшись результатами работ [5, 6], нетрудно получить максимально допустимое значение амплитуды $\varepsilon_{\text{max}} \approx 3 \cdot 10^{-2}$ [8].

Однако в предполагаемом спектре масс первичных «черных дыр» остается неисследованной область $10^{12} < M < 10^{14}$ г, и может оказаться, что анализ наблюдаемых следствий процесса испарения ПЧД указанного диапазона позволит улучшить полученную в [8] оценку ε_{max} , или, что то же самое параметра $\nu_{b, h}/p_{\text{bar}} = \Omega_{b, h}$. Действительно, характерные времена жизни ПЧД с $10^{12} < M < 10^{14}$ г приходятся на стадию рекомбинации водорода* и вследствие инжекции релятивистских протон-антипротонных электрон — позитронных пар и γ -квантов, такие ПЧД могут, в зависимости от параметра $\Omega_{b, h}$, приводить к увеличению степени ионизации и, следовательно, сдвигать эффективный момент рекомбинации в область больших времен. В свою очередь, такая задержка рекомбинации приведет к увеличению характерной диссипативной массы вещества, выживающей к данному моменту времени, и создаст определенные трудности при рассмотрении нелинейной стадии эволюции возмущений. Принимая эффективную температуру рекомбинации водорода в «горячей» модели $T_{\text{rec}} \approx 3600 - 4000^\circ \text{K}$ и задаваясь величиной степени ионизации, можно получить верхнюю границу обилия ПЧД указанного диапазона масс из условия совпадения при данной температуре степени ионизации, обусловленной эффектом испарения ПЧД и стандартной.

1. *Кинетика рекомбинации в присутствии ПЧД.* Динамика рекомбинации водорода в рамках «горячей» модели эволюции Вселенной исследовалась в целом ряде работ (см., например, [9—11]), согласно которым основные процессы, приводящие в конечном итоге к образованию атомов водорода в основном и возбужденных состояниях, на ранних стадиях рекомбинации описываются следующей цепочкой реакций:



где p , e , H_0 , H_{2S} , γ означают соответственно протоны, электроны, атомы водорода в основном и $2S$ состоянии и γ -кванты. Для последующих вычислений нам будет удобно перейти от временной шкалы к красному смещению z , определяемому как

* Здесь и в дальнейшем мы ограничимся лишь анализом возможных изменений, обязанных наличию ПЧД, динамики рекомбинации водорода, предполагая справедливой «горячую» модель Вселенной.

$$\frac{dt}{dz} = \frac{H_0^{-1}}{(1+z)^2(1+\Omega z)^{1/2}} \approx \frac{H_0^{-1}}{z^{5/2}\Omega^{1/2}},$$

где H_0 — значение константы Хаббла в современную эпоху, $\Omega = \rho_{\text{бар}}/\rho_{\text{кр}}$, $\rho_{\text{кр}}$ — критическая плотность вещества.

При $z \ll 1.4 \cdot 10^3$ систему 1–6 необходимо дополнить реакциями с участием атомов водорода в $2P$ состоянии, в то время как отличие степени ионизации при $z \sim 1.4 \cdot 10^3$ от равновесной определяется, в основном, двухквантовым расходом $2S$ состояния водорода [9]. Однако в присутствии ПЧД уже при $z \sim 1.4 \cdot 10^3$ приведенная выше цепочка реакций обобщается вследствие взаимодействия частиц, инжектируемых «черными дырами» с частицами фона следующим образом:

- | | |
|---|--|
| 7. $H_{2S} + \gamma^* \rightarrow p + e^-$, | 13. $H_0 + e_+^+ \rightarrow p + 2\gamma^*$, |
| 8. $H_0 + \gamma^* \rightarrow p + e^-$, | 14. $H_{2S} + e_+^+ \rightarrow p + 2\gamma^*$, |
| 9. $H_{2S} + e_-^- \rightarrow p + e^- + e^-$, | 15. $H_0 + p_+^+ \rightarrow$ пионы, |
| 10. $H_0 + e_-^- \rightarrow p + e^- + e^-$, | 16. $H_{2S} + p_+^+ \rightarrow$ пионы, |
| 11. $H_{1S} + p_* \rightarrow p + p + e^-$, | 17. $p + p_-^- \rightarrow$ пионы, |
| 12. $H_0 + p_* \rightarrow p + p + e^-$, | 18. $e + e_+^+ \rightarrow 2\gamma^*$. |

Наряду с 7–18 возможны также реакции, приводящие к возбуждению атомов водорода, однако в настоящей работе мы ограничимся рассмотрением только процессов, указанных выше, предполагая рассмотреть не столько количественную, сколько качественную сторону вопроса. Учет дополнительных реакций, связанных с возбуждением атомов водорода, по-видимому, не изменит порядок величины $\Omega_{\text{в.н.}}$, однако они могут быть существенны при анализе искажений спектра реликтового излучения. Следуя [9], введем степень ионизации

$$\beta = \frac{p + H^* + \gamma^*}{p + H^* + H_0},$$

где H^* — сумма возбужденных состояний атомов водорода, γ^* — концентрация γ -квантов с энергией, большей либо порядка $3/4 I$, I — потенциал ионизации водорода из основного состояния (13.6 эв). Вследствие того, что γ^* определяется как эффективная концентрация фотонов виновской области спектра фонового излучения и трансформированного вследствие комптоновской переработки спектра излучения ПЧД, на ранних стадиях рекомбинации при $z \sim 1.4 \cdot 10^3$ можно пренебречь уходом L_2 -квантов под порог ионизации и покраснением γ -квантов от ПЧД. Как будет показано

ниже, вследствие малости характерных времен выработки спектра, это предположение выполняется с достаточной степенью точности.

Мы *a priori* будем предполагать, что плотность «черных дыр» не превосходит не только плотность вещества, но и плотность фонового излучения в рассматриваемую эпоху. Эта гипотеза позволяет пренебречь нагревом системы частицами от ПЧД, и ее справедливость подтверждается полученными ниже результатами. В сформулированных выше предположениях система кинетических уравнений, соответствующая цепочке реакции 1—18, после несложных преобразований может быть сведена к одному — для степени ионизации β :

$$\frac{d\beta}{dt} = -W_{2S} \frac{(2\pi\hbar)^3}{(2\pi m_e k T)^{3/2}} H_{\text{полн.}} e^{\frac{I}{4kT}} (\beta^2 - \beta_{\text{равн.}}^2) + \lambda_{17} \gamma^* + \lambda_{10} e^- + 2\lambda_{12} P_* + \lambda_{13} e^+ (1 - \alpha) - \lambda_{17} P_*^+ \beta, \quad (1)$$

где: $\beta_{\text{равн.}}$ — равновесная степень ионизации при $\Omega_{\text{в.н.}} = 0$, $H_{\text{полн.}} = P + H^* + H_0$, W_{2S} — скорость двухквантового распада метастабильного $2S$ состояния атома водорода ($\sim 8 \text{ сек}^{-1}$), m_e — масса электрона, T — температура фона, k — постоянная Больцмана. Нетрудно видеть, что при $\Omega_{\text{в.н.}} = 0$ уравнение (1) совпадает с приведенным в работе [9], в то время как дополнительные слагаемые, обязанные наличию ПЧД, эффективно увеличивают степень ионизации, за исключением последнего. Как следует из (1), процессы ионизации водорода γ -квантами, электронами и протонами конкурируют с процессами аннигиляции, однако численные оценки, приведенные в последующих разделах, позволяют пренебречь вкладом последних. Необходимо отметить, что при получении (1) мы пренебрегали вкладом в степень ионизации процессов взаимодействия высокоэнергичных частиц от ПЧД с атомами водорода в возбужденном состоянии. Справедливость такого приближения продиктована тем, что, во-первых, при относительном равенстве сечений ионизации концентрация атомов водорода в возбужденных состояниях много меньше основной, и, во-вторых, в скоростях соответствующих реакций появляются экспоненциально малые при рассматриваемых температурах множители. Чрезвычайно грубая оценка на параметр $\Omega_{\text{в.н.}}$ может быть получена из (1), если принимать, что эффективная переработка спектра частиц, поставляемых в фон источниками (ЧД), отсутствует и энергетическое распределение аппроксимируется δ -функцией вблизи энергий $E \sim kT_{\text{в.н.}}$. Неточность такого описания в большей мере обязана тем, что, во-первых, сечение ионизации атома водорода падает в области энергий, больших потенциала ионизации, и, во-вторых, пренебрежением процессами, приводящими к увеличению концентрации частиц в низкоэнергетической области. Для получения более точного значения па-

раметра $\Omega_{\text{b.h.}}$ необходимо детальное рассмотрение конкретных механизмов, приводящих в конечном итоге к формированию спектров протонной, электронной и γ -компонент излучения «черных дыр».

2. *Спектр протонной компоненты.* Основными процессами, приводящими к переработке спектра протонной компоненты являются ионизационные потери и рождение пионов на протонах фона и атомах водорода [12]. Если первый механизм сопровождается непрерывной потерей энергии и приводит к размыванию спектра источников, то второй сопровождается катастрофическими потерями, вследствие чего частицы выбывают из рассматриваемого интервала энергий. С учетом приведенных выше соображений, уравнение для концентрации протонов в единице сопутствующего объема в интервале энергий $E, E + dE$ имеет следующий вид [13, 14]:

$$\frac{\partial N_p(E, t)}{\partial t} + 3HN_p(E, t) + \frac{\partial}{\partial E} [B(E) N_p(E, t)] + \mu^{-1}(t) N_p(E, t) = Q_p(E, t), \quad (2)$$

где H — значение константы Хаббла в момент времени t , $B(E) = dE/dt$, μ — характерное время жизни по отношению к процессам множественного рождения пионов, $Q_p(E, t)$ — мощность источников протонов, n_{bar} — концентрация барионов,

$$\frac{dE}{dt} = - \frac{2\pi e^4}{mc} n_{\text{bar}} \left\{ \ln \left[\frac{2mc^2}{l} \left(\frac{E}{M_p c^2} \right)^2 \right] - 1 \right\}.$$

Уравнение (2) автоматически требует однородности распределения источников, что выполняется, если характерная длина свободного пробега релятивистских протонов намного превосходит расстояние между «черными дырами». Однако такое приближение фиксирует нижнюю границу плотности ПЧД, которая определяется из следующих соображений. Пусть l — длина свободного пробега протонов, а $l_{\text{b.h.}}$ — характерное расстояние между «черными дырами», тогда условие $l/l_{\text{b.h.}} \gg 1$ эквивалентно следующему равенству:

$$\sigma_0^{-1} \Omega_{\text{b.h.}}^{1/3} \left(\frac{M_p}{M} \right)^{1/3} n_{\text{bar}}^{-2/3} \gg 1, \quad (3)$$

где σ_0 — сечение взаимодействия релятивистских протонов с барионами фона, M_p — масса протона, M — масса «черной дыры». Воспользовавшись зависимостью концентрации барионов от параметра z , из (3) мы получаем ограничение на $\Omega_{\text{b.h.}}$:

$$\Omega_{\text{b.h.}, \text{min}} \gtrsim \delta_0^3 \left(\frac{M}{M_p} \right) n_{\text{bar}}^2 \simeq 10^{-51} \Omega^2 z^6,$$

которое, как будет показано ниже, с высокой степенью точности удовлетворяет гипотезе однородности.

В общем случае спектр релятивистских протонов определяется как индивидуальными характеристиками спектра частиц, инжектируемых каждой «черной дырой» массы M , так и функцией распределения ПЧД по массам, которая, в свою очередь, определяется амплитудой и видом спектра начальных флуктуаций плотности [1, 3]. Однако в настоящей работе мы будем пользоваться модельной аппроксимацией функции источников безотносительно к виду функции распределения ПЧД. Единственным необходимым условием такого приближения является ее убывание по мере увеличения массы ПЧД. Расчеты эффекта испарения ПЧД [4] показывают, что спектр протонной компоненты совпадает с чернотельным спектром излучения, соответствующего температуре T . Вследствие того, что $T_{\text{б.н.}}$ (или, что то же самое, энергия инжектируемых частиц) намного превосходит температуру фона при $z \sim z_{\text{rec}}$, можно аппроксимировать планковскую функцию распределения δ -образной. Тогда модельное выражение для функции источников $Q_p(E, t)$ будет иметь следующий вид:

$$Q_p(E, t) = \alpha_p \frac{M_p c^2}{k T_{\text{б.н.}}} \tau^{-1} \Omega_{\text{б.н.}} n_{\text{бар}} \theta[\tau - t] \delta(E - k T_{\text{б.н.}}),$$

где α_p — доля энергии ЧД, приходящаяся на протоны.

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Вводя функцию Грина $G(E, E', t, t')$ уравнения (2), нетрудно получить ее аналитическое выражение через параметры задачи:

$$G(E, E', t, t') = |B(E)|^{-1} \left| 1 - \frac{t^*(E, E')}{t} \right|^2 \exp \left\{ \int_0^{t-t^*(E, E')} \mu^{-1}(\tau) d\tau \right\} \times$$

$$\times \delta(t - t' - t^*(E, E')),$$

$$t^*(E, E') = \int_{E'}^E \frac{dE}{B(E)} = \frac{m_p c}{2\pi e^4 n_{\text{бар}} \xi} (E' - E) \quad (4)$$

$$\xi = \ln \frac{2mc^2}{I} \left(\frac{k T_{\text{б.н.}}}{M_p c^2} \right)^2; \quad \mu = (\sigma_0 c n_{\text{бар}})^{-1}.$$

Как следует из (4), $t^*(E, E')$ играет роль характерного времени изменения энергии первичного протона от начальной энергии E' до некоторого значения E . В дальнейшем мы будем полагать $E > M_p c^2$. После несложных

преобразований функция Грина уравнения (2) выглядит следующим образом:

$$G(E, E', t, t') = |B(E)|^{-1} \left| 1 - \frac{t^*(E, E')}{t} \right|^2 \exp \left\{ -\frac{mc^2 \tau_0 (E' - E)}{2\pi e^4 \tau} \right\} \times \\ \times \left(1 - \frac{t^*(E, E')}{t} \right)^{-1} \delta(t - t' - t^*(E, E')). \quad (5)$$

Воспользовавшись (5), можно получить спектр релятивистских протонов в интервале энергий $M_p c^2 \lesssim E \lesssim k T_{b.h.}$ для времен $t < \tau$.

$$N_p(E, t) = \frac{9}{4} \alpha_p \frac{M_p c^2}{k T_{b.h.}} \tau^{-1} \frac{n_{cr} H_0^{-2} \Omega_{b.h.}}{|B(E)| t^2} \exp \left\{ \frac{mc^2 \tau_0 (k T_{b.h.} - E)}{2\pi e^4 \tau} \right\} \times \\ \times \left(1 - \frac{t^*(E, k T_{b.h.})}{t} \right)^{-1}. \quad (6)$$

Так как при этом $(t^*(E, k T_{b.h.})) / t \ll 1$, то с достаточной степенью точности выполняется условие квазистационарности (6), после чего спектр протонной компоненты определяется выражением

$$N_p(E, t) = \frac{9}{4} \alpha_p \frac{M_p c^2}{k T_{b.h.}} \tau^{-1} \frac{n_{cr} H_0^{-2} \Omega_{b.h.}}{|B(E)| t^2} \exp \left\{ -\frac{mc^2 \tau_0 (k T_{b.h.} - E)}{2\pi e^4 \tau} \right\} \quad (7)$$

Нетрудно видеть, что показатель экспоненты в (7) представляет собою не что иное, как отношение характерных времен реакций рождения пионов на ядрах и ионизационных потерь. Подставляя численные значения параметров, можно убедиться, что

$$\frac{mc^2 \tau_0}{2\pi e^4 \tau} k T_{b.h.} \gg 1.$$

Таким образом, спектр релятивистских протонов круто обрывается в области энергий $E < k T_{b.h.}$ вследствие наличия экспоненциально малого множителя и концентрация протонов в этом диапазоне энергии будет незначительна. Это в большей мере обусловлено преобладанием катастрофических потерь над ионизационными, вследствие чего последние не приводят к значительному размыванию спектра источников. При этом концентрация релятивистских протонов, энергия которых лежит в интервале $M_p c^2 \lesssim E \lesssim k T_{b.h.}$, определяется следующим образом:

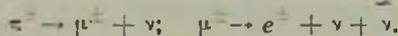
$$n_p(t) = \alpha_p \frac{M_p c^2}{k T_{b.h.}} (c \tau_0 \tau)^{-1} \Omega_{b.h.} \quad (8)$$

Потребовав, чтобы $n_p(t) \ll n_{bar}$, получим следующую оценку на параметр $\Omega_{b.h.}$:

$$\Omega_{b.h.} \Big|_{M \sim 10^{13}} < 10^{-5} \Omega_{rec}^3 \alpha_p^{-1} \frac{kT_{b.h.}}{M_p c^2} c \tau_0 \approx 10^{+2} \div 10^3. \quad (9)$$

Ограничение (9) носит сугубо предварительный характер и дальнейшие расчеты существенно его уточняют.

3. *Спектр электронной компоненты.* Спектр электронной компоненты излучения ПЧД формируется в результате совместного действия различных механизмов, к числу которых прежде всего относится непосредственная инжекция релятивистских электронов «черными дырами», которые вследствие обратных комптоновских потерь на фоновом излучении перераспределяются по спектру в область низких энергий. Кроме того, спектр электронной компоненты формируется вследствие прямого комптон-эффекта γ -квантов от ПЧД на тепловых электронах, генерации протонной компонентой электронов отдачи (δ -электроны) и пионной компонентой, которая трансформируется в электронную согласно цепочке реакций:



Воспользовавшись [12], нетрудно убедиться, что характерные времена перечисленных выше процессов много меньше космологического, что позволяет при расчете спектра электронов $P(E, t)$ рассматривать квазистационарную задачу. Поскольку в дальнейшем нас будет интересовать лишь нерелятивистская область энергий электронов, которая, как показано ниже, дает основной вклад в степень ионизации, мы в первом приближении будем пренебрегать пионной компонентой, однако ее учет не вызывает принципиальных затруднений. В изложенных выше приближениях система кинетических уравнений, описывающая распределение электронов в единице сопутствующего объема в интервале энергий $E \div E + dE$, имеет следующий вид:

$$K(E) + \int_E^{\infty} \frac{P(E') dE'}{E' - E} + 2 \int_0^{\infty} \Gamma(E') g(E') dE' - P(E) \int_0^E \frac{dE'}{E'} + \alpha_p \frac{M_p c^2}{k T_{b.h.}} (c \tau_0)^{-1} \Omega_{b.h.} \delta(E - k T_{b.h.}) = \frac{d}{dE} [B(E) P(E)], \quad (10)$$

$$\int_E^{\infty} P(E') \frac{dE'}{E'} - \Gamma(E) \left\{ g(E) E + \int_{E_{min}}^E W_c(E, E') dE' \right\} + \alpha_{\gamma} \frac{M_p c^2}{k T_{b.h.}} (c \tau_0)^{-1} \Omega_{b.h.} \delta(E - k T_{b.h.}) = 0, \quad (11)$$

где $K(E)$ — спектр электронов отдачи, $g(E)$ — плотность вероятности рождения фотоном энергии E пары электронов энергии E' и $E - E'$, $\Gamma(E)$ — спектр γ -квантов, образованных как непосредственно ПЧД, так и вследствие взаимодействия релятивистских электронов с частицами фона, W_c — плотность вероятности эффекта Комптона, $B(E) = = - (4/3)c\sigma_T \omega_r (E/mc^2)^2$ — энергетические потери электронов при обратном комптон-эффекте на γ -квантах фона, плотность энергии которого ω_r , σ_T — томпсоновское сечение рассеяния, $E_{\min} = E(1 + 2(E/mc^2))^{-1}$.

Необходимо отметить, что при выводе (10)—(11) мы воспользовались аппроксимацией плотностей вероятностей тормозных потерь релятивистских электронов и рождения пар, предложенной в работе [15]. Как будет видно из последующих расчетов, такое приближение позволяет рассчитать спектр электронной компоненты с достаточной степенью точности. В дальнейшем нам будет удобно оперировать спектрами $K(E)$, $\Gamma(E)$, $P(E)$, нормированными на единицу ливневой длины

$$X_0^{-1} = 4\pi r_0^2 n_{\text{бар}} \ln |g|; \quad r_0^2 = \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2; \quad \alpha = \frac{1}{137}.$$

Задаваясь аналитическим видом $W_c(E, E')$ [16], система (10)—(11) может быть сведена к одному уравнению для спектра электронов

$$\begin{aligned} K(E) + \int_E^\infty \frac{P(E, E') dE'}{E' - E} + 2 \int_E^\infty P(E') dE' \int_E^{E'} \frac{g(E'') dE''}{g(E'') E'' + \omega} - \\ - P(E) \int_0^E \frac{dE'}{E'} + 2\alpha \frac{M_e c^2}{k T_{\text{b.h.}}} (c\sigma_0^2)^{-1} \Omega_{\text{b.h.}} \frac{g(k T_{\text{b.h.}})}{g(k T_{\text{b.h.}}) k T_{\text{b.h.}} + \frac{\omega}{k T_{\text{b.h.}}}} + \\ + \alpha \frac{M_e c^2}{k T_{\text{b.h.}}} (c\sigma_0^2)^{-1} \Omega_{\text{b.h.}} \delta(E - k T_{\text{b.h.}}) = \frac{d}{dE} [B(E) P(E)], \\ \omega = \frac{\pi \omega c^2}{4\pi \ln |g|} \ln \frac{k T_{\text{b.h.}}}{mc^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

а спектр γ -квантов определяется из (11).

Вводя функцию Грина $D(E, E^*)$ уравнения (12) и определяя ее из уравнения

$$\begin{aligned}
 & - A \frac{d}{dE} [E^2 D(E, E^*)] - \int_E^\infty \frac{D(E', E^*)}{E' - E} dE' + D(E, E^*) \int_0^E \frac{dE'}{E} - \\
 & - 2 \int_E^\infty D(E', E^*) dE' \int_E^{E'} \frac{g(E'') dE''}{g(E'') E''^2 + \omega} = \delta(E - E^*),
 \end{aligned}$$

где

$$A = \frac{4}{3} \pi r c \omega_r (mc^2)^{-2},$$

после достаточно громоздких вычислений, получим:

$$\begin{aligned}
 D(E, E^*) = \frac{1}{AE^2} \left\{ 1 - \frac{2}{\omega A} \left| 1 - \left(1 + \frac{E}{\omega} \right) \ln \left(1 + \frac{\omega}{E} \right) \right| + o\left(\frac{1}{\omega^2 A^2}\right) \right\} \\
 \omega A \gg 1, \quad E > mc^2. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Для расчета спектра электронной компоненты в ультрарелятивистской области энергий необходимо определить вид спектра δ -электронов. Согласно [15] спектр электронов отдачи определяется выражением:

$$K(E) = \int_{\frac{kT_{b.h.}}{M_p c^2}}^{kT_{b.h.}} \left[\frac{a^2}{E^2} \frac{b^2}{E_{\max}} \right] N_p(E') dE',$$

где

$$a^2 = \frac{\pi mc^2}{2\alpha \ln |g|} \frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1}; \quad b^2 = a^2 \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}; \quad \gamma = \frac{E_p}{M_p c^2} \gg 1$$

и E_{\max} означает максимальную энергию, которая может быть передана первичной частицей δ -электрону.

$$E_{\max} = 2mc^2 \frac{M_p^2 (\gamma^2 - 1)}{M_p^2 + m^2 + 2mM_p \gamma}.$$

В интересующей нас области энергий релятивистских протонов максимальная энергия, передаваемая δ -электрону, совпадает с $kT_{b.h.}$, вследствие чего спектр электронов отдачи определяется выражением

$$K(E) = \frac{\pi mc^2}{2\alpha \ln |g|} \frac{1}{E} \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{kT_{b.h.}} \right) z_p \frac{M_p c^2}{kT_{b.h.}} (c z_0)^{-1} \Omega_{b.h.} \quad (14)$$

Тогда функция источника в (12) будет иметь следующий вид:

$$Q_e(E^*) = \left\{ \frac{\pi mc^2}{2\alpha \ln |g|} \frac{1}{E^*} \left(\frac{1}{E^*} - \frac{1}{kT_{b.h.}} \right) \alpha_p + 2\alpha_1 (kT_{b.h.} + \omega)^{-1} + \right. \\ \left. + \alpha_e \delta(E - kT_{b.h.}) \right\} \frac{M_p c^2}{kT_{b.h.}} (c\tau_0)^{-1} \Omega_{b.h.} \quad (15)$$

Воспользовавшись (13)—(15), нетрудно получить выражение для спектра электронной компоненты в интервале энергий

$$mc^2 \leq E \leq \alpha T_{b.h.}$$

$$P(E) = \frac{1}{AE^2} \left\{ 1 - \frac{2}{\omega A} \left[1 - \left(1 + \frac{E}{\omega} \right) \ln \left(1 + \frac{\omega}{E} \right) \right] \right\} \times \\ \times \left\{ \alpha_p \frac{\pi}{2\alpha \ln |g|} \left[1 - \frac{mc^2}{kT_{b.h.}} \left(1 + \ln \frac{kT_{b.h.}}{mc^2} \right) \right] + \right. \\ \left. + 2\alpha_1 \frac{kT_{b.h.} - mc^2}{kT_{b.h.} + \omega} + \alpha_e \right\} \frac{M_p c^2}{kT_{b.h.}} (c\tau_0)^{-1} \Omega_{b.h.} \quad (16)$$

Как видно из (16), учет пионной компоненты привел бы к эффективной перенормировке α_p , несколько изменяя численное значение (16). В нерелятивистской области энергий электронов основное уравнение, описывающее эволюцию спектра источников, будет иметь следующий вид:

$$K(E) + \int_E^\infty \frac{P(E') dE'}{E' - E} - P(E) \int_0^E \frac{dE'}{E'} = \frac{d}{dE} [B^*(E) P(E)], \quad (17)$$

где $B^*(E) = -\frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{(mc^2)^{3/2}}{\alpha} E^{-1/2} = -CE^{-1/2}$, а остальные обозначения не изменены.

Вводя

$$W = \frac{\pi mc^2}{2\alpha \ln |g|} \alpha_p \frac{M_p c^2}{kT_{b.h.}} (c\tau_0)^{-1} \Omega_{b.h.}$$

и воспользовавшись (14), нетрудно выписать решение уравнения (17) в виде быстро сходящегося ряда по параметру $CE^{-3/2} \gg 1$

$$P_e(E) = E^{1/2} \left(\text{const} + \frac{W}{CE} \right) - \frac{2 \text{const}}{C} \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{E}{mc^2} \right)^{1/2} \right] (E^3 mc^2)^{1/2} - \\ - \frac{\ln 4}{C} E^2 \left(\frac{\text{const}}{3} + \frac{W}{CE} \right), \quad (18)$$

где const — постоянная интегрирования, определяемая из условия сшивки (18) и (16) при $E \simeq mc^2$.

в степень ионизации β , определяемую из уравнения (1). Для последующих расчетов нам потребуется выражение скоростей реакций $\lambda_7, \lambda_{10}, \lambda_{12}, \lambda_{13}$ через параметры ПЧД. Воспользовавшись определением скорости i -ой реакции и задаваясь конкретными спектрами (7), (20), (21), нетрудно получить следующие соотношения для указанных выше реакций:

$$\lambda_{10} e^{-\beta} \approx 0.1 \frac{mc^2}{I} \alpha_p \frac{M_p c^2}{k T_{b.h.}} \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_0} \right)^{-1} \Omega_{b.h.} \left[1 + 0.5 \frac{mc^2 n_{bar}}{\omega_r} \right],$$

$$\lambda_{7\gamma}^* = 0.9 \cdot 10^{-18} \alpha \alpha_p \left(\frac{mc^2 n_{bar}}{\omega_r} \right) \frac{M_p c^2}{k T_{b.h.}} (\sigma_0 \tau)^{-1} \Omega_{b.h.}$$
(22)

Следует отметить, что при расчете (22) для нерелятивистских электронов использовалось сечение ионизации, определяемое формулой Бете, а сечение ионизации γ -квантами бралось из [12, 17]. Непосредственный расчет показывает, что вклад остальных процессов в степень ионизации пренебрежимо мал по сравнению с приведенными в (22). В изложенных выше приближениях уравнение (1), описывающее изменение степени ионизации во времени, будет иметь следующий вид:

$$\frac{d\beta}{dt} = - W_{IS} \frac{(2\pi h)^3 H_{попл.}}{(2\pi mk T)^{3/2}} e^{\frac{t}{4k\tau}} (\beta^2 - \beta_{попл.}^2) +$$

$$+ \alpha_p \frac{M_p c^2}{k T_{b.h.}} (\sigma_0 \tau)^{-1} \Omega_{b.h.} \left[0.1 \sigma_T \frac{mc^2}{I} \left(1 + 0.5 \frac{mc^2 n_{bar}}{\omega_r} \right) + \right.$$

$$\left. + 9 \cdot 10^{-17} \alpha \frac{mc^2 n_{bar}}{\omega_r} \right] (1 - \beta).$$
(23)

В случае $\Omega_{b.h.} = 0$ приближенное решение (23) было получено в [10] и определяется выражением:

$$\beta_0 \approx \frac{1.6 \cdot 10^7}{T \Omega^{1/2}} \exp \left\{ - \frac{39400}{T} \right\}.$$
(24)

Однако при $\Omega_{b.h.} \neq 0$ частным решением (23) является

$$\beta \approx 0.1 \frac{mc^2}{I} \alpha_p \frac{M_p c^2}{k T_{b.h.}} \frac{\sigma_T}{\sigma_0} \frac{t}{\tau} \Omega_{b.h.}$$

Потребовав, чтобы при $t \sim t_{рек}$ ($z \sim 1.4 \cdot 10^3$) выполнялось $\beta < \beta_0$, получим:

$$\Omega_{b.h.} \leq 10^{-8}.$$
(25)

Из (23) и (24) видно, что по мере уменьшения температуры степень ионизации β_0 экспоненциально уменьшается, в то время как дополнительное слагаемое, обязанное наличию ПЧД, эффективно увеличивает β . Качественная картина искажения динамики рекомбинации водорода может быть представлена следующим образом. Начиная с $z \sim z_{\text{rec}}$ при $\Omega_{\text{b.h.}} \sim 10^{-8}$, будет происходить линейное нарастание степени ионизации вследствие подкачки в систему релятивистских протонов и электронов. Такое нарастание будет продолжаться вплоть до времен $t \sim \tau$, после чего, в зависимости от величины τ , рекомбинация будет проходить аналогично стандартной модели, но с другими начальными условиями. В настоящей работе мы не будем анализировать точное решение уравнения (23) и связанное с изменением степени ионизации затухание адиабатических возмущений, предполагая рассмотреть эти эффекты в отдельной работе. Однако уже качественное рассмотрение искажения рекомбинации позволяет получить достаточно жесткое ограничение на параметр $\Omega_{\text{b.h.}}$, которое приводит к дополнительным ограничениям на амплитуду начальных флуктуаций плотности. Согласно [3], плотность «черных дыр» массы M к моменту времени $t \sim t_{\text{rec}}$ определяется выражением:

$$\rho_{\text{b.h.}}(M) \propto \rho_0 F \left[\frac{R_{\text{now}}}{R_{\text{rec}}} \right]^3 \varepsilon_{\text{max}} \exp \left\{ -\frac{1}{18 \varepsilon_{\text{max}}^2} \right\} \left(\frac{M}{m_g} \right)^{-1/2}, \quad (26)$$

где $\rho_0 \approx 10^{11} \text{ г/см}^3$ — планковская плотность,

$$F \approx 10^{-96}; \quad \frac{R_{\text{now}}}{R_{\text{rec}}} = z_{\text{rec}}.$$

Подставляя численное значение параметров и воспользовавшись (25), нетрудно убедиться, что $\varepsilon_{\text{max}} \approx 2 \cdot 10^{-2}$. Как видно из приведенных выше оценок, значение ε_{max} незначительно отличается от приведенного в [8], однако в пересчете на $\Omega_{\text{b.h.}}$ даже такое слабое различие приводит к существенному изменению параметра $\rho_{\text{b.h.}}/\rho_{\text{bar}}$. Необходимо отметить, что в настоящей работе мы ограничились рассмотрением лишь ранних стадий рекомбинации и не касались искажений, вносимых ПЧД с $M \gtrsim 10^{14} \text{ г}$ в ее асимптотику. Однако, как видно из приведенных расчетов, обобщение на поздние стадии не вызывает принципиальных затруднений. Полученные в работе ограничения на параметр $\Omega_{\text{b.h.}}$ свидетельствуют, что если ранние стадии эволюции Вселенной хорошо согласуются с моделью элементарных частиц ($P = 1/3\varepsilon$, где P — давление и ε — плотность энергии), то Вселенная была скорее слабо, нежели сильно турбулентной. Однако, если принимать, что ранние стадии адекватно описываются моделью Хагедорна (см.,

например, [18]), в рамках которой возможно образование ПЧД лишь с $M \geq 10^{15}$ г, то вопрос об уровне начальных флуктуаций остается открытым. Еще раз подчеркнем, что в настоящей работе мы стремились обрисовать не столько количественную, сколько качественную сторону вопроса о влиянии ПЧД на рекомбинацию водорода в рамках стандартной модели Вселенной.

В заключение пользуюсь возможностью поблагодарить Л. М. Озерного, обратившего внимание автора на возможность искажения рекомбинации ПЧД, Б. В. Вайнера, Л. С. Марочника и Ю. А. Щекинова за полезное обсуждение работы.

Ростовский государственный
университет

THE KINETICS OF HYDROGEN RECOMBINATION WITH LOW MASS PRIMORDIAL BLACK HOLES

P. D. NASEL'SKIY

The distortion of hydrogen recombination dynamics in standard model of the universe due to evaporation of primordial black holes with masses $M < 10^{14}$ g is considered. The spectra of injected particles, the upper limit of the black holes abundance and the restrictions on the amplitude of primary density fluctuations are obtained.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, Препринт ИПМ, 36, 1974.
2. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *Астрон. ж.*, 43, 758, 1966.
3. В. J. Carr, *Ap. J.*, 201, 1, 1975; 206, 8, 1976.
4. S. W. Hawking, *Comm. Math. Phys.*, 43, 199, 1975.
5. Б. В. Вайнер, П. Д. Насельский, *Письма АЖ*, 3, 147, 1977.
6. Я. Б. Зельдович, А. А. Старобинский, М. Ю. Хлопов, В. М. Чечеткин, *Письма АЖ*, 3, 208, 1977.
7. Я. Б. Зельдович, А. А. Старобинский, *Письма ЖЭТФ*, 24, 616, 1976.
8. Б. В. Вайнер, П. Д. Насельский, *Астрон. ж.*, 3, 147, 1977.
9. Я. Б. Зельдович, В. Г. Курт, Р. А. Сюняев, *ЖЭТФ*, 55, 278, 1968.
10. Ye. B. Zel'dowich, R. A. Sunyaev, *Astrophys. Space Sci.*, 7, 3, 1970.
11. M. S. Longair, R. A. Sunyaev, *Nature*, 223, 719, 1969.

12. Л. М. Озерной, О. Ф. Прилуцкий, И. Л. Розенталь, *Астрофизика высоких энергий*, Атомиздат, М., 1973.
13. В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, *Происхождение космических лучей*, М., 1963.
14. С. И. Сыроватский, *Астрон. ж.*, **36**, 17, 1959.
15. И. Е. Тамм, С. Э. Беленький, *Собр. научн. трудов*, **2**, Наука, М., 1975, стр. 61.
16. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, *Квантовая электродинамика*, Физматгиз, М., 1959.
17. С. А. Каплин, С. Б. Пикельнер, *Межзвездная среда*, Наука, М., 1963.
18. R. Hagedorn, *Nuovo Cimento, Suppl. ser.*, **3**, 147, 1965.