АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 14 ФЕВРАЛЬ, 1978 ВЫПУСК 1

О ДИНАМИКЕ ТЕСНЫХ ДВОЙНЫХ И ОДИНОЧНЫХ ЗВЕЗД В РАССЕЯННЫХ ЗВЕЗДНЫХ СКОПЛЕНИЯХ

В. М. ДАНИЛОВ

Поступила 1 марта 1977

Для системы звезд с равными массами получены плотности вероятностей сближений тесных двойных и одиночных звезд с заданными энергетическими переходами. Получены уравнения, определяющие функции скоростей одиночных и двойных звезд, а также функцию распределения тесных двойных звезд по большим полуосям орбит (a). В статье приводятся оценки влияния тесных двойных звезд на диссипацию одиночных звезд из рассеянных скоплений.

Результаты численных экспериментов в задаче N-тел указывают на существенную роль образования и развития тесных двойных звезд в динамике рассеянных звездных скоплений [1—6]. В частности, Аарсет [4] показал, что даже при полном первоначальном отсутствии в скоплении звездных пар, двойные звезды быстро формируются, если спектр масс звезд скопления является достаточно реалистичным. Кроме того, обилие визуальных двойных звезд в окрестностях Солнца [7] позволяет ожидать наличия большого числа двойных звезд в скоплениях на ранних стадиях развития. Указанное предположение неоднократно высказывалось различными авторами, например, Л. Э. Гуревичем и Б. Ю. Левиным [8], Кумаром [9], Хегги [10].

Влияние широких пар звезд на скопление невелико и может быть лишь временным, поскольку такие двойные звезды имеют малые энергии связи и быстро разрушаются в результате их взаимодействия с одиночными звездами скопления (см. [8, 11—13]). В отличие от широких пар, достаточно тесные двойные звезды в результате их сближений с одиночными звездами скопления становятся еще более тесными. Эволюция тесных двойных звезд сопровождается диссипацией высокоэнергичных одиночных звезд из скопления (см. [4, 5]). В отдельных случаях может иметь место «выброс» тесной двойной звезды из рассеянного скопления [2, 3, 6, 14].

Согласно [13], сближения тесных двойных звезд с одиночными звездами носят двойственный характер: 1) Если сближение слабое, то в результате энергия связи двойной звезды почти не изменяется, и такое сближение является «упругим». В этом случае двойная звезда ведет себя как одиночная звезда и вносит свой вклад в обычную релаксацию системы. 2) Если сближение достаточно сильное, то энергия связи тесной двойной звезды заметно меняется и такое сближение является «сверхупругим».

В данной работе будет проведено изучение сближений тесных двойных и одиночных звезд в рассеянных скоплениях. Для описания процесса таких сближений введем функции $\Phi_2(\beta, g)$ и $\Phi_2^*(\beta, g)$, которые определим как плотности вероятностей перехода одиночной звезды — участницы сближения и центра масс двойной звезды за время dt из состояния, определяемого величиной β, в состояние $g+\beta$, $g \in [g, g+dg]$, соответственно. Кроме того, пусть $\Phi(a, \gamma)$ — есть плотность вероятности перехода двойной звезды (в результате ее сближения с одиночной звездой) за время dt из одного энергетического состояния, характеризуемого значением большой полуоси орбиты звезды a, в состояние $a+\gamma$. Пусть $\beta=v^2/\overline{v^2}$, $g=\Delta v^2/\overline{v^2}$, $\gamma=\Delta a$. В данной работе будем обзначать символами v и $\overline{v^2}$ модуль скорости и средний квадрат скорости одиночной звезды, либо центра масс двойной звезды в каждом конкретном случае, соответственно. Идея использования такого рода функций для описания взаимных сближений двойных и одиночных звезд не нова. Например, в работе [13] вводится вероятность перехода двойной звезды из одного состояния с заданной энергией связи в другое энергетическое состояние за время dt в результате сближения двойной звезды с одиночной звездой скопления. Однако введение только одной этой вероятности энергетического перехода создает ряд неудобств при описании динамики одиночных звезд и центров масс двойных звезд скопления. Кроме того, существенным недостатком указанной работы следует считать использование равновесного больцмановского распределения двойных звезд по энергиям связи, при описании процессов систематического накопления числа тесных двойных звезд в скоплении и энергии связи в каждой тесной двойной звезде в отдельности. Указанное распределение по энергиям не подтверждается и численными экспериментами [10].

Для краткости назовем смешанным сближение одиночной звезды скопления с тесной двойной звездой. Смешанное сближение определим несколькими параметрами: 1) $\vec{v}_1$ и v_1—вектор и модуль вектора скорости одиночной звезды до смешанного сближения; 2) $\vec{v}_2$ и v_2-вектор и модуль вектора скорости движения центра масс двойной звезды до смешанного сближения; 3) α_1 —угол между векторами $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, 4) φ —угол между вектором $\vec{v}_1$ и вектором изменения скорости движения одиночной звезды $\overrightarrow{\Delta v_1}$ в результате смешанного сближения; 5) a—большая полуось орбиты компонентов в двойной звезде до сближения; 6) прицельное расстояние—p.

Пусть все одиночные звезды скопления имеют одинаковую массу m, а двойные — массу $2m$. Согласно работе [12] изменение энергетического состояния двойной звезды в результате смешанного сближения дается формулой:

$$\frac{\Delta E_{1,2}}{E_{0,2}} = Ae^{-p^2/C^2}, \qquad E_{0,2} = \frac{Gm^2}{2a}, \tag{1}$$

где G — гравитационная постоянная, m — масса звезды, $A = A(\alpha)$, $C^2 = C^2(\alpha)$, $\alpha = (w/w_c)^2$, w — модуль относительной скорости одиночной и двойной звезд до смешанного сближения, w_c — критическое значение w, при котором двойная звезда способна разрушиться.

Поскольку рассматриваются тесные двойные звезды, то $\Delta E_{1,2} < 0$. В этом случае одиночная звезда ускоряется и уносит дополнительную к прежней энергию ΔE_1. Суммарная полная энергия всех трех звезд сохраняется, т. е. $E = E_1 + E_2 + E_{1,2} = \text{const}$, где E_1 и E_2 — полные энергии движения одиночной и двойной звезд относительно общего центра масс, соответственно. Проварьируем соотношение для E. Получим

$$\Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_{1,2} = 0$$

или

$$\Delta E_{1,2} = -\left(\frac{m}{2}\,\Delta v_1^2 + m\Delta v_2^2\right). \tag{2}$$

Если начало координат поместить в центре масс 3-х звезд и общий центр масс сделать неподвижным относительно скопления, то имеют место два соотношения:

$$m\vec{r}_1 + 2m\vec{r}_2 = 0, \qquad m\vec{v}_1 = -2m\vec{v}_2, \tag{3}$$

где r_i и v_i — радиус-векторы и векторы скоростей одиночной и двойной звезд в принятой системе координат.

Умножим второе уравнение из (3) скалярно само на себя и результат умножения проварьируем. Получим: $\Delta v_1^2 = 4\Delta v_2^2$ и, следовательно,

$$\Delta E_{1,2} = -\frac{3m}{4}\,\Delta v_1^2 = -3m\Delta v_2^2. \tag{4}$$

В этом случаем имеем:

$$\vec{v}_1' = \vec{v}_1 + \Delta\vec{v}_1, \tag{5}$$

где $\vec{v}_1'$ — вектор скорости одиночной звезды после смешанного сближения. Из треугольника, образованного векторами $\vec{v}_1'$, $\vec{v}_1$ и $\Delta\vec{v}_1$, получаем:

$$v_2'^2 = v_1^2 + \Delta v_1^2 - 2v_1 \Delta v_1 \cos\psi, \tag{6}$$

где ψ — угол между векторами $\vec{v}_1$ и $\Delta\vec{v}_1$.

Разделив (6) на v_1^2 и обозначив $(v_1'^2 - v_1^2)/v_1^2 = h$, $\Delta v_1^2/v_1^2 = x^2$, получим

$$h = x^2 - 2x\cos\psi, \quad \cos\psi = \frac{x^2 - h}{2x} \quad \text{при} \quad x \neq 0, \tag{7}$$

где x^2, согласно (1) и (4), имеет вид:

$$x^2 = -\frac{2GmA}{3av_1^2}\, e^{-\rho^2/C^2}. \tag{8}$$

Поскольку в рассматриваемых смешанных сближениях величина $A<0$ (см. [12]), то в (8) можно величину $-A$ заменить на $|A|$. Если учесть движение центра масс 3-х звезд, то в выражении (5) величину $\Delta\vec{v}_1$ необходимо заменить на $\Delta\vec{v}_1^*$.

$$\Delta\vec{v}_1^* = \Delta\vec{v}_1 + \vec{\nu}, \tag{9}$$

где $\vec{\nu}$ — вектор скорости движения центра масс 3-х звезд. При заданном векторе $\Delta\vec{v}_1$ величина и направление вектора $\vec{\nu}$ зависят от $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\cos\alpha_1$ (α_1 — угол между векторами $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$). Подстановка в (5) выражения (9) чрезвычайно затрудняет решение задачи о смешанных сближениях. Однако при усреднении выражения (9) по всем возможным величинам и направлениям вектора $\vec{\nu}$ можно получить:

$$\Delta\vec{v}_1^* \approx \Delta\vec{v}_1. \tag{10}$$

В дальнейшем воспользуемся усредненным соотношением (10). Такое ограничение делает справедливым последующее рассмотрение не в каждом конкретном случае, а лишь в среднем. Поскольку величина вектора $\vec{\nu}$, как правило, мала в сравнении с величинами векторов $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\vec{w}$, то последующее рассмотрение описывает и каждое конкретное смешанное сближение, но приближенно.

Пусть одиночная звезда движется в скоплении со скоростью $\vec{v}_1$. За время dt она испытывает на себе следующее количество смешанных сближений с параметрами, заключенными в соответствующих элементарных интервалах:

$$2\pi p dp w dt n_2 f(k) dk \varphi(a) da \frac{1}{2} \sin \alpha_1 d\alpha_1 \frac{-d\cos\psi}{\pi \sqrt{1-\cos^2\psi}}, \tag{11}$$

где $k = v_2/v_1$, $f(k)$ и $\varphi(a)$ — функции распределения параметров k и a, соответственно; n_2 — концентрация двойных звезд в скоплении, w — модуль относительной скорости смешанного сближения.

Входящие в (11) параметры определены в следующих интервалах значений:

$$p \geqslant 0, \quad k > 0, \quad a_c \geqslant a > 0, \quad w \geqslant 0, \quad 1-\cos^2\varphi \geqslant 0,$$
$$\pi \geqslant \alpha_1 \geqslant 0, \quad h \geqslant -1, \tag{12}$$

a_c — критическое значение большой полуоси орбиты двойной звезды (см [12]).

Использованные в данной работе обозначения и методика вычисления введенных выше плотностей вероятностей рассматриваемых энергетических переходов во многом заимствованы из работы Т. А. Агекяна [15], посвященной изучению парных сближений одиночных звезд.

Подставим $\cos\psi$ из (7) в (11). Соотношение (7) накладывает соответствующие ограничения на область, определяемую системой неравенств (12) Зафиксируем все значения параметров смешанного сближения, кроме h и $\cos\psi$, и продифференцируем выражение (7). Получим:

$$-\frac{dh}{2x} = d\cos\psi \tag{13}$$

Для нахождения искомой плотности вероятности смешанного сближения $\Phi_2(\beta, g)$ с заданным значением g, проинтегрируем выражение (11) по всем параметрам (кроме h) в пределах вновь полученной области их определения с учетом соотношений (7) и (13).

Область интегрирования выражения (11) по p определяется из условия (14):

$$1-\cos^2\psi = 1 - \frac{x^2}{4} + \frac{h}{2} - \frac{h^2}{4x^2} \geqslant 0, \tag{14}$$

где $$x^2 = x^2(p).$$

Сделаем подстановку $x^2 = \lambda z$, где

$$\lambda = 2Gm|A|/3av_1^2. \tag{15}$$

С учетом (15), условие (14) приводится к виду:

$$z^2 - \frac{4z(1+h/2)}{\lambda} + \frac{h^2}{\lambda^2} \leqslant 0$$

и, в случае равенства левой части нулю, дает корни:

$$z_{1,2} = \frac{2}{\lambda}(1+h/2) \mp \frac{2}{\lambda}\sqrt{1+h}, \tag{16}$$

определяющие область интегрирования по p выражения (11). Легко видеть, что условие (14) выполняется для величин z, находящихся между z_1 и z_2. Поскольку $-C^2dz/2z = pdp$, то, переходя от переменной p к z в интеграле по p, находим:

$$2\pi w dt n_0 f(k)\, dk \varphi(a)\, da \frac{1}{2} \sin \alpha_1 d\alpha_1 \frac{dh}{2\pi} J, \tag{17}$$

где

$$J = -C^2 \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{z\sqrt{-\lambda^2 z^2 + 4\lambda z(1+h/2) - h^2}}.$$

Вычисляя полученный интеграл, находим:

$$J = \frac{C^2}{|h|}\left\{\operatorname{arctg}\left|\frac{4\lambda z(1+h/2) - 2h^2}{2|h|\sqrt{-\lambda^2 z^2 + 4\lambda z(1+h/2) - h^2}}\right|\right\}_{z_1}^{z_2}. \tag{18}$$

Поскольку в точках z_1 и z_2 знаменатель выражения, стоящего под знаком arctg обращается в нуль, а числитель принимает противоположные по знаку значения, то

$$J = C^2\pi/|h|. \tag{19}$$

Подставляя (19) в (17), находим

$$\pi n_0 dt f(k)\, dk w C^2(w) \frac{dh}{|h|} \varphi(a)\, da \frac{1}{2} \sin \alpha_1 d\alpha_1.$$

Поскольку $w^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 \cdot v_2 \cos \alpha_1$, то $wdw = -v_1^2 kd \cos \alpha_1$, и, переходя от переменной α_1 к переменной w, находим

$$\pi n_0 dt \frac{f(k)\, dk}{2kv_1^2} w^3 C^2(w)\, dw \frac{dh}{|h|} \varphi(a)\, da. \tag{20}$$

При решении задач такого типа, как задача о смешанных сближениях, неизбежно применение результатов численных экспериментов. В связи с этим воспользуемся приведенными в работе [12] таблицами и графиками, дающими $\Delta E_{1,2}/E_{0,2}$ как функцию параметра α (см. (1)). Получим следующее приближенное выражение для случая звезд равных масс и тесных двойных звезд:

$$|A| = |A_0|\left(1 - (\alpha/\alpha_c)^{p_1}\right), \quad p_1 = 1.84, \quad \alpha_c = 0.56, \quad |A_0| = 0.49. \tag{21}$$

В работе [12] величина α_c принята равной $\simeq 0.6$. Кроме того, в указанной работе приведены графики зависимости величины $|\sigma_E|/\pi a^2$ от α (σ_E — эффективное сечение рассеивания одиночных звезд на двойной звезде).

В рассматриваемом случае указанная функция $|\sigma_E|/\pi a^2$ от α может быть аппроксимирована соотношением следующего вида:

$$\begin{gathered} \lg|\sigma_E|/\pi a^2 = \left(1 - \sqrt{\alpha/\alpha_2}\right)\lg(\xi_0\alpha^b), \\ \xi_0 = 1.174, \quad b = -1.03, \quad \alpha_2 = 0.42. \end{gathered} \tag{22}$$

Полагая $b \simeq -1$ и используя формулу $\sigma_E = \pi A C^2$ [12], находим величину C.

$$C^2 = \frac{a^2}{|A|}\left(\frac{\xi_0}{\alpha}\right)^{1-\sqrt{\alpha/\alpha_2}}. \tag{23}$$

Поскольку $\alpha = 2\cdot a\cdot w^2/3Gm$ (см. [12]), то, обозначая $\theta_0 = 2/3Gm$, находим:

$$C^2 = \frac{a}{|A|}\,\frac{\xi_0}{\theta_0 w^2}\left(\frac{\theta_0 a w^2}{\xi_0}\right)^{\sqrt{\theta_0 a/\alpha_2}\,w}. \tag{24}$$

Подставляя (21) в (24), а (24) в (20), запишем интеграл от выражения (20) по w в следующем виде:

$$\begin{gathered} \frac{\pi n_2\xi_0\,dt f(k)\,dk\,dh\,a\varphi(a)\,da}{2v_1^2 k\theta_0|h|\cdot|A_0|}\int\limits_{w_0}^{w_1}\frac{(\sigma_2 w^2)^{\sigma_1 w}\,dw}{1-\sigma w^{2p_1}}, \\ \sigma = (\theta_0 a/\alpha_c)^{p_1}, \quad \sigma_1 = \sqrt{\alpha_0 a/\alpha_2}, \quad \sigma_2 = \theta_0 a/\xi_0. \end{gathered} \tag{25}$$

Условием неотрицательности значений z и, следовательно, действительности всех использованных значений p, является:

$$P = C\sqrt{\ln\left(\frac{2Gm|A|}{3av_1^2x_2^2}\right)} \geqslant 0. \tag{26}$$

Таким образом, $2Gm\,|A|/3av_1^2x_2^2 \geqslant 1$, где $x_2^2 = 2(1+h/2) + 2\sqrt{1+h}$. Подставим $|A|$ из (21) в (26). С учетом условий (12), находим

$$w_0 = 0 \leqslant w \leqslant w_1 = \sqrt{\frac{\sigma_c}{a\theta_0}\left(1 - \frac{3av_1^2x_2^2(h)}{2Gm\,|A_0|}\right)^{1/p_1}}. \qquad (27)$$

Обозначим:

$$j_1 = \int\limits_0^{w} \frac{(\beta_2 w^2)^{\beta_1 w}\,dw}{1 - \beta w^{2p_1}}. \qquad (28)$$

С учетом принятого обозначения (28) выражение (25) перепишется з следующем виде:

$$\frac{\pi n_2 \xi_0 dt f(k)\,dk\,a\xi(a)\,da\,dh}{2v_1^2k\theta_0\,|A_0|\cdot|h|}\,j_1. \qquad (29)$$

Значение интеграла j_1 не выражается полностью в элементарных функциях. При вычислении j_1 с помощью ЭВМ данный интеграл весьма медленно сходится. Однако подынтегральная функция в j_1 задана с помощью коэффициентов β, β_1, β_2 не очень точно и потому нет особой необходимости вычислять тщательно величину j_1 (28). Для приближенной оценки интеграла j_1 можно предложить следующий метод. Разобьем интервал $[0, w_1]$ на n частей и на каждом полученном отрезке проведем интегрирование j_1 по частям. Затем вынесем из-под знака оставшегося интеграла величину w (по (теореме о среднем), положив ее равной $(w_i + w_{i+1})/2$, после чего объединим все полученные выражения:

$$j_1 = \sum_{i=0}^{n}\left(wF(w)\Big|_{w_i}^{w_{i+1}} - \int\limits_{w_i}^{w_{i+1}} \frac{dF}{dw}\right) \simeq \frac{w_1}{2n}\left(1 + 2\sum_{i=1}^{n-1} F\left(i\frac{w_1}{n}\right) + F(w_1)\right), \qquad (30)$$

где $F(w)$ подынтегральная функция в j_1.

При $n = 10$ погрешность вычисления j_1 достигает 2—3%. В случае необходимости можно задать большее значение n. В данной работе использовались значения n, равные 20 и 30.

Условием действительности всех использованных в формуле (29) значений w является (31).

$$1 - \frac{3av_1^2x_2^2(h)}{2Gm\,|A_0|} \geqslant 0, \text{ т. е. } -1 \leqslant h \leqslant \frac{2Gm\,|A_0|}{3av_1^2\beta} - 2\sqrt{\frac{2Gm\,|A_0|}{3av_1^2\beta}}. \qquad (31)$$

Поскольку все предыдущее рассмотрение не накладывает никаких дополнительных к (12) ограничений на величины k и a, то, в результате усреднения этих величин с помощью функций $f(k)$ и $\varphi(a)$, можно записать приближенное выражение для плотности вероятности перехода одиночной звезды вследствие смешанных сближений за время dt из состояния v_1 в состояние, характеризуемое величиной h. Введем переменные $\beta = v_1^2/\overline{v_1^2}$ и $g = h \cdot \beta$. Получим:

$$\Phi_2(\beta, g)\,dg\,dt = \frac{\pi\xi_0 n_2 \bar{a} j_1\,dg\,dt}{2\bar{v}_1\bar{v}_2\beta_1\theta_0|A_0|\cdot|g|}, \qquad w_1 = \sqrt{\frac{a_c}{\bar{a}\theta_0}\left(1 - \frac{3\bar{a}\beta\overline{v_1^2}x_2^2(g)}{2Gm\,|A_0|}\right)^{1/p_1}},$$

$$x_2^2(g) = 2\left(1 + \frac{g}{2\beta}\right) + 2\sqrt{1 + \frac{g}{\beta}}, \tag{32}$$

$$-\beta \leqslant g \leqslant g_{max} = \frac{2Gm\,|A_0|}{3\bar{a}\overline{v_1^2}} - 2\sqrt{\frac{2Gm\,|A_0|\,\beta}{3\bar{a}\overline{v_1^2}}},$$

где $\bar{a}$ — среднее значение a на интервале $a \in (0,\ a_c)$.

Аналогичным способом проводится вычисление плотности вероятности перехода центра масс двойной звезды из состояния $\beta = v_2^2/\overline{v_2^2}$ в состояние, характеризуемое величиной $g = h \cdot \beta$.

$$\Phi_2^*(\beta, g)\,dg\,dt = \frac{\pi\xi_0 n_1 \bar{a} j_2\,dg\,dt}{2\bar{v}_1\bar{v}_2\beta\theta_0|A_0|\cdot|g|}, \qquad w_2 = \sqrt{\frac{a_c}{\bar{a}\theta_0}\left(1 - \frac{6\bar{a}\beta\overline{v_2^2}x_2^2(g)}{Gm\,|A_0|}\right)^{1/p_1}},$$

$$j_2 = \int\limits_0^{w_2} \frac{(\sigma_2 w^2)^{3/w}\,dw}{1 - \sigma w^{2n_1}}, \qquad -\beta \leqslant g \leqslant g_{max} = \frac{Gm\,|A_0|}{6\bar{a}\overline{v_2^2}} - 2\sqrt{\frac{Gm\,|A_0|\,\beta}{6\bar{a}\overline{v_2^2}}}. \tag{33}$$

Рассмотрим изменение энергии связи двойной звезды в результате смешанного сближения. В этом случае $\Delta E_{1,2}/E_{0,2} = \Delta a/a$, поскольку $E_{1,2} = -Gm^2/2a$. Обозначим $\Delta a = \gamma$. Согласно (1), находим:

$$\gamma = aAe^{-p^3/C^3}. \tag{34}$$

Число смешанных сближений за время dt для двойной звезды, движущейся по скоплению со скоростью $\vec{v}_2$, равно:

$$2\pi p\,dp\,n_1 w\cdot dt f(k)\cdot dk\,\frac{1}{2}\sin\alpha_1 d\alpha_1, \tag{35}$$

где $k = v_1/v_2$, а все остальные обозначения совпадают с обозначениями предшествующих вычислений.

Зафиксируем в (34) все входящие параметры, за исключением p и γ. Продифференцируем выражение (34). Получим:

$$2pdp = -C^2 d\gamma/\gamma. \tag{36}$$

Область определения входящих в (35) параметров задается следующей системой неравенств:

$$p \geqslant 0, \quad k \geqslant 0, \quad w \geqslant 0, \quad a_c \geqslant a > 0, \quad 0 \geqslant \gamma \geqslant -a. \tag{37}$$

Для вычисления плотности вероятности смешанного сближения с заданным значением γ воспользуемся изложенной выше методикой. Подставим (36) в (35), перейдем от переменной α_1 к переменной w с помощью следующих соотношений:

$$w^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \alpha_1, \quad d\cos\alpha_1 = -w\,dw/kv_2^2. \tag{38}$$

В результате указанных преобразований получим в принятых обозначениях выражение для числа смешанных сближений рассматриваемой тесной двойной звезды за время dt в следующем виде:

$$\frac{\pi n_1 dt f(k)\, dk\, d\gamma\, w^2 C^2(w)\, dw}{2kv_2^2\gamma}. \tag{39}$$

Область интегрирования по w находим из (37) и условия действительности всех рассматриваемых значений p:

$$p = C\sqrt{\ln\frac{aA}{\gamma}} \geqslant 0, \qquad \frac{aA}{\gamma} \geqslant 1. \tag{40}$$

Подставляя A из (21) в (40), находим:

$$0 \leqslant w \leqslant w_3 = \sqrt{\frac{\alpha_c}{a\theta_0}\left(1 - \frac{\gamma}{aA_0}\right)^{1/\mu_1}}. \tag{41}$$

Поскольку никаких дополнительных к (37) ограничений на величины k и a не возникает, находим искомую плотность вероятности смешанного сближения за время dt, такого, что величина a в тесной двойной звезде изменится на величину γ.

$$\Phi(\beta, a, \gamma)\, d\gamma\, dt = \frac{\pi\xi_0 n_1 a j_3\, d\gamma\, dt}{2v_1 v_2 \theta_0 |A_0| \cdot |\gamma|}, \qquad aA_0 \leqslant \gamma \leqslant 0,$$

$$0 < a \leqslant a_c, \qquad j_3 = \int_0^{w_3} \frac{(\alpha_0 w^2)^{1/\mu}\, dw}{1 - \xi w^2}. \tag{42}$$

В том случае, если изучается изменение энергетического состояния двойной звезды со средним движением, то $\beta = 1$, и выражение (42) упрощается.

Полученные функции $\Phi_2(\beta, g)$, $\Phi_2^*(\beta, g)$ и $\Phi(\beta, a, \gamma)$ могут быть использованы для вычисления соответствующих функций распределения одиночных и двойных звезд по скоростям и большим полуосям орбит a.

Рассмотрим одиночные звезды. Поведение одиночных звезд в скоплении характеризуется следующей плотностью вероятности:

$$\Phi_I(\beta, g) = \Phi_1(\beta, g) + \Phi_2(\beta, g) + \Phi_{1,2}(\beta, g). \tag{43}$$

Величина $\Phi_1(\beta, g)$ описывает парные взаимодействия одиночных звезд и определена в работе Т. А. Агекяна [15]. Величина $\Phi_2(\beta, g)$ дается выражением (32) и учитывает эффект «сжатия» тесных двойных звезд вследствие смешанных сближений. Величина $\Phi_{1,2}(\beta, g)$ может быть получена из работы [15] и описывает парные взаимодействия одиночных звезд с массами m и $2m$. Вообще говоря, первое и третье слагаемые в (43) могут быть объединены в одно выражение и прямо взяты из работы [15] для случая системы с дисперсией масс, определяемой наличием тесных двойных звезд в скоплении. Однако в данной работе будет предпринята попытка оценить вклад в $\Phi_I(\beta, g)$ всех перечисленных в (43) эффектов, и потому запись $\Phi_I(\beta, g)$ в виде (43) представляется удобной.

Соответствующим уравнением баланса, определяющим функцию распределения одиночных звезд скопления по скоростям, является уравнение, аналогичное полученному Т. А. Агекяном в работе [16] и имеющее следующий вид:

$$f_1(\beta) \int_{-\beta}^{+\infty} \Phi_I(\beta, g)\, dg = \int_0^{\beta'} f_1(x)\, \Phi_I(x, \beta - x)\, dx - f_1(\beta) \frac{1}{N_1} \frac{dN_1}{dt}, \tag{44}$$

где $f_1(\beta)$ — функция распределения одиночных звезд по параметру β, β' — критическое значение параметра β, N_1 — число одиночных звезд в скоплении, $\beta = v_1^2/\overline{v_1^2}$.

В уравнении (44) использовано условие квазистационарности скопления.

Если число тесных двойных звезд достаточно велико, то для определения функции скоростей двойных звезд может быть записано аналогичное (44) уравнение:

$$f_2(\beta) \int_{-\beta}^{+\infty} \Phi_{II}(\beta, g)\, dg = \int_0^{\beta'} f_2(x)\, \Phi_{II}(x, \beta - x)\, dx - f_2(\beta) \frac{1}{N_2} \frac{dN_2}{dt}, \tag{45}$$

где $f_2(\beta)$ — функция распределения двойных звезд по параметру β,

β' — критическое значение β, $\beta = v_2^2/\overline{v_2^2}$, $\Phi_{11}(\beta, g) = \Phi_2^*(\beta, g) + \Phi_{2,1}(\beta, g)$ где $\Phi_2^*(\beta, g)$ дается формулой (33), а $\Phi_{2,1}(\beta, g)$ описывает парные взаимодействия одиночных звезд с массами $2m$ и m и может быть получена из работы Т. А. Агекяна [15], N_2 — число тесных двойных звезд в скоплении. Сближениями двойных звезд между собой здесь пренебрегаем, поскольку они являются достаточно редкими.

Пусть $N_2(a, t) = N_2(t)\varphi(a, t)$. В этом случае уравнение баланса для величины $N_2(a, t)$ может быть записано в следующем виде:

$$N_2(a, t)\int\limits_{-a}^{0}\Phi(a, \gamma)\,d\gamma = \int\limits_{a}^{a_c} N_2(x, t)\,\Phi(x, a-x)\,dx + \left(\frac{dN_2}{dt}\right)_1 - \frac{\partial N_2(a, t)}{\partial t}, \tag{46}$$

где член $(dN_2/dt)_1$ — есть число тесных двойных звезд, образующихся в единицу времени за счет тройных сближений одиночных звезд скопления между собой. Значение $(dN_2/dt)_1$ может быть определено на основании статистического анализа результатов численных экспериментов по образованию двойных звезд в задаче о тройных сближениях, выполненного в работе Т. А. Агекяна и Ж. П. Аносовой [17].

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_1 = \frac{16}{9}\pi^3\overline{R}^3\,\frac{k^5}{g^5}\,n_1^3\overline{v}_1 A^*(a), \qquad k = 2\sqrt{3}, \quad g = \frac{\overline{v_1^2}}{Gm}. \tag{47}$$

$A^*(a)$ — вероятность образования двойной звезды с полуосью орбиты a при случайном тройном сближении, $\overline{R}$ — средний радиус рассеянного скопления.

Предположение о представимости функции $N_2(a, t)$ в виде $N_2(t)\varphi(a)$, скорее всего, не является корректным, т. к. в этом случае начинает сохраняться со временем среднее значение большой полуоси орбит в тесных двойных звездах, что, по-видимому, не имеет места, поскольку в системе происходит постоянное накопление энергии связи тесными двойными за счет смешанных звездных сближений. Функция $N_2(a, t)$ может быть представлена в виде $N_2(t)\varphi(a)$, если указанный процесс накопления энергии связи в двойных звездах компенсируется одновременным образованием соответствующего количества более широких двойных звезд, полуоси орбит которых, однако, не превосходят величину a_c. Согласно работе [12], $a_c = \alpha_c 3\overline{R}/2N = 0.84\,\overline{R}/N$ (см. (21)), N — общее число звезд массы m в скоплении.

Рассмотрим процесс диссипации одиночных звезд и энергии скопления, происходящий за счет сильных парных и смешанных звездных сближений, имеющих место в скоплении. В результате сближения одиночная звезда, имевшая скорость $v_1 = \overline{v}_1\sqrt{\beta}$ достигает в среднем энергии $E(\beta, g)$,

$$E(\beta,\ g)=\frac{m\overline{v_1^2}}{2}(\beta+g)+\overline{W}_1, \tag{48}$$

где $\overline{W}_1$ — среднее значение потенциальной энергии одиночной звезды в скоплении, $\overline{W}_1=-Gm^2N/\overline{R}$.

В этом случае энергия, уносимая диссипирующими одиночными звездами в единицу времени, может быть получена из формулы (49).

$$-\frac{dE}{dt}=N_1\int\limits_0^{\beta'}f_1(\beta)\,d\beta\int\limits_{\beta'-\beta}^{+\infty}E(\beta,\ g)\,\Phi_1(\beta,\ g)\,dg, \tag{49}$$

где E — полная энергия скопления, N_1 — число одиночных звезд в скоплении, β' — критическое значение параметра β, $\Phi_1(\beta,\ g)$ дается формулой (43), величина $\beta'-\beta$ в присутствии внешнего поля Галактики определяется соотношением (50)

$$\beta'-\beta=\frac{2GmN}{\overline{R}\overline{v_1^2}}\left(1-\frac{\overline{R}}{r_t}\right)-\beta. \tag{50}$$

r_t — приливный радиус стабильности скопления, характеризующий внешнее поле Галактики. Знак «—» в (49) поставлен в связи с тем, что в случаях, когда звездой уносится отрицательная энергия (за счет действия внешнего поля), полная энергия скопления растет $E\to 0$ и $dE/dt>0$, в противном случае $dE/dt<0$.

Подставив (48) в (49), получим:

$$\begin{gathered}-\frac{dE}{dt}=\frac{mN_1\overline{v_1^2}}{2}\int\limits_0^{\beta'}f_1(\beta)\,d\beta\int\limits_{\beta'-\beta}^{+\infty}(\beta+g)\,\Phi_1(\beta,\ g)\,dg+\frac{Gm^2N}{\overline{R}}\frac{dN_1}{dt},\\ -\frac{dN_1}{dt}=N_1\int\limits_0^{\beta'}f_1(\beta)\,d\beta\int\limits_{\beta'-\beta}^{+\infty}\Phi_1(\beta,\ g)\,dg.\end{gathered} \tag{51}$$

Последнее выражение может быть записано в следующем виде:

$$\begin{gathered}-\frac{1}{N_1}\frac{dN_1}{dt}=\mu_1+\mu_2+\mu_{1,2}=\mu_0;\qquad \mu_{1,2}=\int\limits_0^{\beta'}f_1(\beta)\,d\beta\int\limits_{\beta'-\beta}^{+\infty}\Phi_{1,2}(\beta,\ g)\,dg,\\ \mu_i=\int\limits_0^{\beta'}f_1(\beta)\,d\beta\int\limits_{\beta'-\beta}^{+\infty}\Phi_i(\beta,\ g)\,dg,\quad (i=1,\ 2),\end{gathered} \tag{52}$$

где μ_1 и $\mu_2+\mu_{1,2}$ — доля одиночных звезд, диссипирующих из скопления в единицу времени за счет парных и смешанных звездных сближений, соответственно; μ_0 — общая доля одиночных звезд, диссипирующих в единицу времени.

Оценим вклад, вносимый тесными двойными звездами в диссипацию одиночных звезд скопления. Пусть E_2 — энергия связи, запасенная в тесных двойных звездах. Введем величину q, такую, что $q=E_2/E$. Поскольку $E_2=-Gm^2N_2/2a$, а величина E определяется соотношением (2) из работы автора [18], то

$$N_2=\frac{N(N-1)}{2\left(1+\frac{1-q}{q}\left(\frac{\bar{R}}{a}\right)\right)},\quad E=-\frac{Gm^2N^2}{4\bar{R}\,(1-q)}\left(1-\frac{1}{N}\left(1+\frac{2N_2}{N}\right)\right), \tag{53}$$

где N_2 — число двойных звезд в скоплении, $N=N_1+2N_2$ — число звезд с массой m в скоплении.

Согласно условию вириала [18], выражение для среднего квадрата скорости звезды в скоплении $\overline{v^2_{\text{общ}}}$ может быть записано в следующем виде:

$$\overline{v^2_{\text{общ}}}=\frac{GmN}{2\bar{R}}\left(1-\frac{1}{N}\left(1-\frac{2N_2}{N}\right)\right)+\frac{GmN_2}{aN}. \tag{54}$$

Выражение для $\overline{v^2_{\text{общ}}}$ также можно записать в виде (55):

$$\overline{v^2_{\text{общ}}}=\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N_1}v^2_{1,\,i}+\sum_{i=1}^{N_2}v^2_{2,\,i}+\sum_{i=1}^{2N_2}v^2_{\text{орб},\,i}\right)=\frac{N_1}{N}\overline{v_1^2}+\frac{N_2}{N}\overline{v_2^2}+\frac{2N_2}{N}\overline{v^2_{\text{орб}}}, \tag{55}$$

где $v_{1,\,i}$ и $v_{2,\,i}$ — модуль скорости движения i-ых одиночной и двойной звезды в скоплении, соответственно; $v_{\text{орб},\,i}$ — модуль скорости орбитального движения компонента в i-ой двойной звезде; $\overline{v_1^2}$, $\overline{v_2^2}$, $\overline{v^2_{\text{орб}}}$ — средние квадраты указанных величин, соответственно. Энергия связи двойной звезды $E_{1,2}$ равна сумме полных энергий орбитального движения ее компонентов:

$$-\frac{Gm^2}{2a}=\frac{mv^2_{\text{орб},\,1}}{2}+\frac{mv^2_{\text{орб},\,2}}{2}-\frac{Gm^2}{a}. \tag{56}$$

Поскольку массы всех звезд равны и $v^2_{\text{орб},\,1}=v^2_{\text{орб},\,2}$, то, полагая, $v^2_{\text{орб},\,i}$ равными среднему квадрату скорости орбитального движения $\overline{v^2_{\text{орб}}}$ компонентов в двойных звездах скопления, находим:

$$\overline{v^2_{\text{орб}}}=\frac{Gm}{2a}. \tag{57}$$

Кроме того, имеем следующее соотношение для средних квадратов скорости движения одиночных и двойных звезд в скоплении:

$$m\overline{v_1^2} = Q2m\overline{v_2^2}, \tag{58}$$

где Q — показатель неравнораспределения энергии между одиночными звездами и центрами масс двойных звезд в скоплении.

Подставив (57) и (58) в (55), получим:

$$\overline{v^2_{\text{общ}}} = \left(1 + \frac{N_2}{2QN}(1 - 4Q)\right)\overline{v_1^2} + \frac{GmN_2}{aN}. \tag{59}$$

Сравнивая (54) и (59), находим одно уравнение с двумя неизвестными, $\overline{v_1^2}$ и Q. Величина Q может быть найдена в результате совместного решения двух уравнений (44) и (45). Исходными в этих уравнениях величинами $\overline{v_1^2}$ и $\overline{v_2^2}$ можно взять значения $\overline{v_1^2}$ и $\overline{v_2^2}$, полученные из условия $Q=1$. В этом случае из (59) находим:

$$\overline{v^2_{\text{общ}}} = \overline{v_1^2}\,\frac{1 - 3N_2/2N}{1 - q} \tag{60}$$

Поскольку скорость «отрыва» звезд из скопления равна v_c,

$$v_c^2 = \frac{2GmN}{\overline{R}}(1 - \overline{R}/r_t),$$

то, после несложных преобразований, находим:

$$\beta' = 4(1 - \overline{R}/r_t)(1 - 3N_2/2N)\frac{1}{1 - \frac{1}{N}\left(1 - \frac{2N_2}{N}\right)},$$

$$\overline{v_1^2} = \frac{GmN}{2\overline{R}}\,\frac{1 - \frac{1}{N}\left(1 + \frac{2N_2}{N}\right)}{1 - 3N_2/2N}, \tag{61}$$

где β' — критическое значение параметра β для системы одиночных звезд.

В связи с тем, что дальнейшие вычисления будут носить оценочный характер, воспользуемся условием $Q = 1$ и его следствиями (60), (61).

Функция распределения одиночных звезд по скоростям может быть получена в результате решения уравнения (44), что является весьма сложной задачей, выходящей за пределы данной статьи. В этой связи построим модель функции распределения одиночных звезд по скоростям. Пусть $x = v_1/\sqrt{\overline{v_1^2}}$. В качестве модели искомой функции распределения $\psi(x)$ рассмотрим функцию следующего вида:

$$\psi(x)\,dx = Lx^{k_1}\frac{(x'-x)\,x^3 e^{-\frac{3x^2}{2}}\,dx}{x(x'-x)+\dfrac{\lambda c n\tau}{4\overline{v_1^3}}x^2 e^{-\frac{3x^2}{2}}}, \qquad (62)$$

где x' — критическое значение параметра x, L — нормирующий (на единицу) множитель функции $\psi(x)$, τ — время релаксации системы, $\lambda c = 4\pi G^2 m^2 n_1 3\sqrt{6}\ln N/\sqrt{\pi}$, n_1 — концентрация одиночных звезд в скоплении.

Функция $\psi(x)/x^{k_1}$ была получена автором [19] для диссипирующего рассеянного скопления одиночных звезд. Изменяя величину n, можно получить функции $\psi(x)\,x^{k_1}$ разного вида. Согласно [20], величина $n = 10$ соответствует квазистационарному скоплению одиночных звезд.

Подставим $\overline{v_1^2}$ из (61) в (62). Для того, чтобы выполнялось второе соотношение в (61), средний квадрат величины x должен быть равен единице:

$$\overline{x^2} = \int\limits_0^{x'} x^2\psi(x)\,dx = 1, \qquad x' = \sqrt{\beta}. \qquad (63)$$

Множитель x^{k_1} поставлен в (62) для того, чтобы выполнялось первое соотношение в (63). Введение множителя x^{k_1} в функцию $\psi(x)$ приводит к уменьшению в скоплении числа одиночных звезд с малыми скоростями. В этом же направлении действуют и тесные двойные звезды, являющиеся «поставщиками» быстрых одиночных звезд в скоплении. Легко видеть, что условию (63) могут удовлетворять функции $\psi(x)$ разного вида. В последующих вычислениях использовались значения $n = 1$; 10 и 20 и было показано, что различие исходных функций $\psi(x)$ незначительно изменяет искомые величины μ_1/μ_0 и $(\mu_2+\mu_{1,2})/\mu_0$.

Согласно [18], выражение для времени релаксации скопления τ может быть записано в следующем виде:

$$\tau = \frac{1}{16}\left(\frac{3\pi}{2}\right)^{1/2}\sqrt{\frac{\overline{NR}^3\overline{\varphi_1^3}}{Gm(1-q)^3}}\,\frac{1}{\ln\left(N\left(\varphi_1/2\,(1-q)\right)^{3/2}\right)},$$
$$\varphi_1 = 1-\frac{1}{N}\left(1+\frac{2N_2}{N}\right). \qquad (64)$$

Определяя k_1 из (63), подставляя $\overline{v_1^2}$ из (61) и τ из (64) в (62), находим приближенную функцию $\psi(x)$ распределения скоростей одиночных звезд в скоплении.

Значение приливного радиуса скопления r_t используем в том же виде и с теми же константами Оорта, что и в работе автора [18],

$$r_t = \left(\frac{GmN}{4A(A-B)}\right)^{1/3}, \quad A = 15\ км/сек \cdot кпс, \quad B = -10\ км/сек \cdot кпс. \tag{65}$$

Одновременное использование функций $\Phi_1(\beta, g)$, $\Phi_2(\beta, g)$ и $\Phi_{1,2}(\beta, g)$ в интегралах (51) и (52) является достаточно объемной задачей, и для упрощения оценочных расчетов в этой работе были использованы лишь функции $\Phi_1(\beta, g)$ и $\Phi_2(\beta, g)$. Введем в рассмотрение коэффициент $\omega = (\mu_1 + \mu_{1,2})/\mu_1$, в котором знаменатель и числитель запишем, исходя из формул С. Чандрасекара [21] для скоростей диссипации масс, равной и неравной нулю, соответственно:

$$\omega = \left(1 - \frac{N_2}{N}\right) \int\limits_{\sqrt{6\left(1-\frac{\bar{R}}{r_t}\right)\left(1-\frac{N_2}{N}\right)}}^{+\infty} y^2 e^{-y^2} dy \Bigg/ \left\{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{1 - \frac{N_2}{N}}\right)\right\}^{3/2} \int\limits_{\sqrt{6\left(1-\frac{\bar{R}}{r_t}\right)}}^{+\infty} y^2 e^{-y^2} dy. \tag{66}$$

В данной работе были получены величины μ_1/μ_0 и $(\mu_2 + \mu_{1,2})/\mu_0$ для ряда значений большой полуоси орбиты a у тесных двойных звезд в рассеянном скоплении со средним радиусом $\bar{R} = 2.5\ пс$ и общим числом звезд массы m, равным 500. Массы всех звезд полагались равными массе Солнца. Результаты вычислений приведены на рис. 1. Значения $\mu_{1,2}$ и μ_0 определялись по формулам:

$$\mu_{1,2} = \mu_1(\omega - 1), \quad \mu_0 = \mu_1\omega + \mu_2. \tag{67}$$

Для двойных звезд с полуосями орбит $a \leqslant 0.1 a_c$ величина μ_2, как правило, в 100—200 раз меньше величины μ_1 и в 10—20 раз меньше величины $\mu_{1,2}$, а уносимая из скопления энергия, обусловленная действием механизма «сжатия» тесных двойных звезд при смешанных сближениях, приблизительно в 200 раз меньше (по модулю) энергии, уносимой одиночными звездами вследствие взаимных парных сближений.

Возрастание вклада смешанных сближений в диссипацию одиночных звезд при увеличении q на рис. 1 объясняется обычным возрастанием числа двойных звезд (см. (53)), участвующих в сближениях.

В работе автора [18] было показано, что даже небольшое число двойных звезд с полуосями орбит $a \leqslant 0.1a_c$ может привести рассеянное скопление к расширению и последующему распаду. Согласно [18] скопления с различными начальными параметрами входят в стадию расширения при $q = 0.3 \div 0.6$. В этом случае вклад смешанных сближений в диссипацию звезд не превосходит 10% от общего числа диссипирующих звезд в единицу времени (см. рис. 1), причем рассмотрение задачи о звездных сближениях может быть ограничено лишь парными сближениями звезд в системе с дисперсией масс, обусловленной тесными двойными звездами.

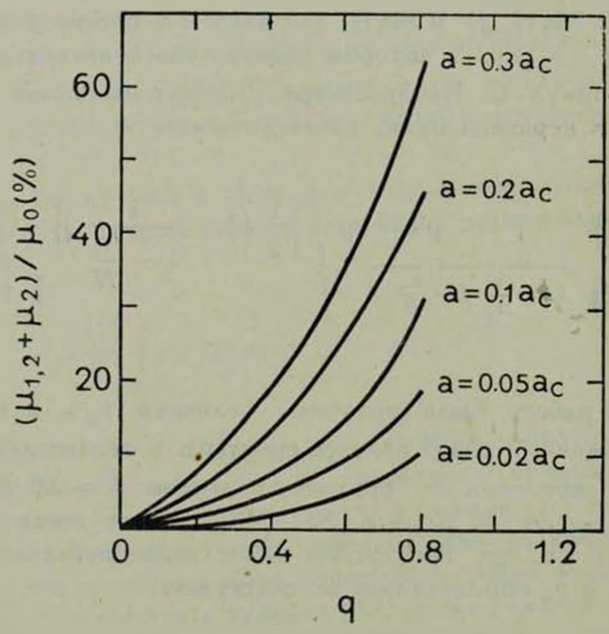

Рис. 1. Зависимость $\frac{\mu_{1,2}+\mu_2}{\mu_0}$ от q для рассеянного скопления со средним радиусом $\overline{R} = 2.5$ *пс* и общим числом звезд $N = 500$. Массы звезд m приняты равными $1m_{\odot}$.

Увеличение скорости диссипации рассеянных скоплений после образования в них тесных двойных звезд, в основном, является следствием возрастания дисперсии масс в системе. В данной работе рассматривались только звезды с одинаковыми массами. Использование более реального спектра масс звезд в системе должно привести к возрастанию роли смешанных сближений (по крайней мере в несколько раз) в диссипации рассеянных скоплений.

Астрономическая обсерватория
Уральского государственного
университета

ON THE DYNAMICS OF CLOSE BINARIES AND SINGLE STARS IN OPEN STELLAR CLUSTERS

V. M. DANILOV

The densities of probabilities of encounters for close binaries and single stars with given energy transitions have been obtained for systems of stars with equal masses. Equations have been received for the determination of velocity functions of single stars and binaries, as well as distribution function of the main semiaxies of orbits (a) of close binaries. The paper gives the estimates of the influence of close binaries on single star dissipation from open clusters.

ЛИТЕРАТУРА

1. *S. von Hoerner*, Z. Astrophys., 57, 47, 1963.
2. *T. S. van Albada*, Bull. Astron. Inst. Neth., 19, 479, 1968.
3. *S. J. Aarseth*, Astrophys. Space Sci., 13, 324, 1971.
4. *S. J. Aarseth*, „Gravitational N-Body Problem", Dordrecht, 1972, p. 88:
5. *A. Haylt*, „Gravitational N-Body Problem", Dordrecht, 1972, p 73,
6. *D. C. Heggie*, M. N.. 173, 729, 1975.
7. *P. van de Kamp*, Ann. Rev. Astron- Astrophys., 9, 1971.
8. *Л. Э. Гуревич, Б. Ю. Левин*, Астрон. ж., 27, 273, 1950.
9. *S. S. Kumar*, Astrophys. Space Sci., 17, 453, 1972.
10. *D. C. Heggie*. „The Stability of the Solar System and of Small Stellar Systems", Dordrecht, IAU, Symp. 62, 225, 1974.
11. *L. Jr. Spitzer, M. H. Hart*, Ap. J., 164, 399, 1971.
12. *J. G. Hills*, A. J., 80, 807, 1975.
13. *D. C. Heggie*, „Dynamics of Stellar systems", Dordrecht-Boston, 73, 1975.
14. *S. J. Aarseth*, Astron. Astrophys., 35, 237, 1974.
15. *Т. А. Агекян*, Астрон. ж., 36, 41, 1959.

16. *Т. А. Агекян*, Астрон. ж., 36, 283, 1959.
17. *Т. А. Агекян, Ж. П. Аносова*, Вестн. ЛГУ, № 13, 138, 1973.
18. *В. М. Данилов*, Астрофизика, 13, 685, 1977.
19. *В. М. Данилов*, Астрон. ж., 50, 541, 1973.
20. *В. М. Данилов*, Астрон. ж., 51, 83, 1974.
21. *С. Чандрасекар*, Принципы звездной динамики, ИЛ, М., 1948.