

# АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

## АСТРОФИЗИКА

ТОМ 13

НОЯБРЬ, 1977

ВЫПУСК 4

### ТОРМОЗНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В ПЛАЗМЕ

А. В. АКОПЯН, В. Н. ЦЫТОВИЧ

Поступила 20 октября 1976

Пересмотрена 9 июня 1977

В работе исследуется неустойчивость, возникающая при тормозном излучении электромагнитных волн релятивистскими электронами в плазме. Сначала рассматривается случай изотропно распределенных ультрарелятивистских электронов. Затем исследуется неустойчивость излучения при торможении быстрых анизотропных электронов (лучей) на ионах плазмы. Определены значения энергии частиц и частоты излучения, при которых коэффициент реabsорбции становится отрицательным. Показано, что в сильных магнитных полях при  $\omega < \omega_{UH} = (eH/mc^2)$  неустойчивость возникает для произвольного одномерного распределения ультрарелятивистских электронов.

Известно, что излучение релятивистских электронов играет большую роль в космических процессах. В частности, нетепловое радиоизлучение приписывается обычно нетепловым релятивистским электронам [1]. Тепловое излучение ( $I_{\omega} \sim T$ ) обычно создается при свободно-свободных переходах, т. е. является тормозным. Однако тормозное излучение могут создавать и релятивистские нетепловые электроны. Это излучение может усиливаться за счет энергии электронов, т. е. работать как мазер, если коэффициент его реabsорбции отрицателен. При развитии такой тормозной неустойчивости эффективная температура излучения может достигать больших значений в достаточно широком интервале частот.

Тормозная неустойчивость нерелятивистских электронов в плазме без учета поляризационных свойств плазмы исследовалась в [2—4]. Насколько нам известно, тормозная неустойчивость релятивистских электронов с учетом влияния плазмы на процессы тормозного излучения до сих пор не рассматривалась. Задачей настоящей работы является нахождение критериев развития тормозной неустойчивости, определения ее частотных характеристик и оценки ее возможной роли в ряде астрономических объек-

тов. При этом особое внимание будет уделено анализу влияния плазмы на тормозную неустойчивость.

Влияние плазмы на тормозное излучение релятивистских частиц в астрофизических условиях оценивалось ранее в [6]. Однако при этом были получены в общем неверные выводы о падении уровня интенсивности излучения волн при  $\omega < \omega_{pe}$ , где  $\omega_{pe} = (4\pi e^2/m)^{1/2}$  — плазменная частота,  $\gamma = z/mc^2$  — релятивистский фактор электронов. Это связано с тем, что в [6] не учитывались процессы рассеяния виртуальных квантов на заряде динамической поляризации, приводящие к новому переходному механизму тормозного излучения. Теория тормозного излучения в плазме с учетом влияния динамической поляризации плазмы развивалась в [7—9]. В [9] подробно анализировался эффект переходного тормозного излучения. В [10] рассматривалось тормозное излучение ультрарелятивистских частиц в плазме в присутствии сильного внешнего магнитного поля.

С использованием общих результатов из [7—10] по тормозному излучению в плазме ниже будут анализироваться эффекты тормозной неустойчивости релятивистских электронов.

1. *Уравнение баланса для тормозных квантов.* Пусть частицы сорта  $\alpha$ , с импульсами  $\vec{p}_\alpha$  и функцией распределения  $f_\alpha$  сталкиваются в плазме с частицами другого сорта  $\beta$  с импульсами  $\vec{p}_\beta$  и функцией распределения  $f_\beta$ . При столкновении частицы обмениваются импульсом  $\vec{p}_\alpha$  и передают  $\hbar\omega$  и испускают квант с волновым вектором  $\vec{k}$  и частотой  $\omega = \omega_{\vec{k}}$ ;  $k = |\vec{k}|$ ,  $\omega/c$ . Предположим, что до столкновения частицы в фазовом объеме  $d\vec{p}_\alpha d\vec{p}_\beta / (2\pi)^6$  находятся на верхнем энергетическом уровне, как показано на рис. 1. После столкновения частицы переходят на нижний энергетический уровень, которому соответствует фазовый объем  $d\vec{p}_\alpha d\vec{p}_\beta / (2\pi)^6$ . Отметим, что понятие о верхнем и нижнем энергетических уровнях здесь в некотором смысле условное.

Обозначим через  $N_{\vec{k}}$  плотность тормозных квантов в фазовом объеме волновых векторов  $d\vec{k} / (2\pi)^3$ . Тогда с учетом спонтанного и индуцированного тормозного излучения и поглощения для баланса тормозных квантов имеем следующее выражение [7]:

$$\frac{\partial N_{\vec{k}}}{\partial t} = \int W_{p_1, p_2}(\vec{x}, \vec{k}) [f_{p_1} f_{p_2} (N_{\vec{k}} + 1) - f_{p_1 + \vec{x}} f_{p_2 - \vec{x} - \vec{k}} N_{\vec{k}}] \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 d\vec{x}}{(2\pi)^9} \quad (1)$$

где  $W_{p_1, p_2}(\vec{x}, \vec{k})$  — вероятность рассматриваемого процесса. В квазиклассическом пределе для индуцированных эффектов из (1) получаем

$$\frac{\partial N_{\vec{k}}}{\partial t} = \gamma_{\vec{k}} N_{\vec{k}}, \quad (2)$$

где

$$\gamma_{\vec{k}} = \int W_{p_1, p_2}(\vec{x}, \vec{k}) \left[ \left( \vec{x} + \vec{k}, \frac{p_1}{p_2} \right) f_{p_2} - \left( \vec{x}, \frac{p_2}{p_1} \right) f_{p_1} \right] \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 d\vec{x}}{(2\pi)^9} \quad (3)$$

— инкремент (декремент) неустойчивости. Вместо (3) будем пользоваться коэффициентом реабсорбции:

$$\mu_{\omega} = - \frac{\gamma_{\vec{k}}}{\left| \frac{\partial \omega_{\vec{k}}}{\partial \vec{k}} \right|} \quad (4)$$

Коэффициент реабсорбции, который может быть как положительным, так и отрицательным, характеризует изменение числа квантов в пространстве. В этом случае число квантов с ростом расстояния  $l$  нарастает (уменьшается) согласно  $N \sim e^{-l}$ . Отсюда следует, что для возникновения тормозной неустойчивости необходимо, чтобы коэффициент реабсорбции стал отрицательным. При этом имеет место положительный баланс между мощностями тормозного излучения и поглощения. В отличие от других неустойчивостей в плазме, тормозная неустойчивость может иметь место для волн весьма высоких частот:  $\omega_{pe} \ll \omega < \pi/\hbar$ . Кроме того она, как

следует из (3), характеризуется заселенностями обоого сорта сталкивающихся частиц, т. е. знаками производных  $\frac{\partial f_{\pm}}{\partial p_x}$  и  $\frac{\partial f_{\pm}}{\partial p_y}$ .

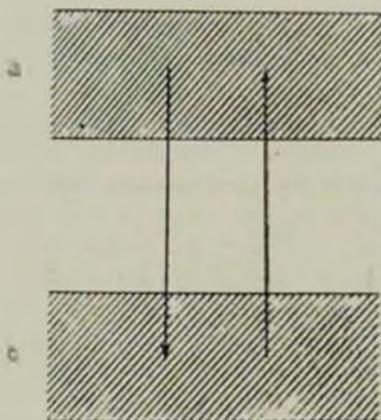


Рис. 1.

2. *Тормозная устойчивость изотропных релятивистских электронов.* Хотя в космических условиях часто встречаются направленные пучки релятивистских электронов, все же, как известно, процессы изотропизации релятивистских электронов весьма эффективны [11]. Поэтому следует начать анализ со случая изотропно распределенных релятивистских электронов, тем более, что учет холодной плазмы мог бы привести к неустойчивости, аналогичной синхротронной [12]. Однако в данном случае изотропное распределение релятивистских электронов, как будет показано ниже, устойчиво в отношении к тормозному излучению, даже при учете эффекта плотности [13], приводящего к уменьшению интенсивности обычного тормозного излучения при частотах  $\omega \ll \gamma^2 \omega_{pe}$ .

Пусть в (3)  $\alpha$  соответствует изотропным релятивистским электронам, а  $\beta$  — покоящимся изотропным ионам, так что функция распределения

$$f_{\pm} = (2\pi)^3 n_i \delta(p), \quad (5)$$

где  $n_i$  — концентрация ионов в единичном объеме. Учитывая закон сохранения энергии при элементарном акте тормозного излучения, из (3)—(5) имеем для частотного спектра коэффициента реабсорбции

$$\kappa_{\omega} = -\frac{\omega n_i}{c} \int W_{\nu}(\vec{x}, \vec{k}) \frac{\partial f_{\pm}^{(+)}}{\partial t} \frac{d^3 x dp}{(2\pi)^3}, \quad (6)$$

$$\omega = \omega_{\vec{k}}, \quad \vec{p} = p_{\vec{k}}, \quad W_{\vec{k}} = W_{p_{\vec{k}}}, \quad 0$$

где  $f_r^{(s)}$  — функция распределения электронов по импульсам.

Введя вместо  $f_r^{(s)}$  функцию распределения релятивистских электронов по энергиям

$$f_s = \frac{4\pi p^2 f_r^{(s)}}{(2\pi)^3 c}, \quad \int f_s d\varepsilon = n_s,$$

где  $n_s$  — плотность электронов, из (6) имеем

$$\mu_{\omega} = - \frac{n_s^{(s)}}{c} \int \overline{W_{\vec{p}}(\vec{x}, \vec{k})} \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( \frac{f_s}{\varepsilon^3} \right) \frac{d\varepsilon d\varepsilon'}{(2\pi)^3}. \quad (7)$$

Здесь черта означает усреднение по всем направлениям изотропных электронов.

Интенсивность тормозного излучения при столкновении электрона с покоящимся ионом определяется соотношением [7] ( $h = 1$ )

$$Q_{\vec{k}}(\gamma) = \frac{\omega_{\vec{k}}}{(2\pi)^4} \int \overline{W_{\vec{p}}(\vec{x}, \vec{k})} \frac{d\vec{x}}{(2\pi)^3}. \quad (8)$$

Полная же интенсивность излучения в интервале частот  $d\omega$  при  $\omega \gg \omega_{\min}$  будет

$$Q_{\omega}(\gamma) = \frac{1}{c^3} \int Q_{\vec{k}}(\gamma) \omega_{\vec{k}}^2 d\Omega_{\vec{k}} = \frac{4\pi\omega^2}{c^3} \int \overline{W_{\vec{p}}(\vec{x}, \vec{k})} \frac{d\varepsilon}{(2\pi)^3}, \quad (9)$$

где  $d\Omega_{\vec{k}}$  — элемент телесного угла вектора  $\vec{k}$ , а усреднение здесь производится по углам  $\vec{k}$ . Так как проинтегрированная по передаваемым импульсам  $\vec{x}$  вероятность зависит лишь от относительного угла между  $\vec{k}$  и  $\vec{p}$ , то знак усреднения в (7) и (9) может быть отождествлен и, следовательно,

$$\mu_{\omega} = - \frac{2\pi^2 n_s c^2}{\omega^2} \int Q_{\omega}(\gamma) \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( \frac{f_s}{\varepsilon^3} \right) d\varepsilon. \quad (10)$$

Считая, что для минимальных энергий релятивистских электронов ( $\varepsilon_{\min} \gg mc^2$ ) имеет место  $f_{\varepsilon_{\min}} = 0$  и интегрируя в (10) по частям, получим

$$I_{\omega} = \frac{2\pi^2 n_i}{m\omega^2} \int_0^{\infty} \frac{f_1}{\gamma^2} \cdot \frac{d}{d\gamma} (\gamma^2 Q_{\omega}(\gamma)) d\gamma, \quad (11)$$

где  $f_1$  определяется согласно

$$\int_0^{\infty} f_1 d\gamma = \int_{-\infty}^{\infty} f_2 dz = n_e. \quad (11a)$$

Из (11) следует, что значение знака  $I_{\omega}$  определяется знаком производной  $d/d\gamma (\gamma^2 Q_{\omega}(\gamma))$ . Если воспользоваться результатами работы [9], то спектральная интенсивность обычного тормозного излучения в плазме

$$Q_{\omega}(\gamma) = \frac{16}{3} r_e^2 e_i^2 \left( \ln \frac{2mc^2 \gamma^2}{\omega} - \frac{19}{12} \right); \quad \omega \gg 2\gamma^2 \frac{c}{v_{Te}}, \quad (12a)$$

$$Q_{\omega}(\gamma) = \frac{16}{3} r_e^2 e_i^2 \frac{\omega^2}{\omega^2 + \gamma^2 \omega_{pe}^2} \left( \ln \frac{mcv_{Te}}{\omega_{pe}} \sqrt{1 + \gamma^2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}} - \frac{1}{2} \right); \quad (12b)$$

$$\omega \ll 2\gamma^2 \frac{c}{v_{Te}}$$

где  $e_i$  — заряд иона,  $r_e$  — классический радиус электрона,  $v_{Te}$  — средняя тепловая скорость электронов плазмы ( $v_{Te} \ll c$ ). Из (12a) и (12b) следует, что, несмотря на учет эффекта плотности, в формуле (12b), имеет место  $d/d\gamma (\gamma^2 Q_{\omega}(\gamma)) > 0$  и, согласно (11), при изотропном распределении электронов неустойчивость для обычного тормозного излучения отсутствует. Этот же результат в [4] был получен другим путем, но для нерелятивистских изотропных электронов и без учета поляризации плазмы.

Устойчивость в изотропном случае имеет место также и для переходного тормозного излучения. Согласно [9], имеем в этом случае

$$Q_{\omega}(\gamma) = 4r_e^2 e_i^2 \left( \frac{c\omega_{pe}}{v_{Te}\omega} \right)^4; \quad \omega \gg 2\gamma^2 \frac{c}{v_{Te}}, \quad (13a)$$

$$Q_{\omega}(\gamma) = r_e^2 e_i^2 \left( \frac{c\omega_{pe}}{v_{Te}\omega} \right)^2 \left( \ln \frac{4\gamma^2 \omega^2}{\omega^2 + \gamma^2 \omega_{pe}^2} - 2 \right); \quad (13b)$$

$$\frac{1}{2} \frac{c}{v_{Te}} \omega_{pe} \ll \omega \ll 2\gamma^2 \frac{c}{v_{Te}}$$

$$Q_n(\gamma) = \frac{8}{3} r_e^2 e_i^2 \ln \left( \frac{c^2}{v_{Te}^2} \frac{\gamma^2 \omega^2}{\omega^2 + \gamma^2 \omega_{pe}^2} \right); \quad \omega \ll \frac{1}{2} \frac{c}{v_{Te}} \omega_{pe}. \quad (13в)$$

Из выражений (13а) — (13в) имеем, что для всех частот  $d/d\gamma (Q_n(\gamma)) > 0$ .

Таким образом, доказан общий результат об устойчивости любого изотропного распределения релятивистских электронов относительно тормозной раскачки высокочастотных ( $\omega \gg \omega_{pe}$ ) электромагнитных волн как при обычном, так и при переходном тормозном излучениях. Отметим, что этот результат верен только при отсутствии внешних магнитных полей.

3. *Тормозная неустойчивость анизотропных релятивистских электронов.* Перейдем к рассмотрению случая направленного пучка релятивистских электронов. При этом пренебрегаем угловым разбросом пучка. Будем исследовать угловую зависимость коэффициента реабсорбции в отсутствие магнитного поля. С этой целью мы используем результаты работы [9]. Согласно [9], вероятность обычного тормозного излучения ультрарелятивистской частицы как функция от угла  $\theta$  между  $\vec{k}$  и  $\vec{v}$  имеет резкий максимум внутри интервала углов

$$\Delta \theta \approx \sqrt{\gamma^{-2} + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}. \quad (14)$$

где  $\Delta \theta$  — угол раствора конуса направленности вокруг  $\vec{v}$ .

Начнем с рассмотрения излучения, испускаемого вне конуса направленности. В этом случае для углов, лежащих вне области углов (14), считая  $\omega - kv \cos \theta \approx \omega - kc \cos \theta$ , из (6) и [9] имеем для угловой зависимости коэффициента реабсорбции

$$\eta_{-}(\theta) = -\frac{2}{\pi} \frac{r_e^2 e_i^2 n_i}{m(\omega - kv \cos \theta)^2} \left( \ln \frac{x_{max}^2 d^2}{1 + \frac{d^2}{c^2} (\omega - kv \cos \theta)^2} - 1 \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_1 d_1}{d_1^3}, \quad (15)$$

где  $x_{max}$  — максимальный импульс передачи [9]. Из (15) следует, что, хотя интенсивность тормозного излучения отдельного быстрого электрона вне конуса направленности (14) мала, все же имеет место отрицательная реабсорбция. Однако коэффициент реабсорбции  $\eta_{-}$  относительно невелик из-за содержащейся в знаменателе (15) большой величины  $\gamma^2$ .

Теперь исследуем реабсорбцию излучения, испускаемого внутри конуса направленности. Вероятность для обычного тормозного излучения в этом случае имеет вид:

$$W_p(\theta) = \frac{4r_e^2 e_i^2 c^3 \gamma^2}{\pi \omega^3} \frac{\left(1 + \gamma^2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\right)^2 + \gamma^4 \theta^4}{\left(1 + \gamma^2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} + \gamma^2 \theta^2\right)^4} \times \\ \times \left| \ln \frac{\chi_{\max}^2 d^2}{1 + \frac{d^2 \omega^2}{4\gamma^4 c^2} \left(1 + \gamma^2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} + \gamma^2 \theta^2\right)^2} - 1 \right|, \quad (16)$$

где  $\theta$  — угол, лежащий внутри области углов (14). Поскольку в реальных условиях  $\chi_{\max} d \gg 1$ , то согласно (16) интенсивность излучения достигает максимального значения при частотах  $\omega \gg 2\gamma^2 (c/v_{Te}) \omega_{pe}$ . Коэффициент реабсорбции в области спектра этих частот будет:

$$\mu_{\omega}(\theta) = \frac{16}{\pi} \frac{r_e^2 e_i^2 n_i}{m \omega^2} \int_0^{\theta} \frac{\gamma f_1 d\gamma}{(1 + \theta^{*2})^2} [1 - 3\theta^{*2} (1 - \theta^{*2})] \times \\ \times \left| \ln \frac{\chi_{\max}^2 \gamma^2}{k^2 (1 + \theta^{*2})} + (1 + \theta^{*2})^4 - \frac{1}{2} \right|, \quad (17)$$

где  $\theta^* = \gamma \theta$ .

Из (17) видно, что внутри конуса направленности в области спектра частот  $\omega \gg 2\gamma^2 (c/v_{Te}) \omega_{pe}$  обычное тормозное излучение релятивистского одномерного потока электронов является устойчивым. Это может привести к тому, что за счет обратного тормозного эффекта часть электронов на пути прохождения будет ускоряться за счет энергии квантов указанных частот. Отметим, что частоты  $\omega \gg 2\gamma^2 (c/v_{Te}) \omega_{pe}$  соответствуют случаю, когда полностью можно пренебречь влиянием плазмы на тормозное излучение.

При частотах  $\omega_{pe} \ll \omega \ll 2\gamma^2 (c/v_{Te}) \omega_{pe}$  для волн, распространяющихся вдоль движения пучка, имеем из (6) и (16):

$$\mu_{\omega}(\theta = 0) = \frac{16}{\pi} \frac{r_e^2 e_i^2 n_i}{m \omega^2} \int_0^{\theta} \frac{\gamma \left(1 - \gamma^2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\right)}{\left(1 + \gamma^2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\right)^3} \times \\ \times \ln \frac{mc v_{Te}}{\omega_{pe}} \sqrt{1 + \gamma^2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}} f_1 d\gamma. \quad (18)$$

Из (18) видно, что для частот  $\omega < \gamma \omega_{pe}$  коэффициент реабсорбции отрицательный и, следовательно, тормозное излучение нарастает. Таким образом, из результатов (17) и (18) приходим к выводу, что для обычного тормозного излучения ультрарелятивистских частиц волны, распространяю-

шиеся вдоль движения пучка, затухают в области частот  $\omega > \gamma^2 \omega_{pe}$  и усиливаются при частотах  $\omega_{pe} \ll \omega < \gamma^2 \omega_{pe}$ . В этой связи следует отметить, что, согласно результатам работ [2, 4], тормозное излучение пучка направленных нерелятивистских электронов всегда является неустойчивым во всем спектре частот. В случае же ультрарелятивистских электронов тормозная неустойчивость в плазме имеет место только для тех частот и энергий, при которых, согласно (6),

$$\frac{\partial W_1(\omega)}{\partial \gamma} < 0,$$

где  $W_1(\omega)$  — частотное распределение вероятности в зависимости от энергии электронов.

Рассмотрим теперь поведение волны, образованных при переходном тормозном излучении пучка ультрарелятивистских электронов на заряде динамической поляризации. Ввиду громоздкости результатов ограничимся рассмотрением волн, распространяющихся вдоль движения пучка. Воспользовавшись результатами [9], для переходного тормозного излучения имеем

$$\mu_{\pm}(\parallel = 0) = \frac{2}{3\pi} \frac{r_e^2 e_i^2 n_i}{m \omega^2} \left( \frac{c \omega_{pe}}{v_{Te}} \right)^4 \int \gamma^3 f_1 d\gamma, \quad \omega \gg 2\gamma^2 \frac{c}{v_{Te}} \omega_{pe}, \quad (19)$$

$$\mu_{\pm}(\parallel = 0) = \frac{2}{\pi} \frac{r_e^2 e_i^2 n_i}{m \omega^2} \int \frac{1}{\gamma} \frac{f_1 d\gamma}{1 + \gamma^2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}, \quad \omega \ll 2\gamma^2 \frac{c}{v_{Te}} \omega_{pe}. \quad (20)$$

Таким образом, согласно (19) и (20), при переходном тормозном излучении происходит положительная реабсорбция, и поэтому волны поглощаются электронами пучка.

Из сравнения формул (17) и (18) с (19) следует, что с учетом как обычного, так и переходного тормозного излучений, волны, распространяющиеся вдоль движения пучка, усиливаются в области спектра частот  $\omega_{pe} \ll \omega < \gamma^2 \omega_{pe}$ . При остальных же частотах тормозные кванты поглощаются электронами пучка. В частности, при  $\omega \ll \gamma^2 \omega_{pe}$  усиление волн за счет обычного тормозного излучения, как следует из (18) и (20), по крайней мере в  $\omega^2/\omega_{pe}^2$  раз больше поглощения, связанного с переходным тормозным излучением.

4. Тормозная неустойчивость релятивистских электронов в сильном магнитном поле. При наличии сильного магнитного поля движение электронов можно считать одномерным вдоль магнитных силовых линий вплоть до частот  $\omega < \omega_H = eH/mc$ ; [4, 10]. В присутствии магнитного поля коэффициент реабсорбции может быть выражен соотношением

$$\mu_{\pm}(\omega) = \frac{n_e \omega}{mc^3} \int f_{\pm} \frac{\partial}{\partial \gamma} |W_{\pm}^+(\omega) \mp W_{\pm}^-(\theta)| d\gamma, \quad (21)$$

где  $f_{\pm}$  — функция распределения релятивистских электронов, нормированная согласно (11а),  $W_{\pm}^+(\omega)$  — вероятности излучения частиц по полю и против поля. Не нарушая общности, для симметричного распределения можно считать, что функция распределения  $f_{\pm}$  зависит лишь от  $\gamma$  (энергия частиц), т. е. процесс излучения можно рассматривать в системе отсчета, в которой средний импульс электронов равен нулю (преобразование Лоренца вдоль магнитного поля  $H$  всегда это допускает). В случае несимметричного распределения, когда в указанной системе отсчета число частиц, движущихся по полю, не равно числу частиц, движущихся против поля, необходимо ввести соответственно две функции:  $f_{\pm}^+$  — описывающую распределение по полю и  $f_{\pm}^-$  — против поля. Тогда (21) содержит  $f_{\pm}^+(\partial/\partial\gamma) \times W_{\pm}^+ + f_{\pm}^-(\partial/\partial\gamma) W_{\pm}^-$ . Простоты ради мы будем считать  $f_{\pm}^+ = f_{\pm}^- = f_{\pm}$ .

При получении (21) предполагалось, что все электроны ультрарелятивистские ( $\gamma \gg 1$ ) и  $f_{\pm, \gamma \rightarrow 0} \sim 0$ , т. е. электроны нерелятивистских энергий отсутствуют. Это означает, что  $f_{\pm}$  всегда имеет области  $\partial f_{\pm} / \partial \gamma > 0$ , а сходимость (11а) указывает на необходимость существования областей  $\partial f_{\pm} / \partial \gamma < 0$ . Те частицы, для которых  $\partial f_{\pm} / \partial \gamma > 0$ , усиливают излучение, а те, для которых  $\partial f_{\pm} / \partial \gamma < 0$  — поглощают излучение.

Рассмотрим случай слабой экранировки поля, т. е. область высоких частот

$$\omega \gg 2\gamma^2 \frac{c}{v_{Te}} \omega_{pe}. \quad (22)$$

Тогда при  $\omega \ll 1$  для вероятности обычного тормозного излучения ( $v \sim c$ ,  $\omega \gg \omega_{pe}$ ) получаем [10]

$$W_{\pm}^+(\omega) = \frac{16}{\pi} \frac{e^4 e_1^2}{m^2 c \omega^3} \frac{\gamma^2 \theta^2}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^4}, \quad (23)$$

$$W_{\pm}^-(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{e^4 e_1^2 \theta^2}{m^2 c \omega^3 \gamma^6}. \quad (24)$$

Пренебрегая (24) по сравнению с (23), из (21) получим

$$\mu_{\pm}(\omega) = \frac{32}{\pi} \frac{e^4 e_1^2 n_e \theta^2}{m \omega^2} \int \gamma f_{\pm} \frac{(1 - 3\gamma^2 \theta^2) d\gamma}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^3}. \quad (25)$$

Для  $\omega = 0$  реабсорбция положительна. Однако при  $\omega \gg \gamma_{min}^{-1}$  всегда  $\mu_{\pm} < 0$ , т. е. возникает раскачка колебаний.

В области более низких частот

$$\frac{1}{2} \frac{c}{v_{Te}} \omega_{pe} \ll \omega \ll 2\gamma^2 \frac{c}{v_{Te}} \omega_{pe} \quad (26)$$

вероятность обычного тормозного излучения имеет вид

$$W_T(\theta) = \frac{4}{\pi\omega} \frac{e^4 e_i^2}{m^2 c^4} \frac{v_{Te}^2}{\gamma^2 \omega_{pe}^2} \frac{1}{1 + \gamma^2 \theta^2} \frac{1}{1 + \frac{\omega^2}{4\omega_{pe}^2} \frac{v_{Te}^2}{c^2} \theta^2} \quad (27)$$

Из (27) следует, что при любом распределении частиц и любых  $\theta$ ,  $\gamma$  в пределах угла направленности имеет место тормозная неустойчивость, т. е.

$$\mu_w(\theta) = - \frac{32 r_e^2 e_i^2 n_i}{m\omega^2} \frac{\theta^2}{\theta^2 + 4 \frac{c^2}{v_{Te}^2} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}} \int \frac{f_i (1 + 2\gamma^2 \theta^2) d\gamma}{\gamma^3 (1 + \gamma^2 \theta^2)^2} \quad (28)$$

Наконец, в области частот

$$\omega \ll \frac{1}{2} \frac{c}{v_{Te}} \omega_{pe} \quad (29)$$

вероятность обычного тормозного излучения есть

$$W_T(\theta) = \frac{4}{\pi\omega} \frac{e^4 e_i^2}{m^2 c^4 \gamma^2} \frac{v_{Te}^2}{\omega_{pe}^2} \frac{\theta^2}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^2} \quad (30)$$

и вновь получим тормозную неустойчивость:

$$\mu_w(\theta) = - \frac{8}{\pi} \frac{r_e^2 e_i^2 n_i}{m\omega_{pe}^2} \frac{v_{Te}^2}{c^2} \int \frac{f_i (1 + 3\gamma^2 \theta^2) d\gamma}{\gamma^3 (1 + \gamma^2 \theta^2)^2} \quad (31)$$

Таким образом, обычное тормозное излучение в сильном магнитном поле практически всегда приводит к неустойчивости. При этом максимальное значение инкремента достигается в узком интервале углов  $\theta$  по отношению к магнитному полю, т. е. возникает резко направленный лазер-эффект. С ростом угла инкремент падает. Для оценки эффекта удобно выбрать распределение электронов с неким эффективным средним значением  $\gamma = \gamma_{\text{эф}}$  и степенным убыванием функции распределения  $\sim \gamma^{-\nu}$  при  $\gamma \gg \gamma_{\text{эф}}$ , где  $\nu$  — положительное число порядка единицы. При этом интегрирование в (25) ограничено условием (22), т. е.

$$\gamma < \gamma_{\text{эф}} = \left( \frac{\omega}{2\omega_{pe}} \frac{v_{Te}}{c} \right)^{1/\nu} \quad (32)$$

Если  $\gamma_{\min} > \gamma_*$ , то оценка (31) показывает, что максимальная раскачка возникает при

$$\vartheta \sim \sqrt{2 \frac{c}{v_{Te}} \frac{\omega_{pe}}{\omega}} \simeq \frac{1}{\gamma_{\min}}$$

и

$$\mu_{\max} \sim \frac{r_e^2 e_i^2 n_i n_e}{m \omega^2} \frac{\gamma_*^{-1}}{\gamma_{\min}^2} \sim \frac{1}{\omega^{3/2+2}} \quad (33)$$

т. е. убывает с ростом частоты. Снизу (33) ограничено условием  $\gamma_{\min} > \gamma_*$ . При обратном неравенстве характерный угол максимальной раскачки будет  $\vartheta \sim \gamma_*^{-1}$  и оценка  $\mu_{\max}$  приобретает вид

$$\mu_{\max} \sim \frac{r_e^2 e_i^2 n_i n_e}{m \omega^2 \gamma_*} \quad (34)$$

т. е. инкремент растет с падением частоты. Максимального значения инкремент достигает при частотах (29)

$$\mu_{\max} \sim \frac{r_e^2 e_i^2 v_{Te}^2 n_e n_i}{m c^2 \gamma_*^3 \omega_{pe}^2} \quad (35)$$

который получается из (34) при подстановке  $\omega \sim (c/v_{Te}) \gamma_*^2 \omega_{pe}$ .

Однако в области низких частот, согласно [9], может доминировать переходное тормозное излучение. В сильном магнитном поле вероятность переходного тормозного излучения в узком интервале углов вдоль магнитного поля для области частот (22) имеет вид

$$W_1^-(\vartheta) = \frac{4e_e^4 e_i^2}{\pi \omega^3 m^3 c} \left( \frac{\omega_{pe} c}{\omega v_{Te}} \right)^4 \frac{\gamma^2 \vartheta^2}{1 + \gamma^2 \vartheta^2} \quad (36)$$

что всегда приводит к положительной реабсорбции:

$$\mu_{\max}(\vartheta) = \frac{8}{\pi} \frac{r_e^2 e_i^2 n_i}{m \omega^2} \left( \frac{\omega_{pe} c}{\omega v_{Te}} \right)^4 \vartheta^2 \int \frac{\gamma f_e d\gamma}{(1 + \gamma^2 \vartheta^2)^2} \quad (37)$$

Сравнение с (25) показывает, что при  $\vartheta \sim \gamma_{\min}^{-1}$  (37) не может превзойти (25). Однако при  $\vartheta \gg \gamma_{\min}^{-1}$  инкремент (37) падает  $\sim \vartheta^{-2}$  с ростом угла  $\vartheta$ , тогда как (25) падает как  $\sim \vartheta^{-6}$ .

В области частот (26) вероятность переходного тормозного излучения имеет вид

$$W_1^-(\vartheta) = \frac{2}{\pi} \frac{e_e^4 e_i^2}{m \omega^3 c} \left( \frac{\omega_{pe} c}{\omega v_{Te}} \right)^2 \frac{\vartheta^2}{\gamma^2 (1 + \gamma^2 \vartheta^2)} \quad (38)$$

которая дает тормозную неустойчивость

$$\mu_{\omega}(\theta) = -\frac{4}{\pi} \frac{r_e^2 e_i^2 n_i}{m\omega^2} \left( \frac{\omega_{pe} c}{\omega v_{Te}} \right)^2 \int_0^1 \frac{(1 + 2\gamma_i^2 \pi^2) d\gamma_i}{\gamma_i^2 (1 + \gamma_i^2 \theta^2)^2} \quad (39)$$

Наконец, в области частот (29) имеем

$$W_1'(\theta) = \frac{2}{\pi} \frac{e_i^4 e_i^2}{m^2 \omega^2 c} \frac{\theta^2}{\gamma^2 (1 + \gamma^2 \theta^2)}, \quad (40)$$

$$\mu_{\omega}(\theta) = -\frac{4}{\pi} \frac{r_e^2 e_i^2 n_i}{m\omega^2} \int_0^1 \frac{(1 + 2\gamma_i^2 \theta^2) d\gamma_i}{\gamma_i^2 (1 + \gamma_i^2 \theta^2)^2} \quad (41)$$

Отрицательный коэффициент реабсорбции (41) следует сравнить с (31). При  $\theta \sim \gamma_i^{-1}$  интегралы в (31) и (41) примерно одинаковы и в силу (29) получим, что (41) существенно превосходит (31). При  $\theta \gg \gamma_i^{-1}$  инкремент (31) падает как  $\sim \theta^{-2}$ , тогда как (41) остается независимым от угла  $\theta$ . При произвольных  $|\sin \theta| \gg \gamma_i^{-1}$  вместо (41) получим:

$$\mu_{\omega}(\theta) = -\frac{8r_e^2 e_i^2 n_i}{\pi m\omega^2} \int_0^1 \frac{d\gamma_i}{\gamma_i^2}.$$

Максимальное значение  $\mu_{\omega}$  достигается при  $\omega \simeq \omega_{pe}$ .

*Основные выводы.* 1. В сильном магнитном поле практически любые распределения релятивистских электронов приводят к тормозной неустойчивости. Для ее проявления необходимо, чтобы оптическая толщина относительно тормозного излучения была достаточно большой. При распространении магнитных полей и релятивистских частиц в космической плазме полученный вывод представляется важным для интерпретации астрономических наблюдений.

2. В слабых магнитных полях тормозная неустойчивость релятивистских электронов возможна лишь для анизотропных распределений и, в частности, пучков, причем она проявляется только в области частот  $\omega < \gamma_{\text{max}} \omega_{pe}$ , а не во всем спектре частот, как это имеет место при нерелятивистских скоростях электронов [2, 4].

3. Тормозная неустойчивость в сильном магнитном поле в области низких частот в основном обязана механизму переходного тормозного излучения и обладает малой направленностью. Для высоких частот возникает эффект направленности тормозной неустойчивости, когда раскачива-

ются волны, распространяющиеся под малыми углами к направлению магнитных силовых линий.

Институт радиофизики и электроники АН Арм. ССР  
Физический институт им. П. Н. Лебедева АН СССР

*Примечание при корректуре.* Выполним некоторые численные оценки для пульсаров. Из (18), считая  $n_e \sim n_i \sim 10^{23} \text{ см}^{-3}$ , энергию быстрых электронов  $\epsilon_e \sim 10^8 \text{ эв}$ ,  $v_{Te}/c \sim v_F/c \sim 0.5$ , где  $v_F$  — скорость на Ферми-поверхности, получаем, что усиление рентгеновского тормозного излучения вблизи  $\omega \sim 10^{16} \text{ сек}^{-1}$  происходит на расстоянии  $\chi_{\omega}^{-1} \sim 10^8 \text{ см}$ . Из (31), подставляя  $n_e \sim n_i \sim 10^{23} \text{ см}^{-3}$ ,  $\epsilon_e \sim 10^8 \text{ эв}$ ,  $v_{Te}/c \sim v_F/c \sim 0.5$  для  $\omega \sim 10^{12} \text{ сек}^{-1}$ , получаем,  $\chi_{\omega}^{-1} \sim 10^2 \text{ см}$ . Эти расстояния как раз совпадают с предсказуемыми размерами пульсаров.

## BREMSSTRAHLUNG INSTABILITY OF RELATIVISTIC ELECTRONS IN A PLASMA

A. V. AKOPIAN, V. N. TSITOVICH

The instability caused by relativistic electrons EM bremsstrahlung in a plasma has been investigated. The ultrarelativistic electron isotropic distribution is considered as well as the radiation instability occurring by the breaking of the anisotropic electrons (e. g. electron beam) on the ions of a plasma. The electron energy and the radiation frequency which make the reabsorption coefficient negative are determined.

It is shown that in the strong magnetic fields when  $\omega < \omega_H = eH/mc^2$ , the instability arises by arbitrary one-dimensional distribution of the ultrarelativistic electrons.

### ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Гинзбург, Теоретическая физика и астрофизика, Наука, М., 1975.
2. V. Canuto, H. Chiu, L. Fasolo-Canuto, Phys. Rev., 185, 1607, 1964.
3. H. Chiu, V. Canuto, Ap. J., 163, 577, 1971.
4. В. Н. Солонов, В. Ф. Туланов, ЖЭТФ, 67, 2157, 1974.
5. В. Н. Солонов, В. Ф. Туланов, Изв. ВУЗ-ов, Радиофизика, 18, 165, 1975.
6. D. V. Melrose, Astrophys. Space Sci., 18, 267, 1972.
7. В. Н. Цытович, Труды ФИАН, 66, 191, 1973.
8. А. В. Акопян, В. Н. Цытович, Физика плазмы, 1, вып. 4, 1975.
9. А. В. Акопян, В. Н. Цытович, ЖЭТФ, 71, 166, 1976.
10. А. В. Акопян, В. Н. Цытович, ЖЭТФ, 73, вып. 5, 1977.
11. С. А. Каплан, В. Н. Цытович, Плазменная астрофизика, Наука, М., 1972.
12. В. В. Желсаяков, ЖЭТФ, 51, 570, 1966.
13. М. А. Тер-Микаелян, Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1969.