УДК 548.732

# РЕНТГЕНОВСКАЯ ФРЕНЕЛЕВСКАЯ ОСЕВАЯ ГОЛОГРАФИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТРЕХБЛОЧНОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА ИЗ ФРЕНЕЛЕВСКИХ ЗОННЫХ ПЛАСТИН

# Л.А. АРУТЮНЯН<sup>\*</sup>, М.К. БАЛЯН

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

\*e-mail: levhar@ysu.am

(Поступила в редакцию 23 апреля 2020 г.)

Предложена схема реализации френелевской осевой голографии для области жесткого рентгеновского излучения. Схема основана на трехблочном интерферометре из френелевских зонных пластин. В качестве тестового объекта для численного моделирования, рассмотрен трафарет, с напечатанным на ней текстом «X-RAY OPTICS». Хотя качество восстановленного изображения ограничено, что следовало ожидать при осевой голографии, оно вполне достаточно для четкого отображения указанного текста.

#### 1. Введение

В области рентгеновского излучения предложены различные голографические схемы: голография Фраунгофера [1–3], голография Габора и Фурье [4–9]. В работе [10] предложена схема рентгеновской Фурье голографии, основанной на системе из двух зонных пластин. Предложены также схемы динамически-дифракционной рентгеновской голографии [11–18].

В работах [19, 20] предложен интерферометр, основанный на трех френелевских зонных пластинах (ФЗП), и работающий в режиме деления амплитуды. В работе [21] была предложена голографическая схема Фурье с использованием первых двух блоков этого интерферометра.

Целью настоящей работы является реализация френелевской осевой голографии в области жесткого рентгеновского излучения. Для записи голограммы используется вышеотмеченный трехблочный интерферометр, а восстановление изображения осуществляется численным способом.

#### 2. Схема устройства для записи голограммы

Схематическая картина предлагаемой экспериментальной установки для записи голограммы представлена на рис.1. Она основана на интерферометре из трех ФЗП с общей оптической осью и удаленных друг от друга на двойное



Рис.1. Схематическая картина устройства для записи голограммы.  $Z_1, Z_2, Z_3 - \Phi 3\Pi, K - нож, M - маска на объектной плоскости,$ О - тестируемый объект, <math>F - фокусное расстояние первого порядка дифракции  $\Phi 3\Pi, d$  - расстояние края ножа от оптической оси,  $r_p$  - радиус отверстия на маске, f - расстояние голограммы от третьей  $\Phi 3\Pi$ .

фокусное расстояние. На интерферометре падает плоская волна, параллельно оптической оси, а голограмма записывается после третьего блока, на расстоянии в несколько раз превышающей фокусное расстояние ФЗП. В качестве объектной волны рассматривается волновой пакет, дифрагированный в первом порядке на первом и втором ФЗП, и в нулевом порядке (т.е. проходящий) – на третьем. В качестве опорной волны – волновой пакет, дифрагированный в нулевом порядке на первом, и в первом порядке на втором и третьем ФЗП. Объектная плоскость совпадает с задней фокальной плоскостью второго ФЗП.

Являясь дифракционной решеткой, ФЗП обладают разными порядками дифракции. С учетом только 0, +1 и –1 порядков дифракций в интерферометре формируются 27 каналов распространения излучения. Блокировка 25 «нежелательных» каналов, а также пространственное разделение объектного и опорного волновых пакетов в объектной плоскости осуществляются ножом, расположенного непосредственно после первого ФЗП, и маской в объектной плоскости. Последнее из себя представляет непрозрачный экран, с окном для тестируемого объекта и маленьким отверстием для опорной волны с центром на оптической оси. В приближении геометрической оптики, построением хода лучей можно показать, что указанные 25 каналы распространения не пересекаются с голограммой, при выполнении условий

$$\begin{cases} f > \max\left(\frac{5}{3}, \frac{R}{d} - 1\right)F, \\ r_{p} < d, \end{cases}$$
(1)

где f – расстояние между третьей ФЗП и голограммой, F и R фокальное расстояние и радиус ФЗП, соответственно, d – расстояние края ножа от оптической оси,  $r_{\rm p}$  – радиус отверстия на маске.

#### 3. Аналитическое рассмотрение

Для аналитического рассмотрения вопроса достаточно предположить, что объектная волна образуется прохождением через объект плоской волны, а опорный пучок является плоской волной. Соответствующая упрощенная схема показана на рис.2.



Рис.2. Упрощенная схема записи голограммы. О – тестируемый объект, Н – голограмма, 1 – объектная волна, 2 – опорная волна, O<sub>1</sub>O<sub>2</sub> – оптическая ось интерферометра, X и Y – координаты в объектной плоскости.

Амплитуду волны в плоскости голограммы можно представить в виде

$$E_{\rm hol} = E_{\rm ref} + E_{\rm obj}, \qquad (2)$$

а соответствующую интенсивность в виде

$$I_{\rm hol} = |E_{\rm hol}|^2 = |E_{\rm ref}|^2 + E_{\rm ref}E_{\rm obj}^* + E_{\rm ref}^*E_{\rm obj} + |E_{\rm obj}|^2 = \sum_{i=1}^4 I_{\rm hol\,i} , \qquad (3)$$

где  $E_{\rm ref}$  – опорная волна, а  $E_{\rm obj}$  – объектная волна. Обе волны распространяются вдоль оптической оси. Регистрированная интенсивность есть, осевая френелевская голограмма объекта. Объектную волну в параболическом приближении можно представить в виде

$$E_{\rm obj} = -i \frac{kr\sqrt{t}}{2\pi L} \int_{-a}^{a} \int_{-a}^{a} T(X',Y') \exp\left[\frac{ik}{2L} \left[ (X-X')^2 + (Y-Y')^2 \right] \right] dX' dY', \qquad (4)$$

где T(X, Y) – комплексный амплитудный коэффициент пропускания объекта, 2*a* – размер объекта, *k* – волновое число, L = F + f – расстояние от объекта до голограммы. Интегрирование производится по поверхности объекта. Опорную волну, в рамках сделанных предположений, можно представить в виде

$$E_{\rm ref} = r\sqrt{t} \ . \tag{5}$$

Здесь r и t, соответственно, коэффициенты дифракции первого и нулевого порядка на ФЗП.

Численное восстановление изображения сводится к моделированию дифракции падающей на голограмму плоской волны, на расстояние *L*. Аналитически это можно описать умножением функции распределения интенсивности на голограмме (3) с функцией

$$-\frac{ik}{2\pi L} \exp\left[ik\frac{(X_p - X)^2 + (Y_p - Y)^2}{2L}\right]$$
(6)

и последующим интегрированием по поверхности голограммы по координатам X и Y (точно так же, как и в оптике видимого диапазона излучения [22]). Здесь  $X_p$  и  $Y_p$  координаты точки наблюдения на восстановленном изображении. Обозначим амплитуды восстановленных волн через  $E_{\text{reci}}$ , где *i* меняется от 1 до 4, соответственно четырем членам в выражении (3). При интегрировании пока будем предполагать, что размеры голограммы бесконечны, влияние конечных размеров голограммы будет рассмотрено в следующем разделе. В этом случае, в процессе интегрирования во втором члене в (3), получается дельта-функция Дирака, что позволяет вынести функции из-под знака интеграла по X', Y' во внутреннем интеграле и получить сфокусированное изображение объекта. Не приводя здесь подробности вычислений, так как они приводятся к хорошо известным табличным интегралам, приведем лишь результаты:

$$E_{\text{recl}} = r^{2}t,$$

$$E_{\text{rec2}} = r^{2}tT^{*}(X_{p}, Y_{p}),$$

$$E_{\text{rec3}} = r^{2}t \left(\frac{-ik}{4\pi L}\right) \int_{-a}^{a} \int_{-a}^{a} T(X', Y') \exp\left[ik\frac{(X_{p} - X')^{2} + (Y_{p} - Y')^{2}}{4L}\right] dX' dY', \quad (7)$$

$$E_{\text{rec4}} = r^{2}t \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^{2} \int_{-a}^{a} \int_{-a}^{a} \int_{-a}^{a} \int_{-a}^{a} T(X', Y') T^{*}(X'', Y'')$$

$$\times \exp\left[-ik\frac{(X_{p} - X'')(X' - X'') + (Y_{p} - Y'')(Y' - Y'')}{L}\right] dX' dY' dX'' dY''.$$

Проанализируем каждый из восстановленных членов. Первый член из себя представляет восстановленную опорную волну; второй член – восстановленное сфокусированное изображение объекта; третий член – волновой пакет, распространяющийся от мнимого изображения объекта, расположенного слева от голограммы на расстоянии *L*, и проходящий расстояние 2*L* до точки наблюдения. Наконец четвертый член – так называемый интермодуляционный (или автокорреляционный) член. В результате получается сфокусированное изображение объекта, на фоне указанных трех пакетов. Это обстоятельство, в частности интерференционные явления между налагаемыми пакетами, ухудшает качество изображения. Эти трудности в оптике видимого диапазона излучения были преодолены созданием внеосевых голографических схем, когда опорная и объектная волны составляют некоторый угол друг относительно друга, и, в результате, вышеуказанные пакеты не накладываются с фокусированным изображением предмета [22].

#### 4. Разрешающая способность

Разрешающая способность определяет наименьшее расстояние между двумя точками объекта, которые могут быть различимы на изображении. В предыдущем параграфе, при восстановлении изображения, мы интегрировали по поверхности голограммы, считая голограмму бесконечной. Вследствие этого получились дельта функции, а это означает, что бесконечная голограмма фокусирует точку объекта в точку изображения. Если же считать, что голограмма имеет конечные размеры *H* по двум направлениям О*X* и O*Y*, то вместо дельта функций получится функция

$$f(X' - X_p, Y' - Y_p) = \frac{\sin \frac{k(X' - X_p)H}{2L}}{\frac{k(X' - X_p)H}{2L}} \frac{\sin \frac{k(Y' - Y_p)H}{2L}}{\frac{k(Y' - Y_p)H}{2L}}.$$
(8)

В результате, голограмма с конечными размерами фокусирует точку объекта не в точку на изображении, а в дифракционное пятно с конечным размером. Размер этого пятна определяет разрешающую способность схемы. Из (8) для размера дифракционного пятна получим

$$D = 2\lambda L/H . (9)$$

Оценим требования, предъявляемые к разрешающей способности детектора голограммы, необходимого для регистрации всех, образованных на нем интерференционных полос, включая полосы с наименьшим периодом. Период интерференционных полос задается выражением  $\lambda/\sin \varphi$ , где  $\varphi$  – угол между интерферирующими пучками, которое в нашем случае – угол рассеяния объектной волны при дифракции на тестируемом объекте. Максимальное значение этого угла –  $\varphi_{\text{max}} \approx R/L$ , (считается, что размер голограммы *H* порядка радиуса  $\Phi \Im \Pi - R$ ). Соответственно, для минимального периода образованных на голограмме интерференционных полос получим

$$D_{\rm hol} \simeq \lambda L/R$$
. (10)

С учетом соотношений  $R = \sqrt{\lambda FN}$  и  $\Delta R_N = \sqrt{\lambda F} / (2\sqrt{N})$  (*N* – количество френелевских зон,  $\Delta R_N$  – ширина последней зоны ФЗП), выражение (10) преобразится к виду

$$D_{\rm hol} = 2\Delta R_N L/F . \tag{11}$$

Если разрешающая способность детектора голограммы меньше указанного значения, то интерференционные полосы на голограмме с большим углом интерференции не будут регистрированы. Это приведет к уменьшению «эффективных» размеров голограммы и, согласно (9), понижению разрешающей способности восстановленного изображения. Интерферометр, использованный в предложенной схеме, работает в режиме деления амплитуды, с равными длинами траекторий в обоих каналов распространения излучения. Вследствие этого он не налагает жесткие требования к характеристикам когерентности исходного излучения. Однако, угловое смещение объектной волны при дифракции на тестируемом объекте приводит к поперечному смещению интерферирующих между собой лучей на входе интерферометра, на величину  $\varphi L$ . Максимальное значение этого смещения определяет требование к радиусу пространственной когерентности:

$$\rho = \varphi_{\max} L \simeq R \,, \tag{12}$$

при которой будут регистрированы все интерференционные полосы. Восстановление изображения возможна и при низкой когерентности исходного излучения, однако в этом случае часть интерференционных полос, соответствующих большим углам рассеяния, не будут регистрированы. Это, аналогично рассмотренному выше случая детектора голограммы с низким пространственным разрешением, приведет к уменьшению «эффективных» размеров голограммы, и, соответственно, низкой разрешающей способности восстановленного изображения.

Угловое смещение лучей объектной волны при рассеянии на тестируемом объекте приводит и к разности длин траекторий интерферирующих между собой лучей. Грубая оценка этой разности приводит к

$$\Delta l \le \frac{R^2}{F} \left( 1 + \frac{F}{2L} \right) \approx \lambda N .$$
(13)

Соответствующее требование к немонохроматичности

$$\Delta \lambda / \lambda \le N^{-1}, \tag{14}$$

что достижимо даже для лабораторных источников с характеристическим излучением.

## 5. Численное моделирование записи голограммы и восстановление изображения

С целью оценки целесообразности применения представленной схемы френелевской осевой голографии, нами проведено численное моделирование записи голограммы, и дальнейшее восстановление изображения тестируемого объекта от голограммы. Численное моделирование дифракции рентгеновских лучей в вакууме основано на интегрировании уравнения Гельмгольца методом двумерного преобразования Фурье [23]. Объекты на пути рентгеновского излучения (тестируемый объект, ФЗП и т.д.) считаются плоскими и описываются комплексными амплитудными коэффициентами пропускания как функции от двух перпендикулярных к оптической оси координат. В качестве тестового объекта рассматривается надпись «X-RAY OPTICS» светлыми (прозрачными) буквами на черном фоне (шрифт Arial). Длина волны рентгеновского излучения:  $\lambda = 1.54$  Å (характеристическое излучение CuKa). Рассмотрены кремневые ФЗП с фокусным расстоянием F = 20 см и радиусом R = 153 µm. Соответственно этим значениям, количество френелевских зон: 760, ширина последней зоны: 0.1 µm. Глубина рельефа зонной структуры выбрана 6.1 µm, что приводит к фазовому скачку на границах зон в 0.6 $\pi$  рад. Голограмма регистрируется на расстоянии f = 4F = 80 см от третьего ФЗП (соответственно расстояние объект–голограмма: L = F + f = 1 м). Расстояние края ножа от оптической оси: d = 33.7 µm, радиус отверстия на маске в предметной плоскости:  $r_p = 0.5d = 16.8$  µm. Размер элементов изображения (пикселов) на детекторе голограммы выбрана 1 µm, что по порядку соответствует требованию (9).

Восстановление изображения предмета от записанной голограммы осуществляется стандартным образом: рассматривается дифракция падающей на голограмму плоской волны на расстоянии равном расстоянию от предмета до голограммы *L*.

На Рис. 3 представлены (а) голограмма и (b) восстановленное изображение предмета. Как видно из рисунка, надпись на изображении вполне разборчива. Что касается помех на изображении, то этого следовало ожидать при френелевской осевой голографии, когда с восстановленным изображением налагаются вышеотмеченные «фоновые» поля (см. (7)).



Рис.3. (а) Численно моделированная голограмма и (b) восстановленное от него изображение тестового объекта.

### 6. Заключение

Исследована возможность применения трехблочного интерферометра из ФЗП, работающего в режиме деления амплитуды, для реализации френелевской осевой голографии в области жесткого рентгеновского излучения. Для подавления множества каналов распространения излучения, возникающих в интерферометре из-за наличия разных порядков дифракции на ФЗП, используется нож, расположенной на первом блоке и маска – на объектной плоскости интерферометра.

Оценены разрешающая способность метода, а также требования к детектору голограммы и когерентности исходного излучения. Отметим, что приведенные требования не категоричны, в том смысле, что восстановление изображения возможно и при несоблюдении указанных условий, однако, с малой разрешающей способностью.

В качестве тестового объекта при численном моделировании рассмотрена надпись текста 'X-RAY OPTICS'. Хотя качество восстановленного изображения ограничено, чего и следовало ожидать при френелевской осевой голографии, оно вполне достаточно для разборчивого отображения указанной надписи на восстановленном изображении.

**КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ:** Авторы заявляют об отсутствии у них конфликта интересов.

**ИНФОРМАЦИЯ О ВКЛАДЕ АВТОРОВ:** М.К. Балян: обзор литературы, разделы 1, 3 и часть раздела 4; Л.А. Арутюнян: разделы 2, 5 и часть раздела 4.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. A. Snigirev, L. Snigireva, V. Kohn, S. Kuznetsov, I. Schelokov. Rev. Sci. Instrum., 66, 5486 (1995).
- K.A. Nugent, T.E. Gureyev, D.F. Cookson, D. Paganin, Z. Barnea, Phys. Rev. Letters, 77, 2961 (1996).
- 3. D.M. Paganin. Coherent X-ray optics, Oxford University Press, 2006.
- 4. I. McNulty, J. Kirz, C. Jacobsen, E.H. Anderson, M.R. Howells, D.P. Kern, Science, 256, 1009 (1992).
- 5. W. Leitenberger, A.J. Snigirev. J. Appl. Phys., 90, 538 (2001).
- N. Watanabe, H. Yokosuka, T. Ohogashi, H. Takano, A. Takeuchi, Y. Suzuki, S. Aoki. J. Phys. IV France, 104, 551 (2003).
- V. Aristov, A. Kuyumchyan, A. Souvorov, A. Isoyan, K. Trouni. Microsystem Tech, 11, 26 (2004).
- 8. В.В. Аристов, А.В. Куюмчян, А.Ю. Суворов, Т. Ишикава, А.А. Исоян, К. Труни, Е. Саркисян. Известия Российской академии наук. Серия физическая, 69, 220 (2005).
- 9. H. Iwamoto, N. Yagi. J. Synchrotron Rad., 18, 564 (2011).
- N. Watanabe, H. Yokosuka, T. Ohigashi, H. Takano, A. Takeuchi, Y. Suzuki, S. Aoki. AIP Conference Proceedings, 705, 1340 (2004).
- 11. А.М. Егиазарян, П.А. Безирганян. Известия НАН РА, Физика, 15, 35 (1980).
- 12. A. Momose. Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A, 352, 622 (1995).
- 13. А.М. Егиазарян. Письма в ЖТФ, 24(10), 55 (1998).

- 14. А.М. Егиазарян, К.Г. Труни, А.Р. Мкртчян, Письма в ЖЭТФ, 68, 681 (1998).
- 15. M. Balyan. J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), 51, 79 (2016).
- 16. M. Balyan. J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), 51, 289 (2016).

17. M. Balyan. J. Synchrotron Rad., 20, 749 (2013).

- 18. M. Balyan. J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), 50, 394 (2015).
- 19. L.A. Haroutunyan, J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), 50, 292 (2015).
- 20. L.A. Haroutunyan, J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), 51, 284 (2016).
- 21. M. Balyan, L. Haroutunyan, J. Synchrotron Rad., 25, 241 (2018).
- 22. Г. Колфилд, Оптическая голография, том 1, Москва, «Мир», 1982.
- 23. J. Goodman, Introduction to Fourier Optics, New York: McGraw-Hill, 1996.

## ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՖՐԵՆԵԼՅԱՆ ԱՌԱՆՑՔԱՅԻՆ ՀՈԼՈԳՐԱՖԻԱ, ՖՐԵՆԵԼՅԱՆ ԳՈՏԻԱԿԱՆ ԹԻԹԵՂՆԵՐԻՑ ԿԱԶՄՎԱԾ ԵՌԱԲԼՈԿ ԻՆՏԵՐՖԵՐԱՉԱՓԻ ՕԳՏԱԳՈՐԾՄԱՄԲ

### Լ.Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Մ.Կ. ԲԱԼՅԱՆ

Առաջարկված է ֆրենելյան առանցքային հոլոգրաֆիայի իրականացման սխեմա, Ճառագայթման ռենտգենյան տիրույթի համար։ Սարքի հիմքում ընկած է ֆրենելյան գոտիական թիթեղներից բաղկացած եռաբլոկ իներֆերաչափ։ Թվային մոդելավորման համար, որպես թեստային օբեկտ դիտարկված է տրաֆարետ, որի վրա տպված է 'X-RAY OPTICS' տեքստը։ Չնայած վերականգնված պատկերի որակը սահմանափակ է, ինչը սպասելի էր առանցքային հոլոգրաֆիայի դեպքում, այն միանգամայն բավարար է նշված տեքստր հստակ արտապատկերելու համար։

# X-RAY ON-AXIS FRESNEL HOLOGRAPHY USING THREE-BLOCK FRESNEL ZONE PLATE INTERFEROMETER

### L.A. HAROUTUNYAN, M.K. BALYAN

An experimental setup for X-ray on-axis Fresnel holography is suggested. It is based on three-block Fresnel zone plate interferometer. As a test object, for numerical simulation, a stencil with the text 'X-RAY OPTICS' printed on it is considered. Although the quality of the reconstructed image is limited, which should be expected in case of on-axis holography, it is still good enough for clear imaging of the text mentioned.