АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 13 НОЯБРЬ, 1977 ВЫПУСК 4

КИНЕТИКА НЕЙТРОНИЗАЦИИ В СВЕРХПЛОТНОМ ЗАМАГНИЧЕННОМ ВЕЩЕСТВЕ

Г. А. ШУЛЬМАН

Поступила 7 октября 1975
Пересмотрена 4 мая 1976

Оценивается время процесса нейтронизации замагниченного вещества после достижения водородом, гелием, углеродом и железом термодинамически необходимой предельной плотности. Показано, что сверхсильные магнитные поля напряженностью 10^{13} — 10^{14} гс уменьшают время нейтронизации на один—три порядка. Определены предельные магнитные поля при заданной массовой плотности вещества, выше которых релятивистский электронный газ нельзя считать вырожденным и идеальным.

1. *Введение.* Как известно, явление нейтронизации имеет место в сверхплотном веществе выше определенных значений массовой плотности. Начиная с $\rho \sim 10^7$ г/см^3, в атомных ядрах идет процесс превращения протонов в нейтроны. Требуемая для нейтронизации энергия превышает энергию покоя электрона и потому процесс нейтронизации протекает в вырожденном релятивистском электронном газе [1].

В связи с открытием пульсаров стало ясно, что на их поверхности напряженность магнитного поля может достигать величины порядка 10^{12} — 10^{13} гс, а, возможно, даже и большей [2]. Поскольку вещество пульсара в большей своей части представляет собой хорошо проводящую холодную нейтральную плазму, то напряженность вмороженного магнитного поля в его недрах должна быть еще выше, чем на поверхности. Это и позволяет поставить вопрос о свойствах сверхплотного вещества в присутствии сверхсильных магнитных полей.

Сверхсильные магнитные поля напряженностью $H \sim 10^{14}$ гс и более существенно изменяют величину порога нейтронизации холодного водорода [3], порога появления свободных нейтронов в холодном плотном веществе [4], способствуют снятию вырождения и отклонению от приближения идеального газа у релятивистских электронов [5], влияют на вну-

треннюю структуру холодных сверхплотных звезд с вмороженным магнитным полем [6, 7], на β-распад нейтрона [8—11], на скорость протон-протонной термоядерной реакции [12].

Представляет также интерес рассчитать в зависимости от напряженности вмороженного в сверхплотное вещество магнитного поля временной ход процесса превращения протонов атомных ядер в нейтроны. Подобная задача без учета влияния магнитного поля рассматривалась ранее Д. А. Франк-Каменецким [13].

Скорость нейтронизации в сверхплотном веществе с вмороженным сверхсильным магнитным полем определяется зависимостью энергии Ферми релятивистских электронов от напряженности магнитного поля, изменением фазового объема электронов при наличии сильного поля, а также отличием волновой функции электрона от функции свободной частицы из-за сильного магнитного поля. Влияние этих трех факторов, как мы увидим ниже, достаточно заметно изменяет скорость нейтронизации в сверхплотном сильно замагниченном веществе.

Как и в [13], мы рассматриваем реакцию в виде

$$A + e^- \to B + \nu_e - \Delta, \tag{1}$$

где A и B — ядра, Δ — разность энергий. В дальнейшем величину Δ, а также фермиевскую кинетическую энергию электронов будем выражать в единицах $m_e c^2$.

Численные оценки, учитывающие влияние сверхсильного магнитного поля, мы будем, как и в [13], проводить для следующих конкретных реакций нейтронизации:

а) $H^1 + e^- \to n + \nu_e - 0.783$ *Мэв*, $\Delta = 2.53$;

б) $He^4 + e^- \to H^3 + n + \nu_e - 20.595$ *Мэв*, $\Delta = 41.3$;

в) $C^{12} + e^- \to B^{11} + n + \nu_e - 16.740$ *Мэв*, $\Delta = 33.8$;

г) $Fe^{56} + e^- \to Mn^{55} + n + \nu_e - 10.937$ *Мэв*, $\Delta = 22.4$.

Результаты нашего расчета, очевидно, могут иметь значение для анализа динамики электронно-ядерных превращений в недрах сверхплотных звезд с вмороженным сверхсильным магнитным полем.

2. *Сильно вырожденный релятивистский электронный газ в квантующем постоянном и однородном магнитном поле.* Уровень энергии релятивистского электрона в постоянном и однородном магнитном поле напряженностью H, направленном по оси OZ, определяется формулой [14]

$$\varepsilon(p_z, H) = \{m_e^2 c^4 + c^2 p_z^2 + 2m_e c^2 [\mu_B H(2n+1) + 2\mu_B H]\}^{1/2}. \tag{2}$$

Здесь $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ — номер квантового уровня Ландау, μ_B — магнитный момент электрона, заряд которого e и масса m_e, h — постоянная Планка, c — скорость света, $\sigma = \pm 1/2$ — спиновое квантовое число.

Считая концентрацию сильно вырожденных релятивистских электронов n_e заданной, их уровень Ферми легко определить из уравнения

$$n_e = \int g_H(\varepsilon)\, d\varepsilon, \tag{3}$$

где $g_H(\varepsilon)$ — плотность числа квантовых состояний электрона в однородном магнитном поле.

Следуя способу, изложенному в [15], из (3) легко получить для релятивистского электронного газа в квантующем постоянном и однородном магнитном поле

$$n_e = \frac{m\mu_B}{\pi^2\hbar^3 c} \sum_{\sigma} \Big(\sqrt{\varepsilon_e^2 - m_e^2c^4} + \\ + 2\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\varepsilon_e^2 - m_e^2c^4 - 2m_e c^2 \mu_B H(2n+1)} - 2\sigma\mu_B H \Big), \tag{4}$$

где ε_e — фермиевская кинетическая энергия релятивистских электронов в квантующем магнитном поле.

В дальнейшем нас будут интересовать энергетические состояния с квантовым уровнем Ландау $n = 0$. Такие состояния принято называть квантовым пределом [15]. В квантовом пределе энергетические характеристики электронного газа резко уменьшаются с ростом напряженности магнитного поля, что должно существенно изменять кинетику нейтронизации. Если же $n \geqslant 1$, то изменение энергетических характеристик электронного газа в постоянном однородном магнитном поле является незначительным и потому их фермиевская кинетическая энергия практически не будет оказывать воздействия на динамику электронно-ядерных превращений.

Нижнюю границу напряженности магнитного поля в квантовом пределе мы можем определить, положив $n = 0$ и $\sigma = -1/2$.

В этом случае из (4) мы будем иметь следующее условие:

$$\varepsilon_e^2 - m_e^2c^4 \leqslant 2m_e c^2 \mu_B H, \tag{5}$$

которое может быть записано в виде

$$H_e > 2^{2/3}\pi^{4/3}\frac{\hbar c}{e}\, n_e^{2/3} = \left(\frac{2}{9}\right)^{1/3} \frac{\varepsilon_{e0}^2 - m_e^2c^4}{m_e^2c^4}\, H_{\text{кр}}, \tag{6}$$

где

$$H_{кр} = \frac{m_e^2 c^3}{e\hbar} = 4.414 \cdot 10^{13}\ гс \tag{7}$$

есть критическое магнитное поле для электронов [16],

а

$$\frac{\varepsilon_{e0}^2 - m_e^2 c^4}{m_e^2 c^4} = (3\pi^2)^{2/3} h^2 n_e^{2/3} \tag{8}$$

есть фермиевская кинетическая энергия релятивистских электронов в единицах $m_e c^2$ [13], $\lambda_c = h(m_e c)^{-1}$ — комптоновская длина волны электрона.

Из формулы (4) легко получить, что энергия Ферми ультрарелятивистского электронного газа в квантовом пределе сверхсильных магнитных полей

$$\varepsilon_e(H) = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon_{e0}^3}{2m_e c^2 \mu_B H}. \tag{9}$$

Если ввести обозначение

$$x_e^2 = \frac{\varepsilon^2(H)}{2m_e c^2 \mu_B H}, \tag{10}$$

то из (4) в согласии с [3] имеем

$$\frac{\varepsilon_{e0}^2}{2m_e c^2 \mu_B H} = \left(\frac{3}{2} x_e\right)^{2/3} \tag{11}$$

и

$$\varepsilon_e(H) = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/3} \varepsilon_{e0} x_e^{2/3} = (3\pi^2 n_e)^{1/3} \lambda_c \left(\frac{2}{3} x_e^2\right)^{1/3}. \tag{12}$$

Последнее соотношение определяет в параметрическом виде зависимость

$$\varepsilon_e(H)/\varepsilon_{e0} \quad \text{от} \quad \varepsilon_{e0}^2/2m_e c^2 \mu_B H$$

и совпадает с выражением для химического потенциала ультрарелятивистского электронного газа в однородном сверхсильном магнитном поле [4].

В принятых выше обозначениях (см. формулы (8) и (10)) фермиевская кинетическая энергия электронов в сверхсильном магнитном поле может быть представлена как функция от безразмерной электронной концентрации $\nu = 3\pi^2 n_e \lambda_c^3$ и безразмерного параметра x_e^2:

$$\varepsilon_m(H) = \frac{\varepsilon_e(H)}{m_e c^2} = (3\pi^2 n_e \lambda_c^3)^{1/3} \left(\frac{2}{3} x_e^2\right)^{1/3}. \tag{13}$$

С ростом напряженности однородного магнитного поля безразмерный параметр x_e^2 убывает, что ведет к уменьшению фермиевской кинетической энергии $\varepsilon_e(H)$.

3. *Статистическая функция нейтронизации сверхплотного замагниченного вещества.* Вероятность процесса нейтронизации (1) определяется соотношением [13]:

$$dW = 2\pi\hbar^{-1}|\langle H'\rangle|^2\frac{dn}{dE}. \tag{14}$$

Матричный элемент $\langle H'\rangle$ для нейтронизации в замагниченном веществе равен матричному элементу обратного ей β-распада в присутствии магнитных полей

$$B \to A + e^- + \tilde{\nu}_e + \Delta, \tag{15}$$

а число квантовых состояний вырожденных замагниченных электронов и свободных нейтрино dn/dE может быть легко определено, если учесть, что число квантовых состояний электрона, находящегося в квантующем постоянном однородном магнитном поле, направленном по оси OZ, равно [17]

$$\frac{eH}{4\pi^2\hbar^2c}\,dp_z, \tag{16}$$

а энергетический спектр замагниченных электронов определяется формулой (2).

Для нахождения полной вероятности мы должны интегрировать в выражении (14) по энергии от 0 до Δ в случае β-распада, а в случае нейтронизации от Δ до $\varepsilon_m(H)$.

Таким образом, вероятность нейтронизации в полностью вырожденном замагниченном веществе может быть выражена через приведенное время обратного ей β-процесса как

$$W(H) = \frac{\overline{W}(H)}{f(H)t_0(H)}, \tag{17}$$

где безразмерная функция

$$\overline{W}(H) = w(\varepsilon_m(H)) - w(\Delta), \tag{18}$$

$$\overline{W} = \sum_{\sigma}\sum_{n=0}^{\infty}\int_{a}^{\varepsilon_m(H)}(\varepsilon_e^2 - a^2)^{-1/2}\varepsilon_e(\varepsilon_0 - \varepsilon_e)^2\,d\varepsilon_e, \tag{19}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta}{m_e c^2}, \quad \varepsilon_e = \frac{\varepsilon_e(H)}{m_e c^2}, \quad a^2 = 1 - \frac{2}{m_e c^2}[\mu_B H(2n+1) + 2\sigma\mu_B H], \tag{20}$$

выражение

$$w(\varepsilon) = \int_1^{\varepsilon} (\varepsilon_e^2 - a^2)^{-1/2} \varepsilon_e (\varepsilon_0 - \varepsilon_e)^2 d\varepsilon_e \tag{21}$$

есть статистическая функция Ферми β-распада с учетом магнитного поля.

Интеграл (21) легко берется аналитически [18]:

$$w(\varepsilon) = \frac{1}{3}[(\varepsilon^2 - a^2)^{3/2} - (1 - a^2)^{3/2}] + a^2[(\varepsilon^2 - a^2)^{1/2} - (1 - a^2)^{1/2}] -$$

$$- \Delta\left[\varepsilon(\varepsilon^2 - a^2)^{1/2} - (1 - a^2)^{1/2} + a^2 \ln\frac{|\varepsilon + (\varepsilon^2 - a^2)^{1/2}|}{|1 + (1 - a^2)^{1/2}|}\right] + \tag{22}$$

$$+ \Delta^2[(\varepsilon^2 - a^2)^{1/2} - (1 - a^2)^{1/2}].$$

При больших плотностях статистическая функция нейтронизации замагниченного вещества в квантовом пределе сверхсильных магнитных полей [7] ($n = 0$, $\sigma = -1/2$, $a^2 = 1$) стремится к предельному виду:

$$\overline{W}(H) \approx \frac{1}{3}[\varepsilon_m^3(H) - \Delta^3]. \tag{23}$$

Здесь мы, как и в [13], рассматриваем такую ситуацию, когда $\varepsilon_m(H) > \Delta$ и считаем $\Delta \gg 1$.

Произведение $f(H)t_{\frac{1}{2}}(H)$ в формуле (17) мы можем выразить через произведение $ft_{\frac{1}{2}}$ без учета влияния магнитного поля, данные о которых имеются в [13].

В [9—11] было показано, что вероятность β-распада нейтрона в присутствии сверхсильных магнитных полей ($H > 2.7\ H_{кр}$) определяется соотношением

$$W(H) = 0.77\frac{H}{H_{кр}} W(0), \tag{24}$$

где $W(0)$—вероятность β-распада нейтрона в отсутствие внешних воздействий.

Поскольку полная вероятность распада определяет обратное время жизни, мы легко можем найти, что

$$t_{\frac{1}{2}}(H) = 1.299\frac{H_{кр}}{H} t_{\frac{1}{2}}. \tag{25}$$

Аналогично выразим $f(H)$ для замагниченного вещества через соответствующую величину без учета влияния магнитного поля

$$f(H) \approx \frac{5}{3}\Delta^{-2} f, \qquad f \approx \frac{1}{5}\Delta^{5} \text{ [13]}. \tag{26}$$

Легко заметить теперь, что

$$f(H)\, t_3(H) \approx 2.165 \frac{H_{кр}}{H} \Delta^{-2} f t_3. \tag{27}$$

4. *Время нейтронизации в сверхплотном замагниченном веществе.* Процесс нейтронизации в сверхплотном веществе начинается с того момента, когда $\varepsilon_m(H)$ достигает значения, равного Δ. В присутствии сверхсильного магнитного поля величина $\varepsilon_m(H)$ может стать меньше Δ, и тогда процесс нейтронизации прекращается.

Мы рассмотрим такую ситуацию, когда $\varepsilon_m(H) > \Delta$. В том случае, если $\Delta \gg 1$, статистическая функция нейтронизации имеет вид (23).

Для всех ядер, кроме водорода, за первичной реакцией должна следовать цепочка последовательных процессов нейтронизации образующихся ядер. В такой цепочке скорость суммарного процесса определяется самой медленной реакцией [13].

Уравнение кинетики процесса нейтронизации мы можем записать, как и в [13]:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{Z}\frac{dn_e}{dt} = -WN = -\frac{\overline{W}}{f(H)\, t_3(H)} N, \tag{28}$$

где N — концентрация ядер.

С учетом выражений (13), (23) и (27) уравнение кинетики нейтронизации в сверхплотном замагниченном веществе мы можем представить в виде

$$\frac{dn_e}{dt} = -\frac{3\pi^2 \lambda_c^3}{6.495} \frac{H}{H_{кр}} \frac{2}{3} x_e^2 \frac{\Delta^2}{f t_3} (n_e - n_1)\, n_e. \tag{29}$$

Здесь

$$n_1 = \frac{3}{2} x_e^{-2} n_{e0}, \tag{30}$$

где n_{e0} есть равновесная концентрация электронов в отсутствие магнитного поля, находимая из условия

$$\varepsilon_m(n_{e0}) = \Delta. \tag{31}$$

Иными словами, в присутствие сверхсильных магнитных полей процесс нейтронизации начинается при более высоких значениях массовых плотностей.

Уравнение (29) легко интегрируется. Для времени, за которое электронная концентрация уменьшается от значения n_0 до текущего значения n_e, получаем

$$t \approx 2.165 \frac{H_{кр}}{H} \frac{3f_0}{\Delta^5} \ln \left| \frac{n_e(n_0 - n_1)}{n_0(n_e - n_1)} \right|. \tag{32}$$

Отсюда вытекает, что время нейтронизации зависит от начальной и конечной плотностей логарифмически, если только начальная концентрация замагниченных электронов обеспечивает энергию Ферми, заметно превышающую Δ. Зависимость времени нейтронизации от величины напряженности вмороженного магнитного поля определяется не только множителем, в который входит H, но также и начальным и конечным значениями электронной плотности, которые также зависят от H.

Если начальная концентрация замагниченных электронов $n_0 \gg n_1$ и $n_0 \gg n_e$, то из (32) мы имеем

$$t \approx 2.165 \frac{H_{кр}}{H} \frac{3f_0}{\Delta^5} n_1 (n_e^{-1} - n_0^{-1}). \tag{33}$$

С учетом выражения (30) мы можем теперь оценить время нейтронизации для сверхплотного вещества в квантовом пределе вмороженных сверхсильных магнитных полей по порядку величины

$$t_n \sim 2.165 \frac{H_{кр}}{H} \frac{3f_0}{\Delta^5} 1.5\, x_e^{-2}. \tag{34}$$

Итак, мы видим, что влияние сверхсильного магнитного поля на время нейтронизации имеет довольно сложный характер и его учет в формуле (34) определяется двумя множителями H^{-1} и x_e^{-2}.

Легко показать, что в случае слабых магнитных полей ($x_e^2 \sim 6-8$ и $H < H_{кр}$) поправочные множители, учитывающие магнитное поле в выражениях для полной вероятности β-распада [9] и энергии Ферми [10] релятивистского электронного газа весьма малы и время нейтронизации по порядку величины [13]

$$t_n \sim 3f_0 \Delta^{-5}. \tag{35}$$

Электронный газ сверхплотного вещества с вмороженным магнитным полем будет идеальным, если выполнимо условие

$$\frac{\varepsilon_{кр}}{\varepsilon_e(H)} \ll 1. \tag{36}$$

Здесь $\varepsilon_{взл} \approx Z_e^2 r^{-1}$ — средняя энергия взаимодействия электрона с электронами и ядрами одинакового порядка; Ze — заряд ядра, $r \approx (Zn_e^{-1})^{1/3}$ — среднее расстояние между электроном и ядром. Вследствие экранировки средняя энергия взаимодействия электрона с зарядами, находящимися вне сферы радиуса r, равна нулю.

Практически достоверным предельное магнитное поле, в результате действия которого релятивистский электронный газ уже не будет идеальным, мы можем определить, положив

$$\varepsilon_{взл} \approx 0.1\,\varepsilon_e(H), \tag{37}$$

что дает

$$(x_e^2)_{min} \approx 50\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2 Z^2. \tag{38}$$

С учетом формулы (10) предельное магнитное поле

$$H_{max} \approx 10^{-2}\frac{\Delta^2}{m_e c^2 \mu_B}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^{-3} Z^{-2}. \tag{39}$$

Температура вырождения релятивистского электронного газа в функции напряженности магнитного поля H может быть определена по формуле

$$T_e(H) = T_0\left(\frac{2}{3}\right)^{1/3} x_e^{2/3}, \quad T_0 = \frac{\Delta}{k}, \tag{40}$$

где T_0 — температура вырождения электронного газа в отсутствие внешних воздействий, k — постоянная Больцмана. При H_{max}, как видно из табл. 1 температура вырождения уменьшается на два порядка для H^1, He^2 и C^6 и на один порядок для Fe^{26}.

Если же $x_e^2 = 10^{-1}$, то электронный газ остается крайне вырожденным и идеальным для всех четырех элементов. В табл. 1 приведены соответствующие параметру $x_e^2 = 10^{-1}$ значения напряженности магнитного поля, а также времена нейтронизации в отсутствие магнитного поля [13] и при его наличии в веществе. Из таблицы вытекает, что время нейтронизации в сверхплотном замагниченном веществе имеет тенденцию к уменьшению.

Для значений параметра x_e^2, меньших 10^{-1}, наши оценки, очевидно, не будут достаточно достоверными, так как увеличение напряженности вмороженного магнитного поля способствует снятию вырождения и отклонению релятивистского электронного газа от приближения идеального газа.

Таким образом, мы видим, что в присутствии сверхсильных магнитных полей с напряженностью $H \sim 10^{13}$—10^{17} гс время нейтронизации рассматриваемых нами четырех элементов уменьшается примерно на один—три порядка. Значений напряженности вмороженного магнитного поля $H \sim 10^{15}$—10^{17} гс мы вправе ожидать в недрах холодных сверхплотных звезд с напряженностью $H_{\text{п}} \sim 2 \cdot 10^{13}$ гс на их поверхности [6]. При этом следует отметить, что вплоть до полей $H \sim 10^{14}$ гс в сверхплотном замагниченном веществе не происходит спонтанного рождения электрон-позитронных пар [6].

Таблица 1

Элемент	H_c, гс	$(x_0^2)_{min}$	H_{max}, гс	$T_m(H)/T_0$	Для $x_0^2 = 0.1$		
					H, гс	t_m, сек [13]	$t_n(H)$, сек
H^1	$1.6 \cdot 10^{14}$	$2.0 \cdot 10^{-5}$	$1.3 \cdot 10^{15}$	$2.4 \cdot 10^{-2}$	$2.9 \cdot 10^{15}$	$1.7 \cdot 10$	8.4
He^4	$7.4 \cdot 10^{16}$	$8.0 \cdot 10^{-5}$	$8.6 \cdot 10^{2}$	$3.8 \cdot 10^{-2}$	$7.0 \cdot 10^{17}$	10^5	$2.0 \cdot 10^{+4}$
C^{12}	$4.7 \cdot 10^{16}$	$7.2 \cdot 10^{-4}$	$6.8 \cdot 10^{15}$	$7.8 \cdot 10^{-2}$	$4.8 \cdot 10^{17}$	$4.6 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-6}$
Fe^{56}	$1.2 \cdot 10^{17}$	$1.4 \cdot 10^{-2}$	$1.7 \cdot 10^{18}$	$2.0 \cdot 10^{-1}$	$2.4 \cdot 10^{17}$	4.0	$6.0 \cdot 10^{-3}$

В заключение отметим, что, как и в случае обычного сверхплотного вещества, нейтронизация водорода в присутствии сверхсильных магнитных полей едва ли может иметь реальное значение, так как водород, вероятно, будет израсходован за счет термоядерных или пикноядерных реакций [19, 20]. Как показано в [12], сверхсильные магнитные поля с напряженностью $H > 10^{14}$ гс увеличивают скорость протон-протонной термоядерной реакции. Пикноядерные же реакции идут при плотностях $\rho > 10^4$ г/см$^{-3}$. Сверхсильные магнитные поля с напряженностью $H > 10^{14}$ гс будут уже оказывать влияние также и на скорость пикноядерной реакции плотного водорода, так как в этом случае вклад в энергию колебаний ядер, рассматриваемых как линейный гармонический осциллятор, из-за наличия магнитного поля будет превышать их энергию нулевых колебаний [21]. Вопрос этот, однако, будет рассмотрен отдельно.

Оценка скорости нейтронизации гелия, углерода и железа в сверхплотном замагниченном веществе имеет значение для выяснения механизма процессов, происходящих в недрах сверхплотных звезд с вмороженным сверхсильным магнитным полем.

Автор признателен рецензенту за существенные замечания.

Брестский государственный
педагогический институт

KINETICS OF NEUTRONIZATION IN SUPERDENSE MATTER WITH INFROSSED MAGNETIC FIELD

G. A. SHULMAN

The time of neutronization process of infrossed matter is estimated after the achievement by hydrogen, helium, carbon and iron the thermodynamical necessary limit density. It is shown, that superstrong magnetic fields with tense $10^{15}-10^{17}$ G decrease the time of neutronization by one — three order. The limit magnetic fields at a given mass density of a matter are determined. In the case of higher densities the relativistic electron gas cannot be considered as degenerative and ideal.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. С. Саакян*, Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, Наука, М., 1972, стр. 59
2. *G. Greenstein*, Ap. J., 177, 251, 1972.
3. *Г. А. Шульман*, Астрофизика, 10, 543, 1974.
4. *Г. А. Шульман*, Астрофизика, 11, 89, 1975.
5. *Г. А. Шульман, В. С. Секержицкий*, Астрофизика, 13, 165, 1977.
6. *Г. А. Шульман*, Астрон. ж., 52, 1166, 1975.
7. *Г. А. Шульман*, Астрон. ж., 53, 755, 1976.
8. *L. Fassio-Canuto*, Phys. Rev., 187, 2141, 1969.
9. *R. F. O'Connell, I. I. Matese*, Nature, 222, 649, 1969.
10. *I. I. Matese, R. F. O'Connell*, Phys. Rev., 180, 1289, 1969.
11. *R. F. O'Connell, I. I. Matese*, Phys. Letters, 29A, 533, 1969.
12. *Chin Kang Chou*, Astrophys. Space Sci., 10, 291, 1971.
13. *Д. А. Франк-Каменецкий*, ЖЭТФ, 42, 875, 1962.
14. *А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий*, Квантовая электродинамика, Наука, М., 1969, стр. 142.
15. *Б. М. Аскеров*, Кинетические эффекты в полупроводниках, Наука, Л., 1970, стр. 173.
16. *С. В. Вонсовский*, Магнетизм микрочастиц, Наука, М., 1973, стр. 212.
17. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Квантовая механика, Физматгиз, М., 1963, стр. 495.
18. *Г. Б. Двайт*, Таблицы интегралов и другие математические формулы, Наука, М., 1966, стр. 54—55.
19. *Я. Б. Зельдович*, ЖЭТФ, 33, 991, 1957.
20. *A. G. W. Cameron*, Ap. J., 130, 916, 1959.
21. *В. И. Коган, В. М. Галицкий*, Сборник задач по квантовой механике, Гостехиздат, М., 1956, стр. 329.