

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 13

АВГУСТ, 1977

ВЫПУСК 3

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ В ЗВЕЗДЕ — КОМПОНЕНТЕ ДВОЙНОЙ СИСТЕМЫ — С БЫСТРО ВРАЩАЮЩИМСЯ ЯДРОМ

В. Г. ГОРБАЦКИЙ

Поступила 19 июля 1977

Имеются основания предполагать присутствие быстро вращающихся ядер у некоторых звезд, в частности, у красных гигантов. Если такая звезда является компонентой тесной двойной системы с асинхронным вращением и обладает внешней конвективной зоной, то должен существовать сток углового момента вследствие динамических приливов. Рассматривается упрощенная модель с источником углового момента в центре и стоком его на внешней границе. Для этой модели находится стационарное распределение угловой скорости в предположении, что коэффициент динамической вязкости является функцией температуры. Вычисления показали, что на распределении температуры по радиусу дифференциальное вращение сказывается слабо. Движение оказывается устойчивым только в тех случаях, когда коэффициент вязкости уменьшается с расстоянием от центра.

1. *Введение.* Исследование вращения звезд относится к числу наиболее сложных проблем астрофизики. Наблюдениям доступны лишь самые внешние области звезды. Определять скорость их вращения удастся только при условии, что она достаточно велика и заметно сказывается на профилях линий поглощения. Однако и в таком случае трудно судить о вращении слоев, находящихся на большой глубине, так как далеко не всегда вращение звезды допустимо считать однородным. Косвенные данные указывают на то, что в ряде случаев внутренние области звезды вращаются быстрее, чем поверхностные слои.

Наиболее ярким наблюдательным фактом, демонстрирующим возможное присутствие массивного быстро вращающегося ядра — источника углового момента — является асинхронное вращение компоненты тесной двойной системы. Асинхронность вращения и обращения установлена для значительного числа систем [1]. При этом асинхронно вращающиеся компо-

ненты обычно относятся к поздним спектральным классам (F, G, K) и, значит, обладают конвективными зонами. Под действием динамических приливов вращение в конвективной зоне должно синхронизироваться с обращением за короткое время, так как коэффициент турбулентной вязкости в этой зоне велик. Неоднократно производившиеся расчеты и оценки времени синхронизации вращения и обращения показали, что оно не превосходит 10^5 лет, а, вероятно, и гораздо меньше [2, 3]. Возраст систем обычно более 10^7 лет и, как правило, угловая скорость асинхронного вращения больше, чем скорость обращения звезды по орбите. Отсутствие синхронности можно связать с наличием в недрах звезды источника углового момента.

К выводу о возможности образования быстро вращающихся ядер у звезд, находящихся на поздних стадиях эволюции, приводят результаты расчетов [4]. Происхождение наблюдающихся в большом числе тесных двойных систем звезд-карликов связывается с делением быстро вращающихся ядер массивных звезд [5]. Обзор состояния указанных и ряда других вопросов, относящихся к проблеме неоднородного вращения, содержится в статье Фрике и Киппенхана [6].

В свете сказанного выше представляется интересным изучить процессы переноса углового момента в звезде от быстро вращающегося ядра к конвективной оболочке, тормозящейся действием динамических приливов. В качестве первого шага в решении этой задачи в данной работе находится распределение угловой скорости в упрощенной модели, имеющей источник углового момента внутри и сток его на поверхности. Динамическое состояние оболочки звезды считается при этом квазистационарным.

2. Постановка задачи: влияние вязкости на вращение. Рассмотрим круговой газовый цилиндр, внутренняя область которого («ядро»), содержащая преобладающую долю массы, вращается однородно с угловой скоростью ω_0 , а в самых периферийных слоях («конвективной зоне») угловая скорость $\omega_1 \ll \omega_0$. Между ядром и конвективной зоной существует область, в которой преобладает лучистый перенос энергии, но, вместе с тем, возможна и турбулентность. Протяженность этой области до $r = r_1$ велика по сравнению с радиусом ядра r_0 и также существенно превосходит толщину конвективной зоны. Движение предполагается стационарным.

Рассмотрим сначала влияние вязкости на распределение угловой скорости вращения. При условии стационарности движения уравнение Навье-Стокса, записанное в цилиндрических координатах, имеет вид:

$$\frac{d \ln \eta}{dr} \left(\frac{dv_z}{dr} - \frac{v_z}{r} \right) + \frac{d^2 v_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv_z}{dr} - \frac{v_z}{r^2} = 0, \quad (1)$$

где v_z — скорость вращения и η — коэффициент динамической вязкости.

Во внутренних областях звезд число Рейнольдса обычно очень велико и при дифференциальном вращении их можно ожидать возникновения там турбулентности. Соответственно, перенос углового момента должен обуславливаться, главным образом, турбулентной вязкостью. Характеристики турбулентности, от которых зависит коэффициент вязкости, вообще говоря, меняются с глубиной. Для теоретического определения зависимости $\eta_{\text{турб.}}$ от глубины нет достаточных оснований и в качестве приближения будем считать, что

$$\eta_{\text{турб.}} \sim T^m, \quad (2)$$

где m — некоторый параметр. Турбулентность предполагаем дозвуковой и поэтому градиентом турбулентного давления будем пренебрегать по сравнению с градиентом газового давления.

Заметим, что выражением вида (2) при $m = 5/2$ определяется зависимость коэффициента «молекулярной» вязкости от температуры в высокоионизованной плазме. Величина коэффициента вязкости для плазмы мала и вряд ли может обеспечить достаточную скорость переноса углового момента. Нужно полагать, что основную роль в этом процессе играет турбулентная вязкость.

Используя (2) и вводя обозначения

$$x = \frac{r}{r_0}; \quad z = \frac{T}{T_0}; \quad u = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad (3)$$

где T_0 — значение T при $r = r_0$, записываем уравнение (1) в следующей форме:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \left(\frac{3}{x} + m \frac{d \ln z}{dx} \right) \frac{du}{dx} = 0. \quad (4)$$

Нетрудно найти первый интеграл уравнения (4). Он представляется соотношением

$$\frac{du}{dx} = \frac{C_0}{x^3} z^{-m}, \quad (5)$$

где C_0 — некоторая постоянная.

На внутренней границе оболочки (у поверхности ядра) имеем следующие условия:

$$\text{при } x = 1, z = 1 \text{ имеем } u = 1,$$

а на внешней границе зоны лучистого равновесия $u = u_1$ при $x = x_1 \equiv r_1/r_0$. Тогда из (5) находим распределение $u(x)$ в виде

$$u = 1 - (1 - u_1) y, \quad (6)$$

где через y обозначена величина

$$y = \frac{\int_1^x \frac{dx}{x^3 z^m}}{\int_1^{x_1} \frac{dx}{x^3 z^m}} \quad (7)$$

Выражения (6) и (7) показывают, что действие вязкости не является локальным. На величину угловой скорости при данном r оказывают влияние значения вязкости во всем интервале от r_0 до r_1 .

3. *Условия равновесия лучистой оболочки звезды.* Распределение угловой скорости в оболочке зависит от распределения температуры, которое получается из условия механического равновесия. Это условие записывается в следующей форме:

$$\frac{v^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} + \frac{GM_{\oplus}}{r^2} \quad (8)$$

Предполагая существование политропной зависимости между давлением и плотностью газа

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{1 + \frac{1}{n}} \quad (9)$$

и используя уравнение состояния

$$p = \frac{R^*}{\mu} \rho T, \quad (10)$$

находим

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = (n + 1) \frac{R^*}{\mu} \frac{dT}{dr}. \quad (11)$$

При учете (3) и (11) из соотношения (8) имеем выражение:

$$\frac{dz}{dx} = -Q \left[1 - \frac{u^2 x^3}{K^2} \right] \frac{1}{x^2}, \quad (12)$$

где обозначено

$$Q = \frac{GM_{\oplus} \mu}{(n + 1) R^* T_0}; \quad K = \frac{\omega_K}{\omega_0} \quad (13)$$

и ω_K — величина кеплеровской круговой скорости на границе ядра.

Из системы уравнений (6), (7), (12) при заданном значении x , получаются распределения ω и T в оболочке. Однако уравнение (12) нужно согласовать с предположением о том, что в рассматриваемой области энергия переносится излучением, а не конвекцией. Этим предположением величина dT/dr определяется независимо.

Условие лучистого равновесия, если пренебречь энергией, выделяющейся в результате вязкой диссипации, дает:

$$4\pi r^2 F_{\text{изл.}} = -r^2 \frac{16\pi ac}{3\kappa_0} T^3 \frac{dT}{dr} = L_*, \quad (14)$$

где $F_{\text{изл.}}$ — поток излучения и κ — коэффициент непрозрачности. Принимая, что κ определяется формулой Крамерса

$$\kappa = \kappa_0 \frac{\rho}{T^{3.5}}, \quad (15)$$

имеем из (14):

$$\frac{dT}{dr} = - \frac{3\kappa_0 L_*}{16\pi ac} T_0^{2n} \frac{T^{2n-6.5}}{r^2}. \quad (16)$$

Когда $n=3.25$ и $\omega=0$, выражения (12) и (16) совместимы при некотором определенном значении T_0 . Распределение T и r в невращающейся политропной звездной оболочке (при $n=3.25$) приведено в книге Чандрасекара [7].

Для вращающейся оболочки, в которой $\omega = \omega_0 r^{-\frac{3}{2}}$, уравнения (12) и (16) также совместимы, если $n=3.25$. Формально действие вращения сводится к уменьшению массы ядра по сравнению со случаем невращающейся конфигурации на множитель $(1 - K^{-2})$. Так как вращение уменьшает градиент температуры, то для вращающейся конфигурации величина T_0 при тех же значениях r_0 , ρ_0 , r_1 и T_1 отличается множителем $(1 - K^{-2})^{2/13}$ от соответствующего значения для невращающейся. Однако это изменение незначительно: при $K \geq 2$ оно менее 4% .

При других законах вращения и указанном значении показателя политропы уравнения (12) и (16) несовместны и поэтому задача является несамосогласованной. Добиться приближенного согласования можно, учитывая, что в основной части оболочки $(u^2 x^3 / K^2) \ll 1$ (при $K \geq 2$) и принимая поэтому, что показатель политропы медленно меняется с расстоянием от центра. Если представить величину n в виде

$$n = \frac{13}{4} + \alpha(T), \quad (17)$$

где $\alpha < 0$ и $|\alpha| \ll 1$, то из результатов расчетов следует, что при $K > 2$ величина α зависит от T очень слабо и изменение u близко следует закону $x^{-\frac{3}{2}}$. Поэтому использование в выражении Q вместо величины эффективного среднего показателя политропы значения $n = 3.25$ не приводит к заметным погрешностям в определении профилей температуры и угловой скорости.

4. *Результаты расчетов.* Система уравнений (6), (7), (12) решалась численно для различных значений параметров Q и K при условии $u_1 = 0$. Для невращающейся конфигурации величина Q определяется выражением

$$Q = \frac{1 - z_1}{1 - \frac{1}{x_1}} \quad (18)$$

и, следовательно, при $z_1 \ll 1$ и $x_1 \gg 1$ она близка к единице. Поэтому и в случае вращения оболочки звезды Q не должно существенно отличаться от единицы.

В качестве иллюстрации на рис. 1 и 2 приведены профили величин z и u для значений $Q = 1.0$, $K = 4.0$, $x_1 = 10$ при различной величине параметра m . Общий характер профилей при $K > 2$ слабо зависит от изменений Q в пределах $0.9 \leq Q \leq 1.2$ и x_1 в пределах $5 \leq x_1 \leq 15$. Что же касается зависимости от параметра m , то она более существенная. Чем меньше значение m , тем быстрее угловая скорость уменьшается с расстоянием.

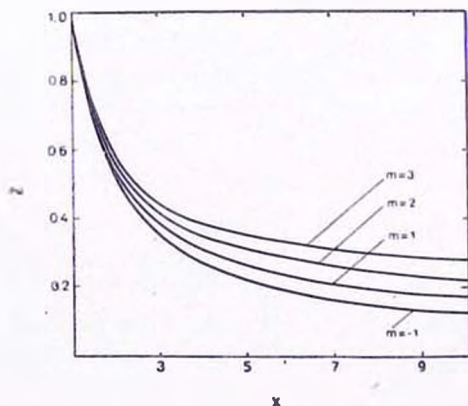


Рис. 1. Профиль температуры ($T = T_0 z$) в лучистой оболочке r_1 и $Q = 1$, $K = 4$, $r_1 = 10r_0$.

При $m < 0$, как показывают расчеты, не выполняется необходимое условие устойчивости, имеющее вид [8]

$$\frac{d(r^2\omega)}{dr} > 0. \quad (19)$$

Поскольку T уменьшается с r , то оказывается, таким образом, что устойчивое стационарное движение при возрастающем с расстоянием коэффициенте вязкости невозможно. Следует иметь в виду, что (19) верно, если отношение коэффициента лучистой теплопроводности к коэффициенту молекулярной кинематической вязкости мало по сравнению с единицей. В случае турбулентной вязкости положение может быть иным и требуется специальное исследование.

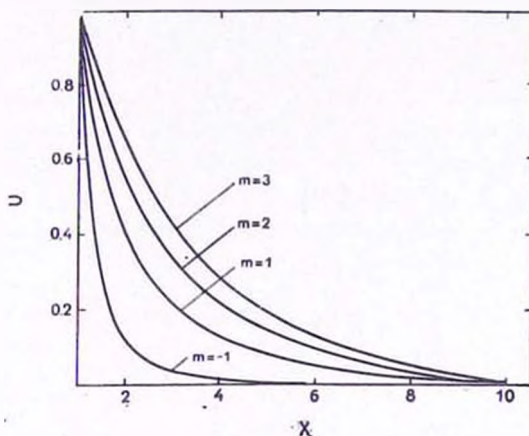


Рис. 2. Профиль угловой скорости ($\omega = \omega_0 u$) в лучистой оболочке при $Q=1$, $K=4$, $r_1=10r_0$.

При $m=1$ движение оказывается очень близким к круговому кеплеровскому, то есть $u \sim x^{-3/2}$. Для значений $m=2 \div 3$ величина $ux^{3/2}$ меняется с x медленно и, следовательно, рассматриваемая задача приближенно является самосогласованной. Еще один из существенных результатов вычислений состоит в том, что при $0 \leq m \leq 3$ вращение сравнительно слабо сказывается на распределении z . Вблизи ядра z спадает быстро ($\sim 1/x$), как это имеет место и для невращающихся оболочек [7].

Полученные выводы дают основу для решения задачи об изменении распределения углового момента во вращающейся звезде со временем. Эту задачу предполагается рассмотреть в дальнейшем.

Численное решение системы на ЭВМ производилось Е. В. Волковым, которому автор выражает за это признательность.

Ленинградский государственный
университет

ANGULAR VELOCITY DISTRIBUTION IN THE STAR WHICH IS A COMPONENT OF CLOSE BINARY SYSTEM AND HAS A FAST ROTATING CORE

V. G. GORBATSKY

There are grounds to suppose the presence of fast rotating core inside some stars, in particular on the red giant stage. In case the star is the component of a close binary with nonsynchronous rotation and has an outer convective zone there must be a sink of angular momentum due to dynamical tides. The simplified model is considered having the source of angular momentum in the centre and the sink on the outer border. Stationary distribution of angular velocity is found for this model on the assumption that dynamical viscosity coefficient is the function of temperature. The calculations have shown that temperature distribution is only slightly affected by rotation. The motion is stable only in cases when viscosity coefficient diminishes with the distance from the centre.

ЛИТЕРАТУРА

1. *M. Plavec*, in "Stellar rotation", Proc. IAU Coll., ed. A. Sletteback, Dordrecht, 1970, p. 133.
2. *J. P. Zahn*, Ann. Astrophys., 29, 555, 1960.
3. *M. Lecar, J. C. Wheeler, F. Ch. McKee*, Ap. J., 556, 1976.
4. *R. Kippenhahn, E. Meyer-Hoffmeister, H. C. Thomas*, Astron. Astrophys., 5, 155, 1970.
5. *Z. Kopal*, in "3 Coll. IAU on variable stars", Bamberg, 1962, p. 52.
6. *K. Fricke, R. Kippenhahn*, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 10, 45, 1972.
7. *С. Чандраскар*, Введение в учение о строении звезд, ИЛ, М., 1950.
8. *F. Goldreich, G. Shubert*, Ap. J., 150, 571, 1967.