

АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 13

АВГУСТ, 1977

ВЫПУСК 3

О НАЛИЧИИ π^- -МЕЗОНОВ В ТЯЖЕЛЫХ АТОМНЫХ ЯДРАХ

А. Ш. ГРИГОРЯН, Г. С. СААКЯН

Поступила 22 июля 1977

Исследована возможность наличия π^- -мезонов в тяжелых атомных ядрах. Полуэмпирическим путем найдены параметры, характеризующие состояние π^- -мезонов. В ядрах с массовыми числами $A \leq 200$ мезонов нет, а с $A \geq 200$ имеются несколько π^- -мезонов. При данном A с уменьшением порядкового номера Z число пионов растет, достигая 5–7 частиц в изобарах с наименьшим Z .

1. *Введение.* За последние несколько лет в ряде работ А. Б. Мигдала и сотрудников [1–5] развивается теория, согласно которой в тяжелых атомных ядрах должно существовать некоторое количество π^0 и пары π^+ , π^- -мезонов. π^- -конденсат представляется в виде стоящих плоских волн, приводящих к некоторой модуляции плотности ядерного вещества. Наличие π^- -мезонов в атомных ядрах может иметь важные астрофизические следствия. Интересные попытки изучения таких эффектов были предприняты в работах [1–3, 6–13]. В работе [14] исследовалась роль пионов в вырожденной плазме. Было показано, что в атомных ядрах вырожденной Ae -плазмы должны дополнительно появляться отрицательные пионы, число которых с повышением плотности растет, достигая заметного количества перед образованием фазы сплошного ядерного вещества.

В предлагаемой работе делается попытка обосновать наличие пионов в тяжелых атомных ядрах путем анализа экспериментальных значений их энергий связи. Если отрицательные пионы в тяжелых ядрах действительно имеются, то такой полуэмпирический способ определения численных параметров, характеризующих состояние π^- -мезонов в ядерном веществе, очевидно, имеет определенное преимущество над чисто теоретическим подходом. Естественно ожидать, что из-за кулоновского отталкивания протонов и симметрии сил ядерного взаимодействия для наличия π^- -мезонов в таких ядрах условия относительно благоприятны. Проведенный анализ показал, что данные об энергиях связи тяжелых ядер свидетельствуют в пользу наличия π^- -мезонов дополнительно к фону нейтрального пионного конденсата, предполагаемого Мигдалом.

2. *О формуле Вайцзеккера.* Если отвлечься от эффектов оболочечных и связанных с парным членом, известная модель жидкой капли хорошо описывает ряд важных свойств средних и тяжелых ядер, как, например, зависимость радиуса от массового числа, энергию связи, заряд наиболее вероятного ядра, механизм деления и др.

Нами было замечено, что для ядер с $A \geq 220$ все имеющиеся варианты формулы Вайцзеккера дают завышенные значения энергий связи на величину порядка 0.01 Мэв на нуклон (см. рис. 1), причем при заданном A с уменьшением Z это расхождение заметно увеличивается. Его нельзя устранить путем дальнейшего уточнения коэффициентов формулы Вайцзеккера, сохраняя охват всей области, начиная от средних до самых тяжелых ядер. Ниже будем исходить из формулы Вайцзеккера

$$Mc^2 = (A - Z) m_n c^2 + Z m_p c^2 - c_0 A + c_1 A^{2/3} + c_2 \frac{Z^2}{A^{1/3}} + c_3 \frac{(A - 2Z)^2}{A}, \quad (1)$$

где

$$c_0 = 15.75; \quad c_1 = 17.8; \quad c_2 = 0.71; \quad c_3 = 23.7 \text{ Мэв}. \quad (2)$$

Следует иметь в виду, что для тяжелых ядер с аномально малыми Z необходимо учитывать следующий член в разложении энергии симметрии $c_4(A - 2Z)^4/A^3$. Аналогично остальным коэффициентам формулы Вайцзеккера значение c_4 было найдено путем подгонки теоретических значений энергий связи с их экспериментальными значениями для 339 ядер с $50 \leq A \leq 257$ методом наименьших квадратов. В результате оказалось, что $-5 \leq c_4 \leq -2 \text{ Мэв}$. В некоторых вариантах формулы Вайцзеккера в кулоновском члене учитывается также обменный эффект. В приведенной формуле вклад обмена учитывается соответствующей подгонкой коэффициента c_2 . Заметим также, что формула (1) по точности не уступает тем, в которых учтена эта поправка. Поэтому для простоты будем исходить из формулы (1). В (1) мы опустили также осциллирующий парный член, который существенен лишь для ядер с $A < 200$.

Проведенные нами численные расчеты показали, что учет следующего члена в разложении энергии симметрии, несущественной поверхностной поправки к ней, обменной поправки к кулоновскому взаимодействию, парного члена не устраняют отмеченной выше систематической ошибки, даваемой формулой Вайцзеккера.

3. *Об отрицательных пионах в тяжелых ядрах.* Будем считать, что вышеупомянутая систематическая ошибка формулы Вайцзеккера для ядер с $A > 220$ обусловлена наличием в них отрицательных пионов. Дело в том, что при достаточно больших A появление отрицательных пионов оказывается выгодным, так как приводит к уменьшению кулоновской энергии и

энергии симметрии. В этих условиях химический потенциал π^- -мезонов оказывается порядка $m_\pi c^2$ и поэтому они становятся устойчивыми. Поскольку в s -состоянии пион-нуклонное взаимодействие носит характер отталкивания, разумно считать, что в ядрах для π^- -мезонов должно реализоваться состояние с орбитальным моментом $l=1$, при котором имеет место притяжение. В соответствии с этим будем полагать, что каждый мезон в ядре описывается не плоской, а p -волной. Пион с орбитальным моментом $l=1$ можно интерпретировать как соответствующее облако вокруг отдельного нуклона, а именно протона, что, очевидно, энергетически выгоднее. Учитывая, что среднее расстояние пиона от ближайшего нуклона в ядре порядка $r_0 \sim \hbar/m_\pi c$, из соотношения $p_\pi r_0 \sim \hbar(l+0.5) = 1.5\hbar$ для импульса пиона находим $p_\pi \sim 1.5 m_\pi c$.

Массу ядра, содержащего π^- -мезоны, можно записать в виде

$$Mc^2 = N_n m_n c^2 + N_p m_p c^2 - c_0 A + c_1 A^{2/3} + c_2 \frac{(N_p - N_\pi)^2}{A^{1/3}} + c_3 \frac{[N_n - (N_p - N_\pi)]^2}{A} + c_4 \frac{[N_n - (N_p - N_\pi)]^4}{A^3} + c_5 \frac{N_\pi^2}{A} + c_6 N_\pi, \quad (3)$$

где $A = N_n + N_p$, а N_n , N_p , N_π — соответственно числа нейтронов, протонов и π^- -мезонов. Кулоновский член пропорционален $(N_p - N_\pi)^2$, поскольку заряд ядра определяется протонами и π^- -мезонами. N_π протонов, которые, по нашим представлениям, окружены мезонным облаком, очевидно, в некотором смысле не тождественны с оставшимися $N_p - N_\pi$ протонами, поэтому они не учтены в VI и VII слагаемых, представляющих энергию симметрии нуклонов, т. е. в них должны входить не $N_n - N_p$, как в (1), а $N_n - (N_p - N_\pi)$. Обменная энергия этих N_π протонов представлена VIII слагаемым. Последнее слагаемое в (3) есть полная энергия пионов.

Имея в виду вышеприведенные замечания о протоне, окруженном мезонным облаком, формально можно ввести в рассмотрение некое эквивалентное возбужденное состояние нуклона (лучше сказать, квазичастицу) и в соответствии с этим формулу массы ядер записать в несколько ином виде:

$$Mc^2 = N_n m_n c^2 + N_p m_p c^2 + N_* m_* c^2 - c_0 A + c_1 A^{2/3} + c_2 \frac{N_p^2}{A^{1/3}} + c_3 \frac{(N_n - N_p)^2}{A} + c_4 \frac{(N_n - N_p)^4}{A^3} + c_5 \frac{N_*^2}{A}, \quad (4)$$

где $A = N_n + N_p + N_*$, а m_* и N_* — масса и число квазинуклонов. Итак, формально можно говорить о трех нуклонных состояниях в ядрах. В таком представлении π^- -мезонов нет, объем ядра пропор-

дионален $A = N_n + N_p + N_\pi$, кулоновская энергия пропорциональна N_p^2 , а энергия симметрии зависит от $N_n - N_p$. Последний член в (4) представляет собой обменное взаимодействие квазичастиц. Несмотря на внешнее различие формул (3) и (4), тем не менее они эквивалентны, если принять

$$m_\pi c^2 = m_p c^2 + c_\pi. \quad (5)$$

В самом деле, для энергии связи ядер, химических потенциалов частиц и числа π^- -мезонов получаются совершенно одинаковые результаты. Ниже мы будем исходить из формулы (3).

Возможное наличие нейтрального конденсата (π^0 и пары π^+ , π^- -мезонов) приводит лишь к перенормировке коэффициентов в формуле (3), что фактически учитывается при вычислении указанных коэффициентов по экспериментальным значениям энергий связи ядер.

4. *Неточности термодинамического описания.* Концентрация π^- -мезонов определяется уравнением

$$\mu_n = \mu_p + \mu_\pi, \quad (6)$$

где μ_n , μ_p , μ_π — химические потенциалы соответствующих частиц. Они вычисляются известным способом:

$$\begin{aligned} \mu_n &= m_n c^2 - c_0 + \frac{2c_1}{3A^{1/3}} - \frac{1}{3} c_2 y^2 A^{2/3} + c_3 [1 - (2y + y_\pi)^2] + \\ &+ c_4 [1 + 3(2y + y_\pi)] (1 - 2y - y_\pi)^3 - c_5 y_\pi^2, \\ \mu_p &= m_p c^2 - c_0 + \frac{2c_1}{3A^{1/3}} + c_2 \left(2 - \frac{1}{3} y\right) y A^{2/3} - c_3 (3 - 2y - \\ &- y_\pi) (1 - 2y - y_\pi) - c_4 [7 - 3(2y + y_\pi)] (1 - 2y - y_\pi)^3 - c_5 y_\pi^2, \\ \mu_\pi &= -2c_2 y A^{2/3} + c_\pi + 2c_3 y_\pi + 2c_4 (1 - 2y - y_\pi) + 4c_5 (1 - 2y - y_\pi)^3, \end{aligned} \quad (7)$$

где $y = Z/A$, $y_\pi = N_\pi/A$. Необходимо, однако, учесть, что атомные ядра — системы со сравнительно малым числом степеней свободы и поэтому не являются строго термодинамическими системами. В частности, это обстоятельство проявляется в том, что химический потенциал частиц — здесь понятие приближенное. При термодинамическом описании ядер не следует забывать об этом. В качестве иллюстрации вычислим химические потенциалы нуклонов двух ядер, сначала добавляя, а затем вынимая нуклон из них: $\mu_n - m_n c^2 = -6.23; -9.22 \text{ Мэв}$, $\mu_p - m_p c^2 = -6.21; -10.06 \text{ Мэв}$ для $A = 102$, $Z = 44$ и $\mu_n - m_n c^2 = -5.38; -7.18 \text{ Мэв}$, $\mu_p - m_p c^2 = -3.04;$

— 5.62 Мэв для $A = 220$, $Z = 88$. По-видимому, с пионами дело обстоит хуже, так как их число заметно меньше числа нуклонов. Как видим, в химических потенциалах частиц и, следовательно, в соотношении (6) ошибки в пределах нескольких Мэв неизбежны. Определяя число π -мезонов из соотношения (6), необходимо учесть влияние этих ошибок. Имеем

$$N_{\pi} = \frac{c_3}{c_3 + c_3'} (1 + \alpha) (A - 2Z) - \frac{c_{\pi}'}{2(c_3 + c_3')} (1 + \beta) A, \quad (8)$$

где $c_{\pi}' = c_{\pi} - m_{\pi}c^2 + m_{\rho}c^2$, а параметры α и β введены для учета имеющихся неопределенностей в химических потенциалах частиц. При $\alpha = \beta = 0$ (8) есть решение уравнения (6) без учета VII слагаемого формулы (3) в виду его достаточной малости. Параметры α , β зависят от A и Z не поддающимся учету образом. Обходя эту трудность, введем два их средних значения α_1 , β_1 для ядер с $Z \leq Z_0$ и α_2 , β_2 для ядер с $Z > Z_0$, где Z_0 есть порядковый номер изобары с наименьшей массой. Поскольку в изобарах с большими Z число пионов сравнительно мало (см. (8)), очевидно, $|\alpha_2|$, $|\beta_2|$ должны быть чуть больше $|\alpha_1|$, $|\beta_1|$.

5. *Результаты численных расчетов.* Подставляя выражение для числа мезонов (8) в (3), можно получить формулу для энергии связи нуклона $b(A, Z)$, в которую войдут параметры $c_0 - c_4$, c_3' , c_{π}' , α , β . Для коэффициентов $c_0 - c_3$ мы постулировали значения (2), поскольку в области $A \leq 220$, где мезоны в ядрах отсутствуют, формула Вайцзеккера дает хорошие результаты для энергии связи. Оставшиеся параметры определялись путем аппроксимации $A \cdot b(A, Z)$, с экспериментальными значениями [15] энергий связи 200 ядер с $220 \leq A \leq 257$ методом наименьших квадратов. Мы сочли нужным заново включить в число искомых параметров также и c_4 . Разумеется, более достоверными следует считать значения параметров c_3' и c_{π}' , найденные для ядер с $Z \leq Z_0$, в которых мезонов сравнительно много. На рис. 1 представлены теоретические и экспериментальные значения энергии связи нуклона в зависимости от массового числа A для изобар с наименьшими Z . Параметры c_4 , c_3' , c_{π}' , α , β для ядер с $Z \leq Z_0$ определялись с точностью экспериментальных ошибок ~ 0.0001 Мэв на нуклон. В результате было найдено

$$[(\Delta b)^2]^{1/2} = 0.0032 \pm 0.0001; \quad c_4 = -3.5 \pm 0.2; \quad c_3' = 17.65 \pm 0.80; \\ c_{\pi}' = 11.96 \pm 0.07 \text{ Мэв}, \quad \alpha_1 = -\beta_1 = 0.088 \pm 0.001. \quad (9)$$

Приведенная среднеквадратичная ошибка более чем в 4 раза меньше ошибки, имеющейся в формуле Вайцзеккера (1) в той же области.

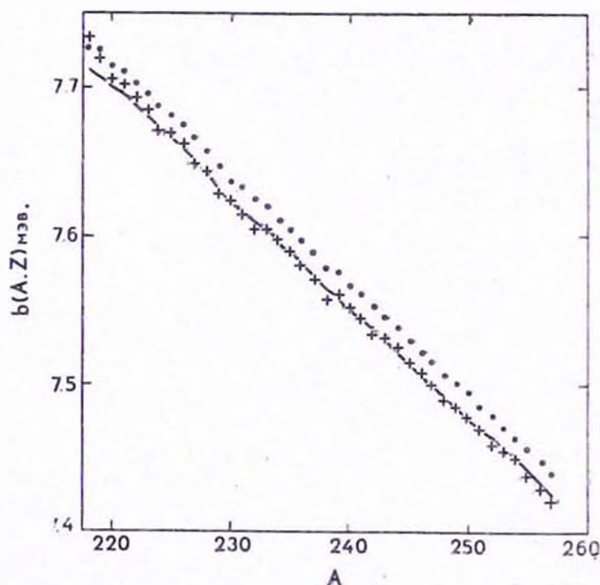


Рис. 1. Зависимость энергии связи нуклона от массового числа A для изобар с наименьшими Z . Крестики представляют экспериментальные данные [15], линия — формулу (3), точки — формулу (1).

Среднеквадратичные ошибки коэффициентов формулы (3) можно оценить, исходя из уравнения

$$\overline{\varphi_a^2} (\Delta\alpha)^2 + \overline{\varphi_\beta^2} (\Delta\beta)^2 + \sum_k \overline{\varphi_k^2} (\Delta c_k)^2 = \overline{(\Delta b)^2}. \quad (10)$$

Здесь $(\Delta c_k)^2 = \overline{(\varphi_k \Delta c_k)^2} / \overline{\varphi_k^2}$, а $\varphi_a, \varphi_\beta, \varphi_k$ — известные функции A, y, y_z :

$$\varphi_0 = 1, \quad \varphi_1 = -A^{-1/3}, \quad \varphi_2 = -y^2 A^{2/3},$$

$$\varphi_3 = \frac{\gamma}{(c_3 + c_3')^2} \left[c_3' (1 + \alpha) (1 - 2y) + \frac{1}{2} c_3' (1 + \beta) \right] - (1 - 2y - y_z)^2,$$

$$\varphi_4 = -(1 - 2y - y_z)^4, \quad \varphi_5 = -y_z - \frac{\gamma (1 + \beta)}{2(c_3 + c_3')},$$

$$\varphi_6 = -y_z^2 + \frac{\gamma}{(c_3 + c_3')^2} \left[\frac{1}{2} c_3' (1 + \beta) - c_3 (1 + \alpha) (1 - 2y) \right],$$

$$\varphi_7 = \frac{c_3 \gamma}{c_3 + c_3'} (1 - 2y), \quad \varphi_8 = -\frac{c_3' \gamma}{2(c_3 + c_3')},$$

где

$$\gamma = 2c_3(1 - 2y - y_\pi) + 4c_4(1 - 2y - y_\pi)^3 - c_\pi^* - 2c_3^* y_\pi.$$

В рассматриваемой области эти функции приблизительно постоянны, а средние значения их квадратов равны соответственно 1; $2.605 \cdot 10^{-2}$; 34.49; $2.534 \cdot 10^{-3}$; $2.556 \cdot 10^{-6}$; $3.237 \cdot 10^{-5}$; $2.687 \cdot 10^{-7}$; $6.043 \cdot 10^{-2}$; $6.403 \cdot 10^{-2}$. В (10) не учтены экспериментальные ошибки в виду их малости. Предполагая, что в (10) все слагаемые имеют примерно одинаковый вклад в $(\Delta b)^2$, получаем $\Delta c_0 = 0.001$; $\Delta c_1 = 0.007$; $\Delta c_2 = 0.0002$; $\Delta c_3 = 0.02$; $\Delta c_4 = 0.67$; $\Delta c_\pi = 0.19$; $\Delta c_3^* = 2.06 \text{ Мэв}$; $\Delta z = \Delta \beta = 0.004$. Итак,

$$c_3^* = 17.65 \pm 2.06; \quad c_\pi = 11.96 \pm 0.19 \text{ Мэв},$$

$$z_1 = -\beta_1 = 0.088 \pm 0.004. \quad (11)$$

Затем, оставляя неизменными все коэффициенты, входящие в (3), мы произвели уточнение параметров z, β для ядер с $Z > Z_0$. Оказалось, $z_2 \approx 0.107$; $\beta_2 \approx -0.106$. В этом случае точность в 2 раза больше точности формулы (1) в той же области. Знание зависимости коэффициентов z, β от A и Z дало бы возможность еще больше улучшить согласие с экспериментом. Однако нахождение такой зависимости не представляется возможным из-за малости числа π^- -мезонов в ядрах. Следует иметь в виду, что энергия связи явным образом не зависит от z и β . Ими определяется лишь число мезонов в ядрах.

Округленные до целого, числа π^- -мезонов в ядрах с $A \gtrsim 200$ приведены в табл. 1. С уменьшением порядкового номера Z число пионов растет, достигая 5 + 7 частиц в изобарах с наименьшими Z . Согласно (8), в ядрах с $A \lesssim 200$, где $y > 0.4$, мезонов нет. Не исключено наличие мезонов в некоторых ядрах ниже порога $A \approx 200$, если, конечно, при этом $y < 0.4$. Знание параметров z, β в этой области позволило бы выяснить, в каких именно ядрах имеются мезоны. Однако это нереальная задача, поскольку ошибки химических потенциалов здесь особенно велики.

Если для энергии связи сохранить прежнее определение $B = [(A - Z)m_n + Zm_p - M]c^2$, то при наличии мезонов она уменьшается на величину $\sim 0.01 \cdot A \text{ Мэв}$. Однако такое определение B некорректно, так как в нем упускается факт наличия π^- -мезонов. Если же исходить из более правильного определения $B = (N_n m_n + N_p m_p + N_\pi m_\pi - M)c^2$, энергия связи, как и следовало ожидать, увеличивается.

Для наличия π^- -мезонов в ядрах вырожденной плазмы условия особенно благоприятны. В самом деле, число пионов в ядрах здесь определяет-

ся из условия $\mu_{\pi} = \mu_e$, где μ_e — граничная энергия электронов. По этой причине выше некоторого порога в плазме π^- -мезоны имеются также и в средних ядрах и, что еще более важно, с повышением плотности их концентрация должна монотонно расти. В работе [14] этот вопрос был исследован теоретическим путем. В настоящей работе определенные полуэмпирическим путем параметры π^- -мезонов в ядерном веществе позволяют произвести важные уточнения в явлении пионизации ядер Ae -плазмы, которые радикально изменяют сложившиеся представления о свойствах вырожденных газовых масс.

Таблица 1
ЧИСЛО π^- -МЕЗОНОВ В ЯДРАХ С $A > 217$

A	Z	N_{π}	A	Z	N_{π}	A	Z	N_{π}
257	103	3	242	94	7	227	91	3
	102	4		98	1		90	4
	101	4		97	3		88	7
	100	5		96	3	224	92	1
254	102	2	239	95	4		91	2
	101	4		93	6		90	3
	100	4		97	1		87	4
	99	5		96	2		88	5
251	98	6	236	94	4	221	91	1
	102	1		93	5		90	2
	100	3		92	6		89	3
	99	4	233	96	1		88	4
248	98	5		95	2	218	87	5
	97	6		94	2		90	1
	100	2		93	3		89	2
	99	3		91	6		88	2
245	98	3	230	94	2	218	87	3
	97	4		93	3		86	5
	96	4		92	3		90	1
	95	5		91	4		88	2
245	99	2	230	90	6		86	3
	98	3		93	1		85	4
	96	4		92	2		84	6
	95	5		92	2			

Авторы выражают благодарность академику В. А. Амбарцумяну за многочисленные стимулирующие обсуждения и участникам семинара кафедры теоретической физики ЕГУ за проявленный интерес.

Ереванский государственный
университет

THE PRESENCE OF π^- -MESONS IN HEAVY
ATOMIC NUCLEI

L. SH. GRIGORIAN, G. S. SAHAKIAN

The possibility of the presence of π^- -mesons in heavy atomic nuclei is investigated. The parameters characterizing the state of π^- -mesons are found in a semiempirical way. In the nuclei with mass numbers $A \leq 200$ there are no mesons, and with $A \geq 200$ there are a few π^- -mesons. While decreasing Z , the ordinal number, at given A the number of pions increases, reaching 5—7 particles in isobars with the smaller Z .

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ, 61, 2209, 1971; 63, 1993, 1972; Письма ЖЭТФ, 19, 539, 1974.
2. А. Б. Migdal, Phys. Lett., 45B, 448, 1973; π -condensation in Nuclei and Electron scattering data, Preprint, Chernogolovka, 1974.
3. А. Б. Мигдал, О. А. Маркин, И. Н. Мишустин, ЖЭТФ, 66, 443, 1974.
4. А. Б. Migdal, N. A. Ktrichenko, G. A. Sorokin, π -condensation in a Finite System and Properties of Nuclei, Preprint, Chernogolovka, 1974.
5. А. Б. Migdal, G. A. Sorokin, O. A. Markin, I. N. Mikhustin, Pion Condensation and Stability of Abnormal Nuclei, Preprint, Chernogolovka, 1976.
6. А. Б. Мигдал, Письма ЖЭТФ, 18, 443, 1973.
7. О. А. Маркин, И. Н. Мишустин, Письма ЖЭТФ, 20, 497, 1974.
8. Г. А. Сорокин, Письма ЖЭТФ, 21, 312, 1975.
9. R. F. Sawyer, Phys. Rev. Lett., 29, 382, 1972.
10. D. J. Scalapino, Phys. Rev. Lett., 29, 386, 1972.
11. J. B. Hartle, R. F. Sawyer, D. J. Scalapino, Pion Condensed Matter at High densities: Equation of state and Stellar models, Preprint, 1974.
12. С.-К. Ау, G. Baym, Nucl. Phys., A236, 500, 1974.
13. Г. П. Алоджанц, А. Ш. Григорян, Г. С. Саакян, Э. В. Чубарян, ДАН Арм. ССР, 59, 168, 1974.
14. Г. С. Саакян, А. Ш. Григорян, Астрофизика, 13, 295, 1977.
15. В. А. Кравцов, Массы атомов и энергии связи ядер, Атомиздат, М., 1974.