

# АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

# АСТРОФИЗИКА

ТОМ 13

МАЙ, 1977

ВЫПУСК 2

## НЕОДНОРОДНО ВРАЩАЮЩИЕСЯ НЕЙТРОННЫЕ ЗВЕЗДЫ

Г. С. АДЖЯН, Ю. Л. ВАРТАНЯН

Поступила 24 октября 1975

Пересмотрена 31 марта 1976

Для различных значений полного момента количества движения вычислены в зависимости от центральной плотности интегральные параметры и частота пульсаций дифференциально вращающихся нейтронных звезд. Расчет произведен энергетическим методом во втором приближении по релятивистским поправкам (пост-пост-ньютоновское приближение) для идеального и взаимодействующего нейтронных газов. Показано, что для устойчивых конфигураций неоднородное вращение слабо меняет зависимость масс от центральной плотности. Однако существует довольно широкая область чековых неустойчивых конфигураций ( $\omega^2 > 0$ ,  $0.15 < E_c/E_G < 0.27$ ), предельная масса которых намного превосходит предельную массу статических объектов.

1. Теоретические предсказания возможных предельных значений массы нейтронных звезд  $M_{\max}(n)$  представляют большой интерес для астрофизики. Актуальность таких оценок в последнее время возросла в связи с фактом возможного отождествления наблюдательных объектов с «черными дырами». В многочисленных исследованиях было рассмотрено, как увеличивается  $M_{\max}(n)$  при учете взаимодействия между барионами и твердотельного вращения. Цель настоящей работы — исследовать влияние неоднородного вращения на эту величину. При этом мы не останавливаемся на выяснении вопроса возможности осуществления дифференциального вращения у нейтронных звезд, для которого может иметь значение сверхтекучее состояние нейтронной жидкости [1] или возможность проявления эффекта Померанчука [2, 3]. Однако при рассмотрении в нейтронных звездах этих эффектов обычно делается целый ряд идеализирующих предположений, от уточнения которых может зависеть ответ на поставленный вопрос. Нам кажется, что даже в случае отсутствия из-за указанных эффектов возможности дифференциального вращения в холодном нейтронном веще-

стве, оно может представлять интерес для сравнительно молодых объектов, в которых сверхтекучее состояние еще не успело установиться.

Для выравнивания угловой скорости весьма существенны также наличие магнитного поля и эффекты турбулентности. Оценки характерного времени выравнивания, обусловленного этими эффектами, для белых карликов приведены в [16]. Такие оценки для нейтронных звезд сильно затруднены в связи с неопределенностью конфигурации магнитного поля внутри звезды и характерного масштаба турбулентности.

2. Рассмотрение дифференциально вращающихся нейтронных звезд проведем энергетическим методом во втором приближении по релятивистским поправкам (пост-пост-ньютоновское приближение). Полная энергия звезды при этом запишется в виде

$$E = E_n + E_G + E_r + E_1(\text{ОТО}) + E_2(\text{ОТО}) + E_r(\text{ОТО}), \quad (1)$$

где  $E_n$  — энергия вырожденного нейтронного газа,  $E_G$  — ньютоновское выражение гравитационной энергии,  $E_r$  — энергия вращения  $E_1(\text{ОТО})$  и  $E_2(\text{ОТО})$  — релятивистские поправки к энергии первого и второго порядка соответственно,  $E_r(\text{ОТО})$  — релятивистские поправки к энергии вращения. Здесь для краткости мы не будем приводить выражения этих величин и математический аппарат, использованный при расчетах. Ранее энергетический метод был применен для исследования твердоотельно вращающихся нейтронных звезд [4] и дифференциально вращающихся белых карликов [5]. Отсылая за справками к этим работам, остановимся здесь лишь на тех отличительных моментах, которые проявляются при дифференциальном вращении в нейтронных звездах.

Так как в случае нейтронных звезд расчет ведется с учетом вгорых релятивистских поправок, то в  $E_1(\text{ОТО})$  необходимо учесть сплюснутость звезды. Как и в [5], здесь используется приближение подобных эллипсоидов вращения, при котором [6]

$$E_n = E_n^{(0)}, \quad E_G = g(\lambda) E_G^{(0)}, \quad (2)$$

$$g(\lambda) = \lambda^{1/2} (1 - \lambda^3)^{-1/2} \arccos \lambda^{3/2}, \quad (3)$$

где  $\lambda = (c/a)^{2/3}$ ,  $a$  и  $c$  — соответственно экваториальная и полярная полуоси эллипсоида вращения: величины с индексом нуль относятся к соответствующим сферическим конфигурациям.

При учете сплюснутости в  $E_1(\text{ОТО})$  будем исходить из физических соображений.  $E_1(\text{ОТО})$  выражается в виде суммы пяти интегралов

$$E_1(\text{ОТО}) = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5, \quad (4)$$

конкретный вид которых можно найти в [6]. При этом  $I_1$  и  $I_2$  имеют смысл

гравитационной энергии, если учесть, что  $\varepsilon/c^2$  эквивалентна массе ( $\varepsilon$  — термодинамическая энергия на единицу массы). Поэтому учет сплюснутости приводит как и в случае  $E_G$  к возникновению фактора  $g(\lambda)$ , т. е. необходимо  $(I_1+I_2)$  заменить на  $g(\lambda)(I_1+I_2)$ . Что же касается остальных трех интегралов, то численные расчеты показывают, что  $|I_2+I_3+I_4| \ll |I_1+I_2|$  и поэтому в них сплюснутость можно не учитывать.

Для  $E_r$  (ОТО) при расчетах было использовано выражение, полученное в [7]. Так как эта величина является поправкой второго порядка к главным членам энергии, то в нем можно положить  $\Omega = K/I$ , где  $K$  — момент количества движения, а  $I$  — момент инерции звезды.

Если при рассмотрении белых карликов распределение угловой скорости зависит только от цилиндрического радиуса [8—10], то в ОТО это условие заменяется на более общее — имеется зависимость как от цилиндрического радиуса, так и от широты  $\vartheta$  [7]. Однако условие динамической неустойчивости кладет ограничение на значения энергии вращения, при которых зависимость от  $\vartheta$  оказывается слабой и в первом приближении ее можно не учитывать. Для вычисления интегральных параметров необходимо иметь вид распределения вещества  $\rho = \rho_c \varphi(v)$ , ( $v = m/M$ , где  $m$  — накопленная масса, а  $M$  — полная масса звезды), а также функцию распределения момента  $h(u)$ , где  $u$  — цилиндрическая лагранжевая масса, деленная на полную массу звезды. О выборе  $\varphi(v)$  для нейтронных звезд можно найти в [4], для  $h(u)$  было выбрано выражение [11]

$$h(u) = 5K[1 - (1 - u)^2]^3 / 2M. \quad (5)$$

В энергетическом методе уравнения равновесия имеют вид алгебраических уравнений и получаются из условия экстремума полной энергии (1). Из-за громоздкости этих уравнений мы их здесь приводить не будем. Отметим лишь, что если в случае дифференциально вращающихся белых карликов эти уравнения можно было численно решать как относительно переменных  $\lambda$  и  $M$ , так и  $\lambda$  и  $x_c$  ( $M$  — масса звезды,  $x_c = p_c/m_e c$ ,  $p_c$  — импульс Ферми электронов в центре звезды), то в случае нейтронных звезд из-за трансцендентной связи удельной энергии нейтронов  $\varepsilon$  от параметра релятивизма нейтронов  $x_n$  удобнее брать в качестве независимых переменных параметры  $\lambda$  и  $M$ , а  $x_n$  считать свободным параметром, как это сделано в [4].

3. Задавая определенные значения полного момента вращения  $K$  и параметра релятивизма нейтронов в центре  $x_n$ , уравнения равновесия мы решали на ЭВМ методом последовательных приближений относительно  $M$  и  $\lambda$ . Расчет был проведен как для уравнения состояния идеального, так и реального газов (модель взаимодействия [12]).

Результаты расчета приведены в табл. 1 и 2 (в приложении) и на рис. 1—3. Как известно [8, 9], когда отношение энергии вращения к гравитационной  $E_r/E_G > 0.27$ , то конфигурации динамически неустойчивы, а если  $0.15 < E_r/E_G < 0.27$ , то проявляют вековую неустойчивость. Эти результаты, которые получены в ньютоновской теории однородно вращающейся жидкости [13] и обобщены для неоднородно вращающихся белых карликов [8, 9, 14], в первом приближении можно применить и к нейтронным звездам. Однако при этом мы учтем первую релятивистскую поправку к гравитационной энергии, которая того же порядка, что и энергия вращения, т. е. за критерий устойчивости будем брать отношение

$$\frac{E_r}{E_G + E_1(\text{ОТО})}$$

На рис. 1 и 2 для различных значений момента вращения  $K$  приведена зависимость массы от центральной плотности соответственно для реального и идеального газов. Область выше кривой abc относится к динамиче-

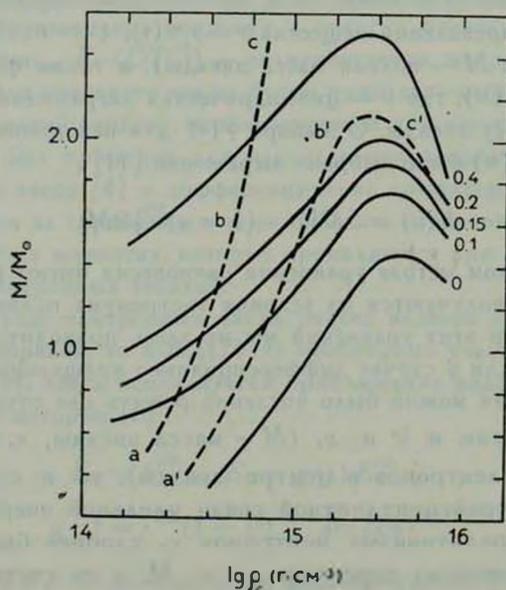


Рис. 1. Зависимость массы от центральной плотности для дифференциально вращающихся нейтронных звезд для модели взаимодействующего нейтронного газа. Числа у кривых показывают значение полного момента вращения в единицах  $10^{50}$  эрг.сек.

ски неустойчивым конфигурациям, а область между abc и  $a'b'c'$  — к вековым неустойчивым конфигурациям, которые с течением времени могут перейти в устойчивые трехосные эллипсоиды. В случае идеального газа (рис. 2) кривая abc находится за пределами рисунка. Из рис. 1 и 2 видно, что макси-

мальная масса неоднородно вращающихся устойчивых конфигураций ( $E_r/(E_G + E_i(\text{OTO})) < 0.15$ ) оказывается равной  $1.18 M_\odot$  (идеальный газ) и  $2.12 M_\odot$  (реальный газ). Эти величины мало отличаются от максимального значения массы без истечения в случае твердотельного вращения ( $0.795 M_\odot$  и  $1.83 M_\odot$ ). Такое малое отличие обусловлено тем фактом, что для нейтронных звезд уже в случае максимально допустимого твердотельного вращения отношение  $E_r/E_G$  близко к значению, при котором наступает вековая неустойчивость. Из рис. 1 и 2 видно, что зависимость  $M_K(\rho_c)$  так же, как в случае твердотельного вращения [4] имеет максимум, который соответствует состоянию потери устойчивости. Такой характер  $M_K(\rho_c)$  отличен от случая белых карликов [5], когда, начиная с определенного значения момента  $K$ , при котором еще отсутствует вековая неустойчивость, кривые  $M_K(\rho_c)$  имеют монотонный вид.

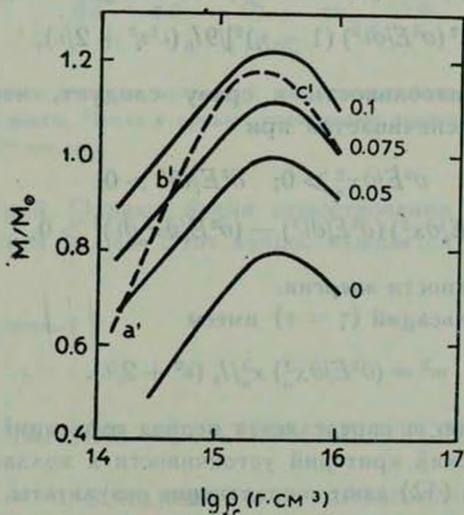


Рис. 2. То же, что на рис. 1 для модели идеального нейтронного газа.

В табл. 1 и 2 для двух значений момента приведены зависимости от центральной плотности интегральных параметров. Для краткости мы не приводим данные, относящиеся к большим массам (вековые неустойчивые конфигурации). Кроме массы  $M$ , параметра сплюснутости  $\lambda$  и различных слагаемых энергии (1), здесь приводятся также значения дефекта массы  $\Delta \equiv -\Sigma E_i / Mc^2$ , периода пульсации  $\tau_p$ , а также момент инерции относительно центра  $I_0$  сферических конфигураций

$$I_0 = \int_M r^2 dm, \quad (6)$$

через который определяются компоненты тензора инерции соответствующих сплюснутых конфигураций.

4. Для определения частоты пульсаций рассматриваемых конфигураций предположим, что каждая точка звезды  $(x_0, y_0, z_0)$  совершает колебания по закону

$$x = x_0 (1 + \alpha \sin \omega t), \quad (7)$$

$$y = y_0 (1 + \alpha \sin \omega t), \quad (8)$$

$$z = z_0 (1 + \gamma \sin \omega t), \quad (9)$$

где постоянные  $\alpha \ll 1$ ,  $\gamma \ll 1$ .

Повторяя ту же процедуру, что в [15], для  $\omega^2$  получим:

$$\begin{aligned} \omega^2 = 4 [x_n^2 (\partial^2 E / \partial x_n^2) (1 + \gamma/2)^2 - 2\lambda x_n (\partial^2 E / \partial l \partial x_n) (1 - \eta) (1 + \gamma/2) + \\ + \lambda^2 (\partial^2 E / \partial l^2) (1 - \gamma)^2] / 9 I_0 (\lambda^2 \gamma^2 + 2/\lambda), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\eta = \gamma/\alpha$ . Из произвольности  $\eta$  сразу следует, что условие стабильности  $\omega^2 > 0$  обеспечивается при

$$\begin{aligned} \partial^2 E / \partial x_n^2 > 0; \quad \partial^2 E / \partial l^2 > 0; \\ (\partial^2 E / \partial x_n^2) (\partial^2 E / \partial l^2) - (\partial^2 E / \partial x_n \partial l)^2 > 0, \end{aligned} \quad (11)$$

т. е. условия минимальности энергии.

Для подобных пульсаций ( $\gamma = \alpha$ ) имеем

$$\omega^2 = (\partial^2 E / \partial x_n^2) x_n^2 / I_0 (\lambda^2 + 2/\lambda). \quad (12)$$

По этому значению  $\omega$  определяется период пульсаций:  $\tau_p = 2\pi/\omega$ . Как и ожидалось, статический критерий устойчивости к коллапсу, предложенный в [10], и формула (12) дают совпадающие результаты.

На рис. 3 приводится зависимость периода пульсаций  $\tau_p$  от полной массы для различных значений момента вращения в случае взаимодействующего нейтронного газа. Значения этой величины в зависимости от центральной плотности приведены в табл. 1 и 2. В случае дифференциального вращения в отличие от статических и твердотельно вращающихся конфигураций знак  $\omega^2$  не дает исчерпывающего ответа об устойчивости. Здесь вступают в игру и другие моды колебаний, и для определения устойчивости оказывается существенным отношение  $\delta = E_r / |E_G + E_1(\text{ОТО})|$ , значения которого приведены в табл. 1 и 2. При  $\delta < 0.15$  и  $\omega^2 > 0$  конфигурация устойчивая. При  $\omega^2 > 0$  (восходящая ветвь кривых  $M_K(\rho_c)$ ) и  $0.15 < \delta < 0.27$  наступает вековая неустойчивость. Из рис. 1 и 2 следует, что на плоскости масса — центральная плотность существует довольно ши-

рокая область, где могут существовать устойчивые трехосные нейтронные звезды с массами, значительно превосходящими предельную массу стати-

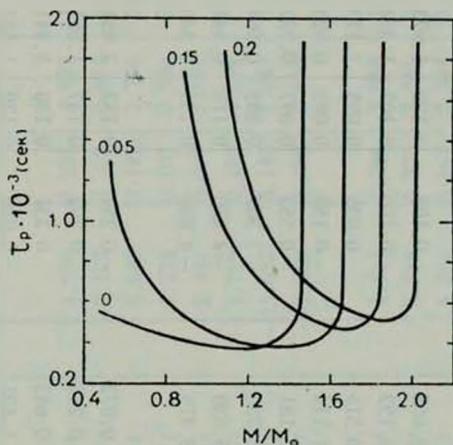


Рис. 3. Зависимость периода пульсаций дифференциально вращающихся нейтронных звезд от полной массы. Числа у кривых показывают значение полного момента вращения в единицах  $10^{50}$  эрг.сек.

ческих конфигураций. Однако время существования таких объектов может оказаться весьма малым. Этот вопрос нуждается в дополнительном исследовании.

Ереванский государственный  
университет

## NONUNIFORM ROTATING NEUTRON STARS

G. S. HAJIAN, Yu. L. VARTANIAN

The integral parameters and frequency of pulsations for different values of total angular momentum are calculated for nonuniform rotating neutron stars. The calculations are carried out by the energetic method in the second approximation by the effects of general relativity (post-post Newtonian approximation) for interacting and ideal neutron gases. It is shown that nonuniform rotation changes the dependence of mass on central density weakly for stable configurations. But there is a wide region of secular nonstable configurations ( $0.15 < E_r/E_G < 0.17$ ,  $\omega^2 > 0$ ), with masses which are much more than the limited masses of static configurations.

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО ВРАЩАЮЩИХСЯ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД  
(ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ):  $\bar{v} = E_r / |E_G + E_1(\text{ОТО})|$ ;  $\Delta \equiv -\Sigma E_r / Mc^2$

$x_n$	$\rho_c \cdot 10^{-15}$ (г·см <sup>-3</sup> )	$M/M_\odot$	$\lambda$	$E_n \cdot 10^{-53}$ (эрг)	$-E_G \cdot 10^{-53}$ (эрг)	$E_r \cdot 10^{-53}$ (эрг)	$-E_1(\text{ОТО}) \cdot 10^{-53}$ (эрг)	$-E_2(\text{ОТО}) \cdot 10^{-51}$ (эрг)	$E_r(\text{ОТО}) \cdot 10^{-51}$ (эрг)	$\bar{v}$	$I_0 \cdot 10^{-45}$ (г·см <sup>2</sup> )	$\tau_p \cdot 10^{-3}$ (сек)	$\Delta \cdot 10^3$
$K_{50} = 0.05$													
0.4	0.336	0.799	0.734	0.309	0.671	0.084	0.035	0.055	0.102	0.120	1.923	1.261	2.247
0.5	0.056	0.875	0.768	0.537	1.022	0.113	0.082	0.192	0.100	0.102	1.494	0.978	2.915
0.6	1.134	0.942	0.783	0.824	1.400	0.147	0.159	0.515	0.035	0.095	1.173	0.857	3.470
0.7	1.801	0.981	0.786	1.155	1.737	0.188	0.267	1.114	-0.152	0.093	0.923	0.887	3.851
0.8	2.688	0.995	0.778	1.510	2.030	0.237	0.401	2.181	-0.553	0.097	0.722	1.790	4.001
0.9	3.827	0.988	0.761	1.873	2.254	0.297	0.555	3.730	-1.307	0.105	0.564	—	3.912
1.0	5.250	0.965	0.736	2.225	2.400	0.368	0.717	5.830	-2.630	0.118	0.441	—	3.529
1.1	6.988	0.931	0.702	2.555	2.467	0.452	0.878	8.479	-4.830	0.135	0.340	—	2.840
$K_{50} = 0.075$													
0.4	0.336	0.901	0.669	0.357	0.843	0.135	0.044	0.072	0.252	0.152	2.451	1.304	2.448
0.5	0.556	0.998	0.699	0.613	1.259	0.186	0.101	0.243	0.297	0.137	1.861	1.009	3.150
0.6	1.134	1.065	0.711	0.932	1.687	0.245	0.193	0.642	0.237	0.130	1.441	0.887	3.726
0.7	1.801	1.102	0.711	1.298	2.085	0.314	0.320	1.401	-0.028	0.130	1.121	0.934	4.108
0.8	2.658	1.114	0.699	1.691	2.421	0.396	0.479	2.660	-0.666	0.137	0.875	2.590	4.250
0.9	3.827	1.104	0.677	2.092	2.670	0.493	0.658	4.521	-1.933	0.148	0.680	—	4.100
1.0	5.250	1.077	0.645	2.482	2.825	0.605	0.845	7.040	-4.218	0.165	0.530	—	3.621
1.1	6.988	1.035	0.602	2.842	2.874	0.731	1.023	10.175	-8.142	0.187	0.500	—	2.750

Таблица 2

## ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО ВРАЩАЮЩИХСЯ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД (РЕАЛЬНЫЙ ГАЗ)

$x_n$	$\rho_n \cdot 10^{-15}$ (г·см <sup>-3</sup> )	$M/M_\odot$	$\lambda$	$E_n \cdot 10^{-53}$ (эрг)	$-E_G \cdot 10^{-53}$ (эрг)	$E_r \cdot 10^{-53}$ (эрг)	$-E_1$ (ОТО) · 10 <sup>-53</sup> (эрг)	$-E_2$ (ОТО) · 10 <sup>-51</sup> (эрг)	$E_r$ (ОТО) · 10 <sup>-51</sup> (эрг)	$\delta$	$I_0 \cdot 10^{-45}$ (г·см <sup>2</sup> )	$\tau_p \cdot 10^{-3}$ (сек)	$\Delta \cdot 10^{-2}$
$K_{50}=0.15$													
0.4	0.336	1.034	0.439	0.304	0.968	0.282	0.036	0.054	1.096	0.281	3.083	1.094	2.207
0.5	0.556	1.289	0.575	0.548	1.867	0.400	0.103	0.220	2.112	0.203	2.854	0.671	4.366
0.6	1.134	1.569	0.689	1.100	3.205	0.497	0.301	0.973	2.940	0.142	2.746	0.509	6.753
0.7	1.801	1.800	0.758	2.132	4.758	0.592	0.766	3.873	3.274	0.107	2.534	0.498	8.740
0.8	2.688	1.897	0.779	3.672	5.953	0.729	1.572	12.313	2.441	0.097	1.121	—	9.527
0.9	3.827	1.828	0.757	5.513	6.276	0.953	2.584	30.073	— 1.719	0.107	1.576	—	8.341
1.0	5.250	1.620	0.686	7.268	5.633	1.303	3.446	60.000	—15.637	0.143	1.042	—	4.403
1.1	6.988	1.389	0.583	8.898	4.662	1.732	4.066	104.357	—53.180	0.198	0.659	—	—1.320
$K_{50}=0.2$													
0.4	0.336	1.200	0.417	0.353	1.222	0.372	0.045	0.074	1.912	0.294	3.958	1.150	2.447
0.5	0.556	1.468	0.539	0.623	2.285	0.537	0.127	0.283	3.573	0.223	3.541	0.712	4.653
0.6	1.174	1.742	0.640	1.222	3.775	0.690	0.355	1.117	5.036	0.667	3.264	0.544	7.015
0.7	1.801	1.954	0.701	2.315	5.407	0.849	0.871	4.507	5.801	0.135	2.916	0.552	8.894
0.8	2.688	2.027	0.716	3.923	6.582	1.065	1.739	13.875	4.731	0.128	2.361	—	9.473
0.9	3.827	1.931	0.682	5.825	6.789	1.392	2.796	33.837	— 1.732	0.145	1.701	—	7.906
1.0	5.250	1.690	0.588	7.581	5.889	1.853	3.603	65.276	—24.638	0.195	1.118	—	3.174
1.1	6.988	1.083	0.215	2.230	6.973	1.722	1.947	68.740	—160.04	0.412	0.441	—	—1.130

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, УФН, 97, 601, 1969.
2. V. Canuto, S. M. Chitre, Ann. N. Y. Acad. Sci., 224, 218, 1973.
3. Ю. Н. Брук, Астрофизика, 11, 97, 1975.
4. Ю. Л. Вартамян, А. В. Овссян, Г. С. Аджян, Астрон. ж., 50, 48, 1973.
5. Г. С. Аджян, Ю. Л. Вартамян, Астрофизика, 11, 475, 1975.
6. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Теория тяготения и эволюция звезд, Наука, М., 1971.
7. G. S. Bisnovaty-Kogan, A. A. Ruzmaikin, Astron. Astrophys., 27, 209, 1973.
8. J. P. Ostriker, I. Mark, Ap. J., 151, 1075, 1968.
9. J. P. Ostriker, P. Bodenheimer, Ap. J., 151, 1089, 1968.
10. С. И. Блинныеков, Астрон. ж., 52, 243, 1975.
11. G. S. Bisnovaty-Kogan, S. J. Blinnikov, Astron. Astrophys., 31, 391, 1974.
12. G. S. Saakian, Yu. L. Vartanian, Nuovo Cimento, 30, 82, 1963.
13. С. Чандрасекар, Эллипсоидальные фигуры равновесия, Мир, М., 1973.
14. L. Tassoul, J. P. Ostriker, Ap. J., 154, 613, 1968.
15. Ю. Л. Вартамян, А. В. Овссян, Астрофизика, 6, 601, 1970.
16. С. И. Блинныеков, Кандидатская диссертация, ГАИШ, М., 1975.